HOOFDSTUK 1

Rekenen, tabellen en grafieken

Wiskunde A · havo 5



IN DIT HOOFDSTUK LEER JE:

rekenen met percentages en procentpunten;

verhoudingen, eenheden en afrondingen toepassen;

tabellen en grafieken lezen en interpreteren.

Wat weet je nog?

Maak deze vragen vóór de nieuwe leerstof. Noteer je berekeningen en redeneringen. Gebruik een schrift voor je antwoorden. De onderzoeksgegevens zijn voor de oefeningen samengesteld.

1 Delen van een voorraad

Een bak bevat 30 kralen. Daarvan zijn er 12 blauw.

a Schrijf de breuk $\frac{3}{4}$ als een decimaal getal.

b Schrijf 0,2 als een zo eenvoudig mogelijke breuk.

c Welk deel van de kralen is blauw? Geef een zo eenvoudig mogelijke breuk.

2 Lint voor de werkplaats

Een werkplaats koopt acht rollen lint voor samen €28,00. Op elke rol zit 4 meter lint.

a Hoeveel meter lint koopt de werkplaats in totaal?

b Bij een volgende aankoop krijgt de werkplaats €0,40 korting per rol. Wat kost één rol dan?

3 Een mengsel maken

Voor een proef meng je steeds 2 maatbekers blauwe vloeistof met 5 maatbekers water. Elke maatbeker bevat evenveel vloeistof.

a Hoeveel maatbekers water heb je nodig bij 6 maatbekers blauwe vloeistof?

b Je maakt in totaal 28 maatbekers mengsel. Hoeveel maatbekers blauwe vloeistof gebruik je?

4 Afstand en tijd

Een wandelroute is 2,4 kilometer lang. Een groep trekt 95 minuten uit voor de wandeling en de pauzes.

a Hoeveel meter is 2,4 kilometer?

b Schrijf 95 minuten als een aantal uren en minuten.

5 De gereedschapsuitleen

De tabel geeft het aantal uitgeleende gereedschappen op drie dagen.

Dag	Aantal uitgeleende gereedschappen
Woensdag	17
Donderdag	23
Vrijdag	20

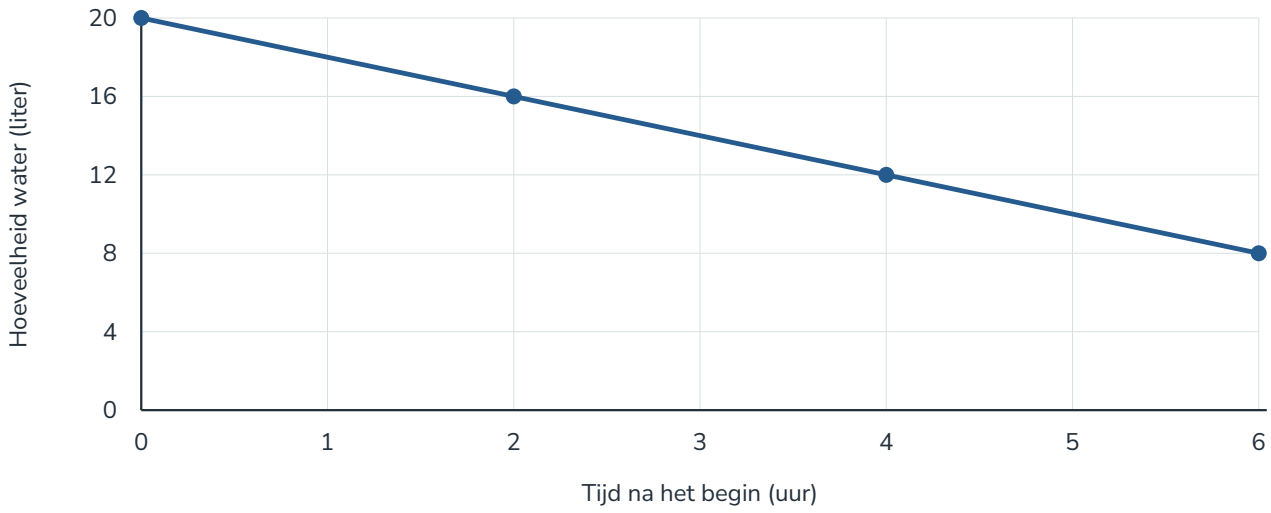
a Hoeveel gereedschappen zijn op deze drie dagen samen uitgeleend?

b Hoeveel meer gereedschappen zijn op donderdag uitgeleend dan op woensdag?

6 Water in een vat

Een vat raakt geleidelijk leeg. De grafiek geeft op enkele tijdstippen aan hoeveel water er nog in het vat zit.

Water in het vat



a Hoeveel liter water zit na 4 uur nog in het vat? Lees dit af uit de grafiek.

b Hoeveel liter minder water zit na 6 uur in het vat dan na 2 uur? Gebruik de grafiek.

1.1 Percentages en procentpunten

Leerdoel

Ik kan bij een percentage of procentuele verandering de juiste basis kiezen en de uitkomst uitleggen.

Theorie

Eerst bepalen wat 100% voorstelt

Een percentage vergelijkt een waarde met een basis. Vraag daarom eerst: welk geheel, welk moment of welke referentie stelt 100% voor? Bij een aandeel horen het deel en het geheel bij dezelfde groep en dezelfde meetperiode.

$$\text{Percentage} = \frac{\text{deel}}{\text{geheel}} \times 100\%.$$

Bij een verandering van oud naar nieuw is de oude waarde de basis:

$$\text{procentuele verandering} = \frac{(\text{nieuw} - \text{oud})}{\text{oud}} \times 100\%.$$

Een positieve uitkomst is een stijging; een negatieve uitkomst is een daling. Je kunt een daling ook met een positief percentage benoemen: $\frac{(\text{oud} - \text{nieuw})}{\text{oud}} \times 100\%$. We rekenen hier met positieve referentiewaarden. Bij een basis van 0 is deze procentuele verandering niet te berekenen.

150% van een basis betekent 1,50 keer die basis. Dat is 50% méér dan de basis. Verwar een percentage dus niet met de absolute toename.

Onthoud: Bepaal eerst wat 100% is. Bij een verandering vormt de oude waarde de basis.

Zie Voorbeeld 1.1A (p. 85).

S1 Breuk, decimaal en percentage

Van 40 meetwaarden liggen er 14 boven een afgesproken grens.

a Schrijf het aandeel boven de grens als breuk, decimaal getal en percentage.

b Bereken 35% van 60 zonder eerst een afgeronde tussenwaarde te gebruiken.

Een aandeel kan stijgen terwijl het bijbehorende aantal nauwelijks groeit. Een korting kan een eerdere prijsstijging niet volledig ongedaan maken. In deze paragraaf leer je zulke berichten met berekeningen te beoordelen. De contextgegevens zijn voor HELDER samengesteld.

Rond geldbedragen af op centen en percentages op één decimaal, tenzij anders gevraagd. Bewaar ongeronde tussenwaarden.

1 Een drukker open atelier

Bij een open atelier kwamen vorige keer 200 bezoekers. Deze keer kwamen er 240, van wie 66 een korte workshop volgden.

a Noteer deel en geheel. Bereken welk percentage van de bezoekers van deze keer een workshop volgde.

b Bereken met hoeveel procent het bezoekersaantal is gestegen. Noteer eerst de toename en daarna de basis.

c Jules zegt: “Vorige keer waren er 20% minder bezoekers dan deze keer.” Onderzoek zijn uitspraak. Benoem waarom de basis verandert.

2 Digitale boeken: aandeel en aantal

Een bibliotheek vergelijkt twee even lange meetperioden. Elke uitlening telt eenmaal; digitale uitleningen maken deel uit van het totaal.

Meetperiode	Alle uitleningen	Digitale uitleningen
Eerste	1600	384
Tweede	2000	620

a Bereken voor beide perioden het digitale aandeel.

b Bereken de procentuele stijging van het totale aantal uitleningen.

c Bereken de procentuele stijging van het aantal digitale uitleningen. Verklaar met beide groeipercentages waarom het digitale aandeel is veranderd.

3 Op tijd bezorgen

Een maaltijdservice registreert bestellingen op één dag. De ochtend- en middagbestellingen zijn verschillende bestellingen.

Dienst	Bestellingen	Te laat
Ochtend	160	24
Middag	250	30

a Welke dienst heeft het kleinste aandeel te late bestellingen? Onderbouw met twee percentages en leg uit waarom alleen de aantallen niet volstaan.

b Een collega telt de twee percentages op om het dagpercentage te vinden. Beoordeel die aanpak en bereken het juiste percentage voor de hele dag.

4 Wat zegt de energiemeter?

Een lokaal verbruikte eerst 480 kWh per meetweek en daarna 360 kWh in een vergelijkbare meetweek. Voor de berekening worden de omstandigheden gelijk gehouden.

a Daan berekent (480 − 360) ÷ 360 × 100% = 33,3% daling. Benoem de eerste onjuiste keuze en geef de correcte berekening.

b Mira zegt: “Van 360 terug naar 480 vraagt dezelfde procentuele stijging.” Verbeter de uitspraak met een percentage.

c Een proefdag heeft een grens van 80 kWh. De meter geeft 125% van de grens aan. Daan zegt dat het verbruik 105 kWh is. Bereken het werkelijke verbruik en de overschrijding. Leg zijn verwarring uit.

Kun je vóór het rekenen zeggen wat 100% voorstelt? Schrijf bij een fout niet alleen het juiste percentage op, maar ook welke basis jij eerder ten onrechte gebruikte. Heb je bij 3b twee percentages opgeteld? Gebruik de aantallen in het gezamenlijke deel en het gezamenlijke geheel.

Leerdoel

Ik kan bij een procentuele stijging of daling de oorspronkelijke waarde terugrekenen en controleren.

Theorie

Terugrekenen met de veranderingsfactor

Bij een stijging van p% hoort factor $1 + \frac{p}{100}$. Bij een daling van p% hoort factor $1 - \frac{p}{100}$. De factor bevat de hele nieuwe hoeveelheid.

Nieuwe waarde = oorspronkelijke waarde × factor.

Oorspronkelijke waarde = $\frac{\text{nieuwe waarde}}{\text{factor}}$.

Dit terugrekenen kan alleen als de factor niet 0 is. Na 100% afname blijft 0 over, ongeacht de beginwaarde: uit dat eindgetal kun je de oorspronkelijke waarde niet bepalen.

Lees ook het verschil tussen “15% lager” en “15% van”: daarbij horen de factoren 0,85 en 0,15. Controleer een terugberekening door de gevonden oorspronkelijke waarde weer met de factor te vermenigvuldigen.

Onthoud: Schrijf eerst oud × factor = nieuw. Reken terug met dezelfde factor en controleer vooruit.

Zie Voorbeeld 1.1A (p. 85).

S2 Een deel en het geheel

Je gebruikt dezelfde positieve hoeveelheid als referentie.

a Vul aan: 100% = ... als decimaal getal; 125% = ...; 80% = ...

b Een hoeveelheid wordt vermenigvuldigd met 0,80. Wat betekent dat voor het deel dat overblijft en het deel dat verdwijnt?

5 Een toeslag op de huur

Een buurtfestival betaalt €268,80 voor vlaggen. Dit bestaat uit kale huur plus een schoonmaaktoeslag van 12% van de kale huur. Er zijn geen andere kosten.

a Vul aan: het betaalde bedrag is ...% van de kale huur; de factor is ....

b Bereken de kale huur. Controleer met de factor.

c Bereken de toeslag en controleer dat deze 12% van de kale huur is.

6 Twee kortere busritten

Na een aanpassing duurt busrit A 42 minuten; dat is 12,5% korter dan eerst. Busrit B duurde eerst 45 minuten en duurt nu ook 42 minuten.

a Bereken de oorspronkelijke duur van rit A.

b Bij welke rit is de procentuele tijdsbesparing het grootst? Onderbouw je vergelijking.

7 Een groepsreservering vergelijken

Een groep boekt een workshop. De reserveringsbijdrage is 8% van de workshopprijs zonder bijdrage. De prijs per deelnemer is gelijk. Er zijn geen andere kosten.

Gegeven	Waarde
Betaald totaal	€432,00
Bijdrage	8%
Deelnemers	25
Duur	90 minuten
Materiaaldozen per deelnemer	2

a Bereken de workshopprijs zonder bijdrage voor de hele groep. Benoem welke tabelgegevens nodig zijn.

b Bereken de prijs zonder bijdrage per deelnemer en de totale bijdrage.

c Een andere locatie rekent voor dezelfde 25 deelnemers €17,00 per persoon zonder verdere kosten. Kies de goedkoopste locatie en bereken hoeveel procent het duurdere totaal hoger is dan het goedkopere.

8 Een grotere maaltijdportie

Een buurtkeuken vergroot haar portie naar 460 gram; dat is 15% zwaarder dan eerst. De prijs gaat van €3,20 naar €3,52.

a Bereken de oude portiemassa.

b Bereken de procentuele stijging van de portieprijs.

c Onderzoek of je per 100 gram meer of minder betaalt. Geef beide prijzen per 100 gram en de procentuele verandering. Gebruik voor het percentage ongeronde prijzen.

Lukt het terugrekenen zonder de oorspronkelijke vergelijking te raden? Schrijf eerst “oud × factor = nieuw”. Gebruik diezelfde vergelijking ook om je antwoord te controleren. Een redelijk lijkend bedrag is op zichzelf geen bewijs.

Leerdoel

Ik kan een verandering van een aandeel in procentpunten en als relatieve procentuele verandering uitdrukken.

Theorie

Procentpunten, verandering en aantallen

Gaat een aandeel van p% naar q%, dan is het verschil q − p procentpunt. Dit zegt hoeveel punten de percentages uit elkaar liggen.

De relatieve procentuele verandering vergelijkt dat verschil met het beginpercentage: $\frac{(q - p)}{p} \times 100\%$, met $p > 0$.

Bij een beginpercentage van 0 kan deze relatieve verandering niet worden berekend. Van 0% naar 5% is wel een stijging van 5 procentpunt.

Wil je aantallen vergelijken? Reken ieder aandeel eerst terug naar zijn eigen totaal: aantal $= \frac{\text{aandeel}}{100} \times$ totaal. Een groter aandeel betekent bij verschillende totalen niet vanzelf een groter aantal. Ook kun je uit alleen twee aandelen niet afleiden hoe de aantallen zijn veranderd.

Heb je bij een aandeelverandering zowel procentpunten als procenten genoemd? Kijk of je bij het relatieve percentage door het beginpercentage hebt gedeeld. Gaat de vraag over aantallen, zoek dan ook beide groepstotalen.

Onthoud: Procentpunten geven het verschil tussen aandelen. Voor relatieve verandering vergelijk je met het beginpercentage.

Zie Voorbeeld 1.1B (p. 88).

9 Direct bruikbare bestanden

Een digitaal archief meet het aandeel direct bruikbare bestanden: eerst 72%, daarna 81%.

a Bereken de stijging in procentpunten.

b Bereken de relatieve procentuele stijging. Noteer welke basis je gebruikt.

c Daarna daalt het aandeel van 81% naar 72%. Bereken de relatieve daling en verklaar waarom die niet even groot is als de stijging.

10 Twee foutpercentages

Twee gegevensstromen worden twee keer getest.

Stroom	Eerste meting	Tweede meting
K	24%	30%
M	60%	66%

a Is de stijging in procentpunten bij beide stromen gelijk?

b Bij welke stroom is de relatieve stijging het grootst? Bereken beide.

c Bij een derde stroom is een stijging van 6 procentpunt gelijk aan een relatieve stijging van 20%. Bereken het begin- en eindpercentage.

11 Onderdelen opnieuw gebruiken

Bij twee inzamelmomenten worden onderdelen beoordeeld. Het aandeel herbruikbaar gaat steeds over alle onderdelen van dat moment.

Moment	Alle onderdelen	Herbruikbaar
Eerste	800	35%
Tweede	650	44%

a Bereken de verandering van het aandeel in procentpunten en als relatieve procentuele verandering.

b Bereken per inzamelmoment het aantal herbruikbare onderdelen.

c De organisator zegt: “Het aandeel stijgt relatief met meer dan 25%, dus het aantal ook.” Beoordeel de uitspraak met een berekening.

12 De korte rondleiding

Een bezoekerscentrum telt in twee weken telkens 800 bezoekers. Eerst kiezen 144 bezoekers de korte rondleiding; in de tweede week kiest 21% die rondleiding.

a Bereken de verandering van het aandeel in procentpunten en als relatief percentage.

b Bereken de verandering van het aantal als aantal en als percentage. Verklaar waarom het relatieve percentage hier gelijk is aan de relatieve verandering van het aandeel.

Leerdoel

Ik kan opeenvolgende procentuele veranderingen met factoren combineren, terugrekenen en een grens controleren.

Theorie

Opeenvolgende veranderingen en een grens

Elke procentuele verandering werkt op de waarde die op dat moment geldt. Zet daarom iedere verandering om in een factor en vermenigvuldig de factoren.

Gezamenlijke factor F = factor 1 × factor 2 × …

Eindwaarde = beginwaarde × F.

Totale procentuele verandering = (F − 1) × 100%.

Terugrekenen over alle stappen: beginwaarde = $\frac{\text{eindwaarde}}{\text{F}}$, met F ≠ 0.

Wil je een onbekende tweede verandering bepalen? Bereken eerst de gewenste gezamenlijke factor en deel die door de bekende eerste factor. Bij een factor groter dan 1 hoort een stijging van (factor − 1) × 100%; bij een factor tussen 0 en 1 hoort een daling van (1 − factor) × 100%.

Een grens is geen gewone afrondingsvraag. Controleer of de gekozen instelling echt voldoet. Bij hele aantallen of hele percentages vergelijk je de eerste mogelijke waarde met de waarde er vlak onder.

Onthoud: Vermenigvuldig factoren. Controleer bij een grens de eerste geldige instelling en de instelling ernaast.

Zie Voorbeeld 1.1B (p. 88).

Zie Voorbeeld 1.1C (p. 91).

13 Twee lampinstellingen

Een lampinstelling levert 750 lumen. De opbrengst wordt eerst 16% hoger en daarna 10% lager dan de dan geldende opbrengst.

a Geef beide factoren en bereken de opbrengst na de eerste aanpassing.

b Vul F = … × … = … aan. Bereken de eindopbrengst en de totale procentuele verandering.

c Na beide aanpassingen moet de opbrengst terug naar de waarde direct na de eerste aanpassing. Bereken de benodigde stijging.

14 Een bijdrage herstellen

Een projectbijdrage van €2500 wordt eerst 12% verlaagd en vervolgens 12% verhoogd.

a Beoordeel of het eindbedrag weer €2500 is. Bereken eindbedrag en totale procentuele verandering; geef het percentage op twee decimalen.

b Welke procentuele stijging is direct na de eerste verlaging nodig om €2500 te herstellen? Geef twee decimalen.

15 Een testtraject aanpassen

Een testtraject is 2300 meter lang. Het wordt eerst 20% korter en daarna 15% langer.

a Bereken de eindlengte en de totale procentuele verandering.

b De eerste verkorting blijft 20%. Kies de tweede procentuele verlenging zo dat het eindtraject 5% langer is dan oorspronkelijk. Geef het percentage op twee decimalen.

c Onderzoek of eerst 15% verlengen en daarna 20% verkorten dezelfde eindlengte geeft. Noem ook de lengte na de eerste stap in die omgekeerde volgorde.

d De tweede verlenging kan alleen in hele percentages worden ingesteld. Na de eerste verkorting van 20% moet het eindtraject minstens 5% langer zijn dan oorspronkelijk. Kies de kleinste instelling die voldoet en controleer ook één procentpunt minder.

16 Vrije opslagruimte

Een apparaat heeft 1200 GB capaciteit; aanvankelijk is 20% vrij. Compressie vermindert de ruimte van de aanwezige bestanden met 25%. Daarna stijgt de bezette ruimte door nieuwe bestanden met 25%. De beheerder wil minstens 30% vrije capaciteit.

a Bereken het vrije percentage na beide bewerkingen.

b Vervang de oorspronkelijke toevoeging door een andere hoeveelheid nieuwe bestanden. Hoeveel GB kan na compressie maximaal worden toegevoegd bij dezelfde capaciteit en minstens 30% vrije ruimte?

c De oorspronkelijke nieuwe bestanden zijn toch toegevoegd. Alleen de capaciteit wordt nu vergroot; de bestanden veranderen niet. Bereken hoeveel hele GB minimaal moet worden bijgeplaatst. Controleer de gekozen hoeveelheid én 1 GB minder.

17 Een vloeistofproef instellen

Bij een proef wordt eerst 12% van het beginvolume toegevoegd. Daarna verdampt een instelbaar percentage van het dan aanwezige volume. Het eindvolume mag hoogstens 3% groter zijn dan het beginvolume.

a Begin met 1600 liter en laat in de tweede stap 9% verdampen. Bereken eindvolume en totale verandering op twee decimalen. Voldoet de proef?

b Bereken het minimaal noodzakelijke verdampingspercentage. Geef de grenswaarde op twee decimalen, maar bewaar de ongeronde waarde voor je volgende beslissing.

c De instelling laat alleen hele percentages toe. Kies het kleinste percentage dat voldoet en toon aan waarom 8% niet voldoet.

18 Een gebruikerspanel

Na een eerste ronde heeft een panel 10% minder deelnemers dan bij de start. In de tweede ronde stijgt het aantal 18%; er zijn dan 1062 deelnemers. Het aandeel dat de compacte appweergave gebruikt gaat van 40% bij de start naar 50% aan het einde.

a Bereken het aantal deelnemers bij de start.

b Bereken de totale procentuele verandering van het deelnemersaantal.

c Vergelijk de verandering van het aandeel compacte-weergavegebruikers in procentpunten en als percentage met de procentuele verandering van hun aantal. Geef percentages zo nodig op twee decimalen.

Controle 1.1

Noteer telkens de berekening en een antwoord in de context. Gebruik een rekenmachine. Leg de antwoorden pas na je poging naast je werk. De vier opgaven controleren de vier leerdoelen afzonderlijk; een goed antwoord bij één opgave vervangt een fout bij een andere niet.

T1 Een bezorgbericht

In een campagne worden eerst 360 pakketten bezorgd; 54 komen te laat. In een latere campagne worden 450 pakketten bezorgd; 63 komen te laat.

a Onderzoek of het aandeel te late pakketten is gedaald.

b De manager zegt: “Het aantal te late pakketten nam dus ook af.” Beoordeel de uitspraak met de procentuele verandering van het aantal te late pakketten.

T2 Een huurwijziging

Na een huurverhoging van 6% betaalt een vereniging €381,60 per maand.

a Bereken het oorspronkelijke maandbedrag.

b Een medewerker noemt €358,70 als oorspronkelijk maandbedrag. Controleer dat bedrag in de verandering en verklaar waarom het niet klopt.

T3 Een aandeel in een verslag

Een schoolverslag vermeldt dat het aandeel deelnemers aan een workshop stijgt van 32% naar 40%. De aantallen leerlingen worden niet vermeld.

a Geef de verandering in procentpunten en als relatieve procentuele verandering.

b Het verslag noemt een stijging van 25% van het deelnemersaantal. Kun je dat uit deze gegevens vaststellen? Onderbouw.

T4 De reservering verandert

Een gereserveerde materiaalhoeveelheid wordt eerst 15% groter en daarna 20% kleiner. Na beide wijzigingen is 552 kg gereserveerd.

a Bereken de oorspronkelijke hoeveelheid en de totale procentuele verandering.

b De eerste stijging blijft 15%. Bereken welk percentage in de tweede stap moet worden verminderd om precies op de oorspronkelijke hoeveelheid uit te komen. Geef dit percentage op twee decimalen.

c De tweede vermindering kan alleen in hele percentages worden ingesteld. De eindhoeveelheid mag hoogstens de oorspronkelijke hoeveelheid zijn. Kies het kleinste verminderingspercentage dat voldoet. Onderbouw met twee instellingen rond de grens.

Opgaven

Bekijk bij een fout de uitleg en het bijbehorende voorbeeld opnieuw. Oefen de vaardigheid met de passende opgave R1, R2, R3 of R4. Maak daarna de bijbehorende controlevraag C1, C2, C3 of C4.

R1 De basis expliciet maken

Een ledenaantal groeit van 320 naar 368.

a Bereken de stijging. Schrijf vóór de berekening op welk aantal 100% voorstelt.

b Bereken hoeveel procent 320 minder is dan 368. Benoem wat aan de basis verandert.

R2 Terug met dezelfde factor

Een bedrag is na 8% verlaging €184.

a Schrijf “oorspronkelijk × factor = 184” volledig op en los de vergelijking op.

b Controleer je oorspronkelijke bedrag door de verlaging opnieuw uit te voeren.

R3 Twee maten voor dezelfde verandering

Een aandeel gaat van 45% naar 54%.

a Bereken de stijging in procentpunten.

b Bereken de relatieve stijging. Wat staat er in de noemer en waarom?

R4 Het factorproduct

Een reserve van 800 eenheden daalt 10% en stijgt daarna 5%.

a Schrijf de twee factoren en hun product op. Bereken de eindreserve.

b Bereken de totale verandering en controleer het resultaat in twee afzonderlijke stappen.

c De eerste daling blijft 10%. Het doel wordt nu minstens 800 eenheden. De daaropvolgende stijging kan alleen in hele percentages worden ingesteld. Bereken de kleinste instelling en controleer één procentpunt minder.

Controlevragen

Leg je eerdere uitwerking weg. Noteer bij iedere vraag welke basis of factor je kiest en controleer je uitkomst.

C1 Een nieuwe vergelijking

Een fabriek heeft eerst 150 en later 180 orders.

a Bereken de procentuele stijging.

b Bereken hoeveel procent het eerste aantal lager is dan het tweede. Verklaar het verschil tussen beide uitkomsten.

C2 Een nieuw tarief

Na een verhoging van 9% kost een kaart €43,60.

a Bereken de oude prijs en controleer met de oorspronkelijke verandering.

C3 Een nieuw aandeel

Het aandeel geslaagde controles daalt van 60% naar 48%.

a Bereken de daling in procentpunten en als relatieve procentuele daling.

b Controleer het eindpercentage met een factor.

C4 Een nieuwe reservering

Na 20% uitbreiding en vervolgens 25% vermindering blijft 270 liter over.

a Bereken de beginhoeveelheid en de totale procentuele verandering.

b Controleer met de twee veranderingen afzonderlijk.

c De eerste uitbreiding blijft 20%. De tweede vermindering kan alleen in hele percentages worden ingesteld; de eindhoeveelheid mag hoogstens de beginhoeveelheid zijn. Kies en controleer het kleinste verminderingspercentage dat voldoet.

Maak na paragraaf 1.3 een nog niet gemaakte opgave uit 1.1. Noteer bij percentages in latere hoofdstukken steeds wat 100% betekent. Controleer in hoofdstuk 12 opnieuw welke berekening bij de vraag past.

1.2 Verhoudingen, eenheden en afronden

Leerdoel

Ik kan een hoeveelheid verdelen of terugrekenen met een verhouding.

Theorie

Rekenen met een verhouding

Delen met dezelfde verhouding Een verhouding r : s geeft aan hoeveel delen bij twee hoeveelheden horen. Neem r en s positief en gebruik voor beide hoeveelheden dezelfde eenheid. Bij een totaal T is één deel $\frac{T}{r+s}$. De hoeveelheden zijn $r \times \frac{T}{r+s}$ en $s \times \frac{T}{r+s}$. Is één hoeveelheid gegeven, deel die dan eerst door het bijbehorende aantal delen. De verhouding blijft gelijk als je beide hoeveelheden met dezelfde factor vermenigvuldigt. De regel geldt alleen zolang die verhouding vast blijft. Voorbeeld 1.2A, blz. 92

Onthoud: Een verhouding 3 : 5 heeft samen 8 delen.

1 Dezelfde verhouding

a Schrijf 8 : 12 als een verhouding met de kleinst mogelijke positieve gehele getallen.

2 Een vergoeding verdelen

Voor deze oefening is de volgende afspraak bedacht. Twee makers verdelen een vergoeding van € 280 in de verhouding 3 : 4. De eerste maker krijgt 3 delen, de tweede 4 delen.

a Hoeveel delen zijn er samen en hoeveel euro is één deel?

b Bereken het bedrag voor elke maker en controleer het totaal.

c Bij een volgende klus blijft de verhouding gelijk. De tweede maker krijgt € 224. Hoeveel krijgt de eerste maker?

3 Korrels mengen

Voor een fictieve proef worden rode en witte korrels gemengd. De verhouding van de massa rode korrels tot de massa witte korrels moet 4 : 7 zijn. Er gaat niets verloren. Geef massa's in kilogram; de antwoorden zijn exact.

a Een mengsel heeft een totale massa van 4,4 kg. Hoeveel kilogram van elke kleur is nodig?

b Voor een nieuw mengsel wordt precies 2 kg rode korrels gebruikt. Bereken de totale massa van dat mengsel.

c Aan het mengsel uit a wordt van elke kleur 0,2 kg toegevoegd. Blijft de verhouding 4 : 7? Onderbouw je antwoord.

4 Een mengsel kiezen

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Een bedrijf heeft een mengsel van materiaal P en materiaal Q nodig in de massaverhouding 3 : 5. Er gaat niets verloren. Massa's worden in kilogram gegeven; alle gevraagde massa's zijn exact.

Partij	P (kg)	Q (kg)
A	1,5	2,5
B	1,8	3,2
C	2,4	4,0

a Welke partijen uit de tabel hebben de vereiste verhouding? Licht je keuze toe.

b Bereken hoeveel kilogram P en Q nodig is voor 36 kg mengsel.

c Er is 7,2 kg P en 10 kg Q op voorraad. Wat is de grootste massa mengsel met de vereiste verhouding? Geef ook aan wat overblijft.

Eenheden op elkaar afstemmen

Leerdoel

Ik kan enkelvoudige en samengestelde eenheden consistent omrekenen.

Theorie

Eenheden op elkaar afstemmen

Omrekenen met de juiste factor Gebruik in één berekening eenheden die bij elkaar passen. Er geldt 1 km = 1000 m, 1 m = 100 cm, 1 kg = 1000 g, 1 uur = 60 minuten = 3600 seconden en 1 minuut = 60 seconden. Voor inhoud: 1 L = 1000 mL en 1 m^3 = 1000 L. Bij oppervlakte wordt een lengtefactor gekwadrateerd: 1 m^2 = 100^2 cm^2 = 10 000 cm^2. Bij volume wordt een lengtefactor tot de derde macht genomen. Een samengestelde eenheid beschrijft een hoeveelheid per andere eenheid. Reken beide onderdelen om: van $\frac{\text{km}}{\text{uur}}$ naar $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ vermenigvuldig je met $\frac{1000}{3600}$; van $\frac{\text{L}}{\text{min}}$ naar $\frac{\text{L}}{\text{uur}}$ vermenigvuldig je met 60. Een snelheid of verbruik moet constant zijn als je hiermee een totale hoeveelheid berekent. Voorbeeld 1.2A, blz. 92

5 Tijd omrekenen

a Hoeveel minuten is 1,25 uur? Geef het exacte antwoord.

6 Een paneel behandelen

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Een rechthoekig paneel is 1,8 m lang en 75 cm breed. Voor één laag is 0,16 L middel per m^2 nodig. Neem de maten en het verbruik als exact; er gaat niets verloren.

a Zet de breedte om naar meters en bereken de oppervlakte in m^2.

b Zet de oppervlakte uit a om naar cm^2. Leg uit waarom je niet met 100 vermenigvuldigt.

c Bereken hoeveel milliliter middel nodig is voor één laag.

7 Een waterpomp

Voor deze oefening is een pomp bedacht die steeds 14 mL water per minuut levert. Er is geen verlies. Alle gevraagde antwoorden zijn exact.

a Hoeveel liter levert de pomp per uur?

b De pomp werkt 36 minuten. Hoeveel liter water is geleverd?

c Hoelang moet de pomp werken om 2,1 L te leveren? Geef de tijd in minuten.

8 Twee bezorgers

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Bezorger A rijdt steeds 18 $\frac{\text{km}}{\text{uur}}$. Bezorger B rijdt steeds 5,2 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Beiden rijden zonder stops; alle antwoorden zijn exact.

a Geef de snelheid van A in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b Wie rijdt het snelst en hoeveel $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ is het verschil?

c B legt 1560 m af. Hoeveel minuten duurt dat?

9 Materiaal per oppervlakte

De prijzen voor deze oefening zijn samengesteld. Materiaal A is 0,8 m breed en kost € 0,018 per centimeter lengte. Materiaal B is 125 cm breed en kost € 2,60 per meter lengte. Van beide kun je elke benodigde lengte kopen. Er is geen snijverlies. Voor een project is 20 m^2 nodig. Alle kosten zijn exact.

a Bereken voor beide materialen de prijs per m^2.

b Bereken de benodigde lengte en de totale kosten voor elke keuze.

c Het budget is € 43. Welke keuze past binnen het budget? Hoeveel geld blijft daarbij over?

10 Een tank vullen

Voor deze oefening is een lege tank met een inhoud van 1,8 m^3 bedacht. Een pomp levert constant 0,48 $\frac{L}{s}$. Tijdens het vullen stroomt er geen water weg. Antwoorden zijn exact.

a Geef de tankinhoud in liters.

b Bereken de vultijd in minuten.

c Een andere pomp levert 28 $\frac{L}{min}$. Welke pomp vult de tank het snelst? Onderbouw je keuze.

Afronden op wat een antwoord betekent

Leerdoel

Ik kan een passende nauwkeurigheid kiezen bij de betekenis van een antwoord.

Theorie

Afronden op wat een antwoord betekent

Nauwkeurigheid en hele aantallen Bij gewoon afronden bepaalt het eerste weggelaten cijfer het antwoord: bij 0 tot en met 4 blijft het laatste bewaarde cijfer gelijk, bij 5 tot en met 9 wordt het één hoger. Geldbedragen geef je meestal op centen. Een voorgeschreven nauwkeurigheid, zoals 0,1 m, gaat voor. Bij hele aantallen kijk je naar de betekenis: voor voldoende verpakkingen rond je een niet-geheel aantal omhoog af; voor het maximale aantal volledige producten rond je omlaag af. Een rekenmachine kan veel cijfers geven, maar bij gemeten gegevens zijn die niet allemaal nauwkeurig. Geef het gevraagde aantal cijfers en gebruik voor beslissingen de ongeronde uitkomst. Voorbeeld 1.2B, blz. 95

Onthoud: Controleer of het afgeronde antwoord nog voldoet aan de eis in de vraag.

11 Een kabelrol

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Op een rol zit precies 14,736 m kabel. Elk volledig stuk moet 1,25 m lang zijn. Er is geen snijverlies. De kabel kost € 0,83 per meter.

a Op het informatielabel staat de lengte afgerond op 0,1 m. Welke lengte komt op het label?

b Bereken 14,736 : 1,25 en bepaal hoeveel volledige stukken mogelijk zijn. Leg je afronding uit.

c Bereken de prijs van de volledige rol. Rond af op centen.

12 Potten vervoeren

Voor deze oefening zijn twee soorten transportbakken bedacht. Er moeten 347 potten mee. Een bak A heeft plaats voor 24 potten en kost € 1,90. Een bak B heeft plaats voor 18 potten en kost € 1,38. Je gebruikt uitsluitend bakken van één soort; alleen hele bakken kunnen worden gekocht.

a Hoeveel bakken A zijn minimaal nodig?

b Welke soort is het goedkoopst voor alle 347 potten? Bereken beide totaalbedragen op centen.

c Een medewerker rondt 347 : 24 gewoon af op 14. Laat met het aantal plaatsen zien waarom dat hier geen bruikbaar antwoord is.

13 Een gemeten fietstocht

De meetgegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Een fietstocht is gemeten als 1,827 km in 5,42 minuten. De afstand is gemeten op 0,001 km nauwkeurig, de tijd op 0,01 minuut nauwkeurig.

a Geef de gemeten afstand in meters, op hele meters.

b Bereken de gemiddelde snelheid in $\frac{\text{km}}{\text{uur}}$. Geef het antwoord op 0,1 $\frac{\text{km}}{\text{uur}}$.

c Iemand noemt 20,225092 $\frac{\text{km}}{\text{uur}}$ een nauwkeuriger meetresultaat dan 20,2 $\frac{\text{km}}{\text{uur}}$, alleen omdat de rekenmachine meer cijfers toont. Wat is er mis met deze redenering?

14 Volle flessen

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Er is precies 73,4 L olie beschikbaar. Elke fles bevat precies 1,25 L als deze vol is. Er gaat geen olie verloren. Voor een bestelling kost olie € 0,96 per liter; flessen zelf kosten niets.

a Hoeveel volle flessen kunnen uit de voorraad van 73,4 L worden gevuld?

b Een nieuwe bestelling moet minimaal 73,4 L olie bevatten en mag alleen uit volle flessen bestaan. Hoeveel flessen moet die bestelling minimaal bevatten?

c Bereken de prijs van de bestelling uit b. Geef het bedrag op centen.

Het effect van tussentijds afronden

Leerdoel

Ik kan controleren hoe tussentijds afronden een eindantwoord of beslissing verandert.

Theorie

Het effect van tussentijds afronden

Vergelijk twee rekenroutes Een afgerond tussenantwoord kan een afwijkend eindantwoord geven. Bewaar daarom de volledige rekenmachinewaarde of een exacte breuk bij vervolgberekeningen en rond pas het gevraagde eindantwoord af. Om de invloed te onderzoeken, bereken je zowel met de ongeronde tussenwaarde als met de afgeronde tussenwaarde. Trek de twee einduitkomsten van elkaar af en benoem de eenheid. Bij n gelijke bijdragen kan een afrondingsverschil per bijdrage n keer terugkomen. Controleer een grens, zoals een budget of beschikbare tijd, met de ongeronde einduitkomst; een afgeronde presentatie kan die grens verbergen. Deze vergelijking gaat over rekenen met de gegeven waarden, niet over de nauwkeurigheid van echte metingen. Voorbeeld 1.2B, blz. 95

Onthoud: Bewaar tussenwaarden; rond het antwoord af op de gevraagde nauwkeurigheid.

15 Een maandbedrag

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Een apparaat gebruikt volgens een rekenmodel elke dag precies 3,478 kWh. De prijs is € 0,287 per kWh. Een maand telt 30 dagen. De rekening wordt berekend over het hele maandverbruik; er zijn geen andere kosten.

a Bereken de kosten van één dag en bewaar alle cijfers.

b Iemand rondt de dagkosten eerst af op € 1,00 en vermenigvuldigt daarna met 30. Welk maandbedrag levert die route op?

c Bereken de rekening zonder tussentijds afronden, op centen. Vergelijk met b.

16 Gelijke banen tekenen

Voor een fictief ontwerp worden 32 even brede banen getekend over een totale breedte van precies 17,3 m. Het gaat om een digitaal rekenmodel; er zijn geen tussenruimtes.

a Bereken de exacte breedte van één baan in meters.

b Het tekenprogramma gebruikt per baan 0,54 m. Hoeveel centimeter wijkt de totale breedte dan af van 17,3 m?

c Met 0,541 m per baan verwacht de ontwerper dat de totale breedte precies klopt. Controleer die verwachting en vergelijk de afwijking met b.

17 Past de wandeling?

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Een wandelroute is 6,8 km. Een rekenmodel neemt een constante snelheid van 4,6 $\frac{\text{km}}{\text{uur}}$ aan, zonder pauzes. Er is 87 minuten beschikbaar.

a Bereken de looptijd zonder tussentijds afronden. Geef de tijd op 0,1 minuut.

b Een route-app rondt de snelheid eerst af op 0,08 $\frac{\text{km}}{\text{min}}$. Welke looptijd berekent de app? Geef het verschil met de ongeronde tijd uit a op 0,1 minuut.

c Verandert deze afronding het oordeel of de wandeling binnen 87 minuten past? Onderbouw beide oordelen.

18 Een voorraadmodel

De proefgegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Van 510 onderdelen is de totale massa 153,28 kg. Een voorraadmodel gebruikt hun gemiddelde massa ook voor een nieuwe levering van 2000 onderdelen. Neem de gegeven proefmassa als exact voor de berekening. Het model voorspelt een massa; echte onderdelen kunnen verschillen.

a Bereken de gemiddelde massa per onderdeel in gram, op 0,1 g. Bewaar voor b de ongeronde waarde.

b Welke totale massa voorspelt het model voor 2000 onderdelen? Geef het antwoord op 0,1 kg.

c Een medewerker gebruikt eerst 0,30 kg per onderdeel. Bereken de voorspelde totale massa en het verschil met de ongeronde modeluitkomst uit b, op 0,1 kg.

19 Gelijke porties

Voor deze oefening is een verdeling bedacht waarbij 5,6 L drank precies voldoende is voor 19 gelijke porties. Er is geen verlies. Jens wil 57 even grote porties maken. Hij rekent: 5,6 : 19 = 0,294736... L, dus 0,29 L per portie. Daarna: 57 × 0,29 = 16,53 L.

a Welke stap maakt het eindantwoord onnauwkeurig? Leg uit wat Jens bij die stap beter kan doen.

b Bereken de benodigde hoeveelheid zonder tussentijds afronden en bepaal hoeveel Jens te weinig berekent. Geef beide antwoorden exact in liters.

20 Kopiëren binnen een tijdgrens

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Een kopieermodel gebruikt een constante snelheid van 3,6 $\frac{\text{MB}}{\text{s}}$, zonder opstarttijd. Een bestand van 28,7 MB moet binnen 8,0 seconden zijn gekopieerd.

a Bereken de kopieertijd op 0,01 seconde en bepaal of het bestand volgens het model binnen de tijdgrens klaar is.

b Een programma gebruikt 0,28 seconde per MB, verkregen door 1 : 3,6 af te ronden. Welk oordeel volgt dan over de tijdgrens? Verklaar het verschil met a.

1.3 Tabellen lezen en combineren

Leerdoel

Ik kan de waarden uit een tabel kiezen die een vraag beantwoorden en uitleggen wat nul en ontbrekende gegevens betekenen.

Theorie

Gegevens kiezen

Lees eerst de vraag Een rij en een kolom bepalen samen de betekenis van een tabelwaarde. Lees de koppen, de eenheid, de tijdsperiode en eventuele toelichting. Kies alleen de rijen en kolommen die je nodig hebt. Een totaal is alleen bruikbaar als de onderdelen dezelfde eenheid hebben en elkaar niet overlappen.

Een getal heeft een betekenis Een 0 is een gemeten of geregistreerd aantal nul. Een streepje betekent hier dat de waarde ontbreekt; reken er niet mee alsof het nul is. Een gemiddeld aantal of een gemiddelde tijd beschrijft niet ieder afzonderlijk geval. Voorbeeld 1.3A, blz. 98

1 Rij en kolom

Een uitleenpunt telt de ingeleverde boeken. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Dag	Ochtend	Middag
Maandag	12	16
Dinsdag	9	18
Woensdag	14	11

a Hoeveel boeken zijn in de middag op dinsdag ingeleverd?

2 Een loketdag

Een loket noteert per tijdvak de aanvragen en hoeveel daarvan dezelfde dag worden afgehandeld. De gemiddelde wachttijd geldt voor de aanvragen in het genoemde tijdvak. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Tijdvak	Aanvragen	Dezelfde dag afgehandeld	Gemiddelde wachttijd (min)	Medewerkers
08:00–10:00	24	20	5	2
10:00–12:00	35	28	9	3
12:00–14:00	18	18	3	2
14:00–16:00	40	30	12	3

a Welke rijen en welke kolom heb je nodig om het aantal aanvragen vanaf 12:00 uur te bepalen? Bereken dat aantal.

b Welk percentage van de aanvragen vanaf 12:00 uur wordt dezelfde dag afgehandeld? Gebruik het aantal uit a als basis. Rond af op één decimaal.

c Een medewerker zegt: ‘In het laatste tijdvak hoeft niemand langer dan 12 minuten te wachten.’ Volgt dat uit de tabel? Leg uit.

3 Wat staat er wel?

Vier uitleenpunten vergelijken hun in september afgesloten leningen. Iedere lening heeft één van de statussen op tijd of te laat. In de kolom te laat betekent '—' dat het aantal niet is ingevuld. Geannuleerde reserveringen zijn geen leningen. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Uitleenpunt	Afgesloten leningen	Te laat	Geannuleerde reserveringen
Noord	32	0	3
Oost	28	—	4
Zuid	20	2	0
West	40	5	6

a Welk percentage van de leningen is te laat bij Noord en bij Zuid? Welke betekenis heeft de 0 bij Noord?

b Wat is het kleinste totale aantal te late leningen dat met deze gegevens mogelijk is? Leg uit waarom je het precieze totaal niet kunt geven.

c Bij welk uitleenpunt is het percentage te late leningen het hoogst van de punten waarvoor dit percentage berekend kan worden? Kun je ook de hoogste van alle vier aanwijzen?

Tijdvak	Reserveringen	Afgehaald
09:00–12:00	25	20
12:00–15:00	15	—
15:00–18:00	30	27

d In de tweede tabel staat een nieuwe telling. Welk percentage van de reserveringen vanaf 15:00 uur is afgehaald? Kan ook het afhaalpercentage voor de hele dag exact worden bepaald? Licht beide antwoorden toe.

Een nieuwe tabel maken

Leerdoel

Ik kan een tabel maken uit tekst, een grafiek, een eenvoudige formule of andere tabellen en uitleggen wat de nieuwe waarden betekenen.

Theorie

Een nieuwe tabel maken

Orden gegevens in een tabel Kies rijen en kolommen die bij je vraag passen. Vermeld grootheden en eenheden in de koppen. Uit tekst neem je de relevante gegevens over; bereken ontbrekende waarden alleen als de informatie dat toelaat. Uit een grafiek lees je de waarde bij de gevraagde horizontale waarde af. Markeringen op exacte roosterpunten kunnen exact worden gelezen; andere aflezingen kunnen schattingen zijn.

Formules en tabellen combineren Bij een gegeven formule vervang je de variabele door iedere gekozen invoerwaarde. Gebruik de aangegeven eenheden en het geldigheidsgebied. Combineer tabellen door gelijke categorieën of tijdvakken bij elkaar te zoeken, ook als de rijen anders zijn geordend. Voor een voorraad geldt: eindvoorraad = beginvoorraad + erbij − eraf. De eindvoorraad van een tijdvak is de beginvoorraad van het volgende tijdvak. Voorbeeld 1.3A, blz. 98

4 **Drie dagen**

Een club ontvangt maandag 14 inschrijvingen. Dinsdag zijn dat er 3 meer dan maandag. Woensdag zijn er 4 minder dan dinsdag.

a Maak een tabel met voor maandag, dinsdag en woensdag het aantal inschrijvingen.

5 Reparaties plannen

Een reparatiepunt begint maandag met 5 nog te repareren apparaten. Maandag komen er 18 bij en worden er 12 gerepareerd. Dinsdag komen er 22 bij en worden er 20 gerepareerd. Er verdwijnen geen apparaten op een andere manier. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

a Maak voor maandag een tabelrij met beginvoorraad, ontvangen, gerepareerd en eindvoorraad. Bereken de eindvoorraad door de ontvangsten op te tellen en de reparaties af te trekken.

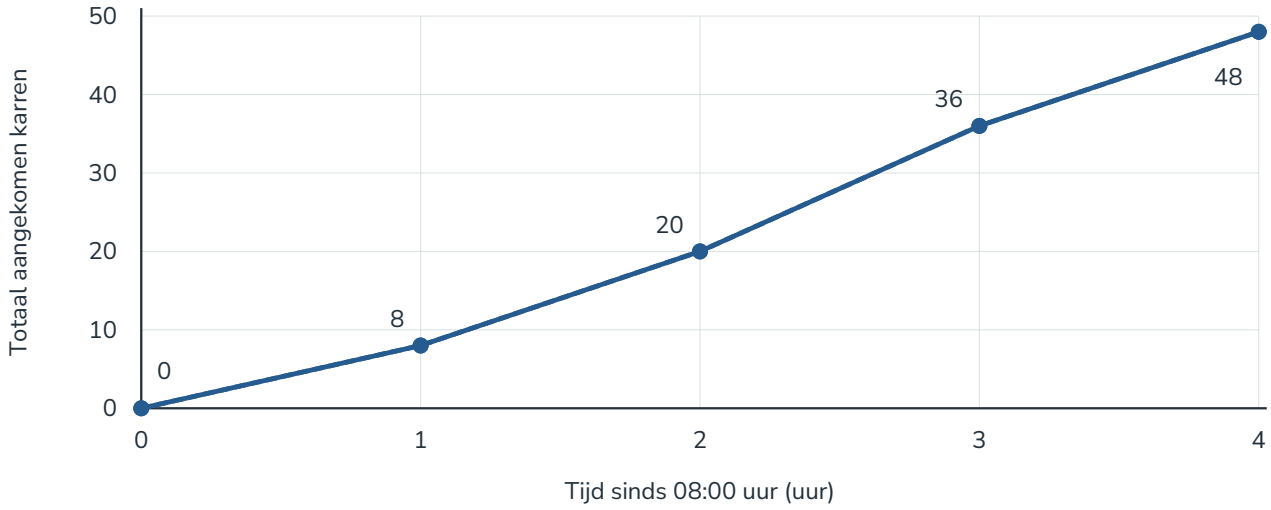
b Voeg dinsdag aan de tabel toe. Welke maandagwaarde wordt de beginvoorraad van dinsdag?

c Woensdag worden 16 apparaten ontvangen. Aan het einde van die dag zijn er nog 5 te repareren. Hoeveel apparaten zijn woensdag gerepareerd? Voeg de rij toe.

6 Karren in het magazijn

Om 08:00 uur staan er 25 karren in een magazijn. De grafiek geeft het totale aantal karren dat sinds 08:00 uur is aangekomen. De getallen bij de gemarkeerde punten geven de exacte aantallen aangekomen karren. Het totale aantal vertrokken karren is U = 10t, waarbij t de tijd in uren sinds 08:00 uur is. Deze formule geldt voor $0 \leq t \leq 4$. Er zijn geen andere veranderingen in de voorraad. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Aangekomen karren



a Maak uit de grafiek een tabel voor t = 0, 1, 2, 3 en 4 met het totale aantal aangekomen karren I.

b Voeg het totale aantal vertrokken karren U en de voorraad V aan je tabel toe.

c Op welk genoemd tijdstip is de voorraad het kleinst? Een medewerker leest bij t = 4 de waarde 48 af en noemt dat de voorraad. Leg uit wat hij verwart.

7 Pakketten voor een workshop

Een organisator berekent de materiaalkosten met M = 12 + 2,5n. Hierin is M het bedrag in euro en n het aantal pakketten. Het model geldt voor hele aantallen pakketten van 0 tot en met 8; de € 12 zijn vaste voorbereidingskosten.

a Maak een kostentabel voor 0, 2, 4, 6 en 8 pakketten.

b Op een berekening staat € 29,50. Hoeveel pakketten horen daarbij? Voeg deze combinatie aan je tabel toe.

c De organisator wil een kolom ‘gemiddelde totale kosten per pakket’ toevoegen. Leg uit waarom deze kolom bij n = 0 geen waarde kan krijgen en bereken de waarde bij n = 8.

8 Sets en losse onderdelen

Een school ontvangt sets voor een werkmiddag. De twee tabellen gebruiken dezelfde setcodes, maar de rijen staan anders. Een set bevat uitsluitend de genoemde losse onderdelen. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Setcode	Aantal sets
A	8
B	5
C	3

Setcode	Onderdelen per set
C	10
A	4
B	6

a Maak één tabel met per code het aantal sets, de onderdelen per set en het totale aantal onderdelen. Bereken ook het totaal van alle onderdelen.

b De school heeft minstens 100 onderdelen nodig en mag precies één extra set kiezen. Welke code voldoet? Onderbouw je keuze.

9 Een fietsenstalling

Een fietsenstalling bevat om 08:00 uur 10 fietsen. De tabellen geven het aantal fietsen dat in ieder tijdvak aankomt of vertrekt. De tijdvakken sluiten op elkaar aan en er zijn geen andere veranderingen. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Tijdvak	Aankomsten
08:00–10:00	24
10:00–12:00	35
12:00–14:00	28
14:00–16:00	13

Tijdvak	Vertrekken
12:00–14:00	32
08:00–10:00	18
14:00–16:00	27
10:00–12:00	23

a Maak één tabel met per tijdvak de beginvoorraad, de aankomsten, de vertrekken en de eindvoorraad.

b Op welk van de tijden 08:00, 10:00, 12:00, 14:00 en 16:00 uur staan de meeste fietsen in de stalling?

c De stalling heeft 30 plaatsen. Bewijst je tabel dat er de hele dag nooit meer dan 30 fietsen stonden? Leg uit met een mogelijke volgorde van aankomsten en vertrekken.

Tijdvak	Aankomsten	Vertrekken
09:00–11:00	17	12
11:00–13:00	9	18

d De volgende dag staan er om 09:00 uur 8 fietsen. Gebruik de laatste tabel om een tabel met het aantal fietsen om 09:00, 11:00 en 13:00 uur te maken.

Tabellen eerlijk vergelijken

Leerdoel

Ik kan tabellen vergelijken door categorieën, eenheden, tijdsperioden en groepstotalen gelijk te kiezen en gezamenlijke percentages te berekenen.

Theorie

Tabellen eerlijk vergelijken

Zorg voor een passende vergelijking Vergelijk dezelfde categorieën over dezelfde periode en in dezelfde eenheid. Een groter aantal betekent bij ongelijke groepstotalen niet altijd een groter aandeel. Voor een aandeel gebruik je het passende groepstotaal: percentage = $\frac{\text{aantal in de categorie}}{\text{totaal van de bijbehorende groep}} \times 100\%$. Om aantallen uit verschillende eenheden te vergelijken moet je ze eerst omrekenen.

Samenvoegen verandert de basis Als groepen elkaar niet overlappen en dezelfde categorie gebruiken, mag je de aantallen en groepstotalen optellen. Het gezamenlijke percentage is $\frac{\text{som van de aantallen in de categorie}}{\text{som van de groepstotalen}} \times 100\%$. Een gewoon gemiddelde van groepspercentages geeft bij ongelijke groepstotalen meestal niet het gezamenlijke percentage. De grotere groep telt zwaarder mee. Voorbeeld 1.3B, blz. 101

Onthoud: Kies dezelfde betekenis én de juiste basis voordat je getallen vergelijkt.

10 Twee uitleenlocaties

De tabel registreert per locatie hoeveel leden die maand minstens één voorwerp leenden. Elk lid telt eenmaal; de locaties hebben verschillende leden en dezelfde definitie van ‘geleend’. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Locatie	Ingeschreven leden	Leden die geleend hebben
Rivier	80	48

Locatie	Ingeschreven leden	Leden die geleend hebben
Bos	120	60

a Bij welke locatie hebben meer leden geleend? Welke groepstotalen heb je nodig om te bepalen waar het aandeel leners het grootst is?

10 Twee uitleenlocaties (vervolg)

De tabel registreert per locatie hoeveel leden die maand minstens één voorwerp leenden. Elk lid telt eenmaal; de locaties hebben verschillende leden en dezelfde definitie van ‘geleend’. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Locatie	Ingeschreven leden	Leden die geleend hebben
Rivier	80	48

Locatie	Ingeschreven leden	Leden die geleend hebben
Bos	120	60

b Bereken voor beide locaties het percentage leners en het verschil in procentpunten.

c Het aantal ingeschreven leden bij Bos blijft 120. Hoeveel extra leden moeten minstens één keer lenen om hetzelfde aandeel als Rivier te bereiken?

11 Twee energierapporten

Twee werkplaatsen meten hun elektriciteitsgebruik. Het eerste rapport geeft het totaal van week 1 in kWh; het tweede geeft het gemiddelde per dag van week 2 in Wh. Beide weken bestaan uit zeven gemeten dagen. 1 kWh = 1000 Wh. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Werkplaats	Weektotaal week 1 (kWh)
Noord	14
Zuid	21

Werkplaats	Daggemiddelde week 2 (Wh)
Zuid	2800
Noord	2200

a Maak een tabel met voor beide werkplaatsen het weektotaal in kWh voor week 1 en week 2.

b Bij welke werkplaats is het gebruik toegenomen en bij welke afgenomen? Bereken de procentuele verandering, afgerond op één decimaal. Leg uit waarom je 2200 niet direct met 14 mag vergelijken.

12 Bezoekersgroepen

Een museum telt bezoekers in twee afzonderlijke tijdvakken. Iedere bezoeker komt in precies één tijdvak binnen. Volwassenen en kinderen zijn twee categorieën die samen alle bezoekers vormen. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Tijdvak	Volwassenen	Kinderen
Vroeg	28	12

Tijdvak	Volwassenen	Kinderen
Laat	84	36

a Vergelijk het aandeel kinderen in beide tijdvakken.

b Voor een derde tijdvak is alleen bekend dat er 150 bezoekers waren en dat 32% kind was. Maak voor dit tijdvak een tabel met de aantallen volwassenen, kinderen en totaal.

c Een verslag noemt het late tijdvak ‘kinderrijker’ omdat er driemaal zoveel kinderen waren als vroeg. Welke uitleg is juist als ‘kinderrijker’ een hoger aandeel kinderen betekent?

13 Het percentage voor een hele dag

Een helpdesk verdeelt de aanvragen van één dag in ochtend en middag. Iedere aanvraag hoort bij precies één van beide groepen. ‘Opgelost’ betekent dat de aanvraag op deze dag is afgerond. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Tijdvak	Aanvragen	Opgelost
Ochtend	80	72

Tijdvak	Aanvragen	Opgelost
Middag	120	84

a Vergelijk de percentages opgeloste aanvragen in ochtend en middag.

b Bereken het percentage opgeloste aanvragen voor de hele dag. Leg uit waarom het gemiddelde van de twee percentages uit a niet de juiste dagwaarde is.

c Aan het einde van de dag worden nog enkele middagaanvragen opgelost. Er komen geen nieuwe aanvragen bij. Hoeveel extra oplossingen zijn minimaal nodig om voor de hele dag 80% te halen?

14 Dezelfde grens gebruiken

Een sporthal rapporteert voor twee jaren de wachttijd bij de ingang. In ieder jaar is elke gemeten bezoeker in precies één van de twee wachttijdcategorieën opgenomen. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Wachttijd	Bezoekers 2025
Hoogstens 15 minuten	28
Meer dan 15 minuten	12
Totaal	40

Wachttijd	Bezoekers 2026
Hoogstens 10 minuten	30
Meer dan 10 minuten	20
Totaal	50

a Een verslag zegt: ‘In 2025 wachtte 70% kort; in 2026 was dat 60%. De wachttijden zijn dus verslechterd.’ Leg uit waarom de vergelijking geen geldige conclusie oplevert.

b Van de 20 bezoekers in 2026 met meer dan 10 minuten wachttijd wachtten er 9 hoogstens 15 minuten. Maak voor 2026 een tabel met dezelfde categorieën als in 2025.

c Een tweede verslag zegt: ‘Er wachtte één bezoeker minder langer dan 15 minuten, dus het aandeel daalde met één procentpunt.’ Verbeter deze conclusie.

15 Aanmeldingen en plaatsen

Twee groepen leerlingen kunnen aan een werkmiddag meedoen. Iedere leerling behoort tot precies één groep; iedere aanmelding is van een andere leerling uit die groep. Alleen aangemelde leerlingen krijgen een plaats. De twee tabellen beschrijven dezelfde werkmiddag. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Groep	Leerlingen	Aanmeldingen
A	50	35
B	150	90

Groep	Beschikbare plaatsen
B	75
A	40

a Maak één tabel met per groep het aantal leerlingen, het aantal aanmeldingen, het aantal beschikbare plaatsen en het aanmeldpercentage.

b Welke groep heeft het hoogste aanmeldpercentage? Bereken ook het aanmeldpercentage van beide groepen samen.

c Er komen 15 plaatsen bij. De bestaande plaatsen kunnen niet tussen de groepen worden verplaatst. Hoe moeten de nieuwe plaatsen worden verdeeld zodat alle aangemelde leerlingen een plaats krijgen?

16 Water voor maaltijden

Twee keukens registreren op dezelfde dag het water dat voor de bereiding van maaltijden wordt gebruikt. In beide tabellen geldt dezelfde meetmethode. 1 m^3 = 1000 liter. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Keuken	Watergebruik
Noord	35 liter
Zuid	0,084 m^3

Keuken	Maaltijden
Zuid	280
Noord	70

a Vergelijk het watergebruik per maaltijd in liter. Welke keuken gebruikt per maaltijd het minst?

b Bereken voor beide keukens samen het watergebruik per maaltijd. Een medewerker neemt het gemiddelde van de twee waarden uit a. Leg uit waarom dat hier niet klopt.

1.4 Grafieken lezen, tekenen en beoordelen

Leerdoel

Ik kan waarden, grensmomenten en kenmerken uit een grafiek aflezen met de juiste schaal en eenheid.

Theorie

Aflezen en interpreteren

Van as naar betekenis Lees eerst wat elke as voorstelt en welke eenheid erbij hoort. Gelijke afstanden op één as staan voor gelijke toenamen. Om bij een horizontale waarde de verticale waarde te vinden, ga je naar de grafiek en vervolgens naar de verticale as. Andersom kun je bij één verticale waarde soms meer dan één horizontale waarde vinden.

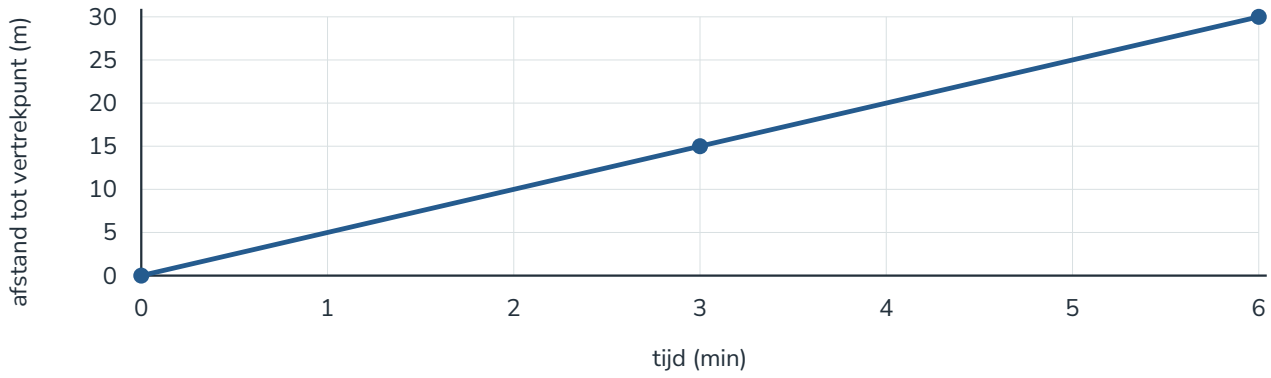
Punten, lijnstukken en schattingen Een horizontaal stuk geeft een constante waarde; een stijgend of dalend stuk een toe- of afname. Afstand tot het vertrekpunt is niet de totale afgelegde weg. Exacte puntlabels en roosterkruisingen lees je exact; tussenwaarden schat je, tenzij een model exact rekenen toelaat. Verbind punten alleen als de context of aanname dat toestaat. Lees niet buiten het gegeven gebied. Voorbeeld 1.4A, blz. 104

Onthoud: Lees schaal en eenheid; geef een afleesschatting niet meer cijfers dan de grafiek ondersteunt.

1 Een punt lezen

De grafiek is een oefenmodel van een beweging. De lijn verbindt de aangegeven punten.

Verplaatsing

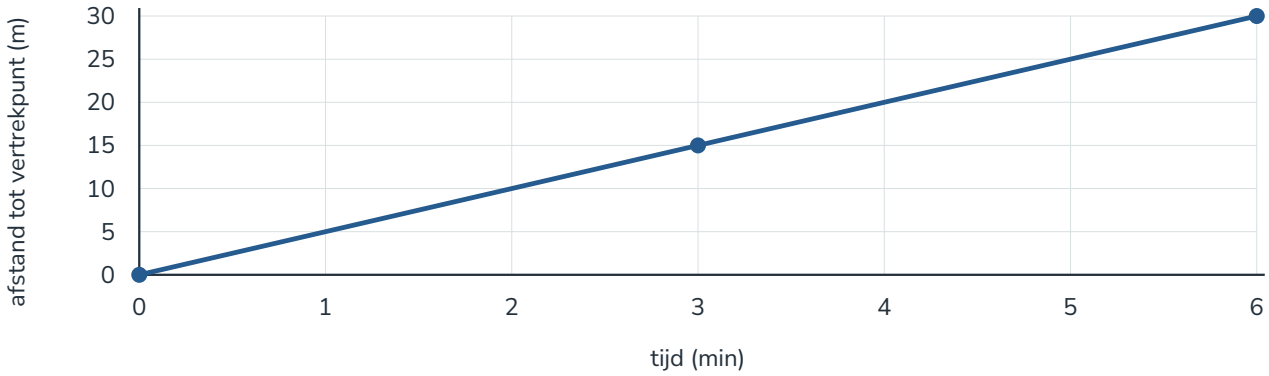


a Welke coördinaten heeft het middelste aangegeven punt?

1 Een punt lezen (vervolg)

De grafiek is een oefenmodel van een beweging. De lijn verbindt de aangegeven punten.

Verplaatsing

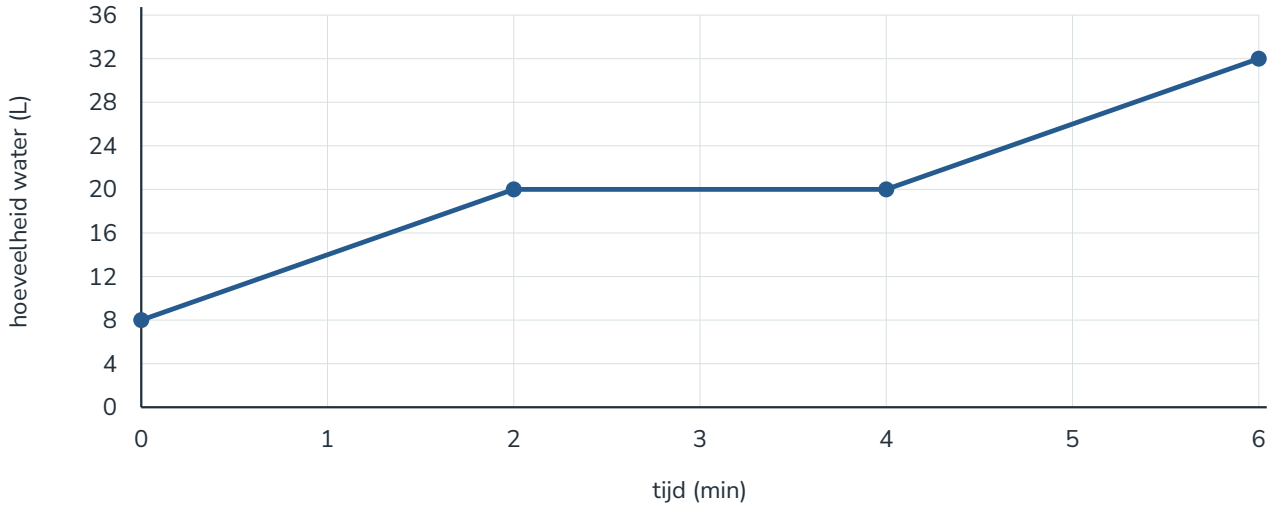


b Wat betekenen die twee getallen in deze grafiek?

2 Vullen en wachten

Deze fictieve proefgegevens zijn voor de oefening samengesteld. Tussen de aangegeven punten verandert de hoeveelheid gelijkmatig. Gebruik alleen 0 tot en met 6 minuten. Lees hoeveelheden op hele liters en tijden op tienden van een minuut; een afwijking van 1 L of 0,2 min is aanvaardbaar.

Hoeveelheid in een vat



a Ga bij 3 minuten verticaal naar de grafiek. Hoeveel water zit er dan in het vat?

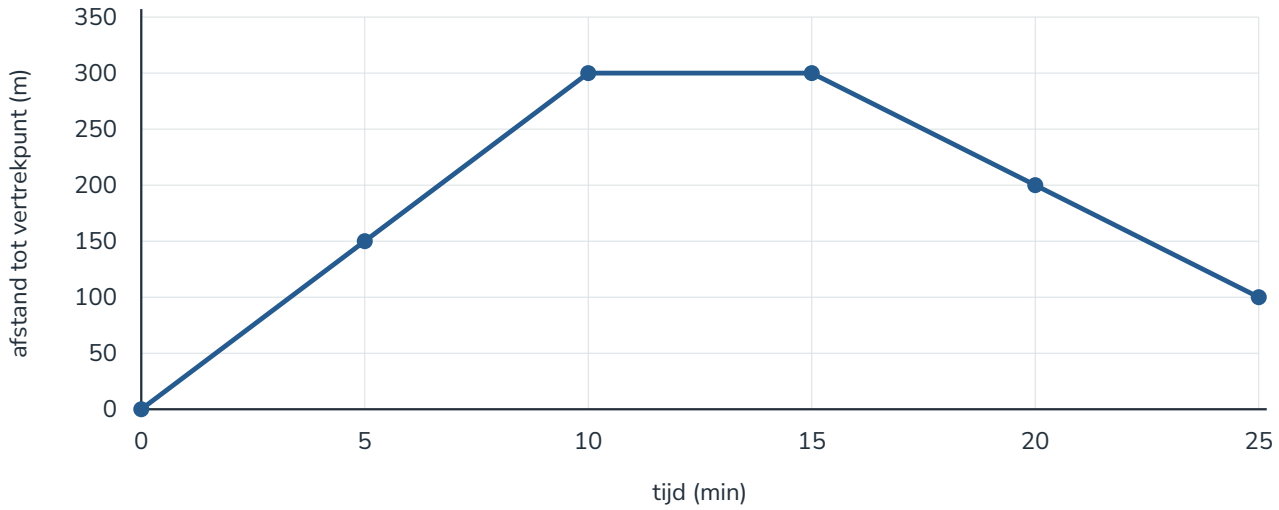
b Begin nu bij 28 L op de verticale as. Na hoeveel minuten wordt die hoeveelheid bereikt?

c Tijdens welke periode verandert de hoeveelheid niet? Hoeveel water komt er in de hele proef netto bij?

3 Ook de terugweg telt

Een kar rijdt op één recht pad, staat even stil en keert daarna terug. De fictieve gegevens zijn voor deze oefening samengesteld. De verticale as geeft afstand tot het vertrekpunt, niet de totale afgelegde weg. Tussen de aangegeven punten verloopt de beweging gelijkmatig. Lees tijden op halve minuten; afwijkingen tot 0,5 min zijn aanvaardbaar.

Een kar op een recht pad



a Wat is de grootste afstand tot het vertrekpunt, en gedurende welke periode heeft de kar die afstand?

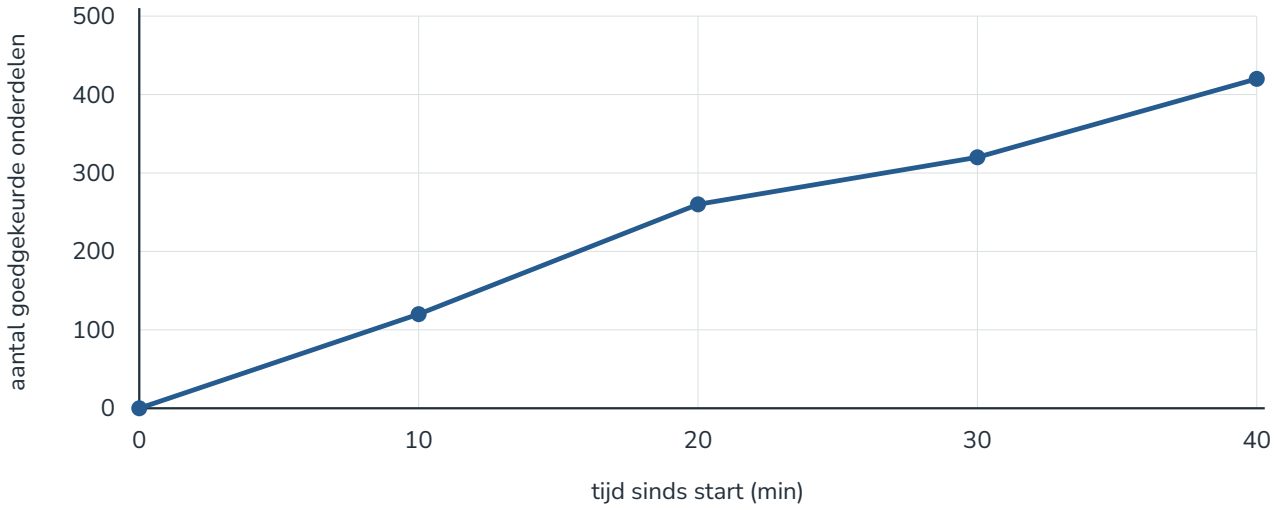
b Op welke twee tijdstippen is de kar 200 m van het vertrekpunt? Geef schattingen op halve minuten.

c Hoeveel minuten achter elkaar is de kar minstens 150 m van het vertrekpunt?

4 Een productieopdracht

De fictieve grafiekgegevens zijn voor de oefening samengesteld. Het aantal goedgekeurde onderdelen wordt opgeteld vanaf de start; de lijnen tussen de punten zijn een model van gelijkmatige productie per interval. De machine verbruikt 0,8 kWh per uur en wordt door twee medewerkers bediend. Een bestelling vraagt 300 goedgekeurde onderdelen. Gebruik alleen 0 tot 40 minuten. Lees tijden op hele minuten, met een aanvaardbare afwijking van 1 min.

Goedgekeurde onderdelen



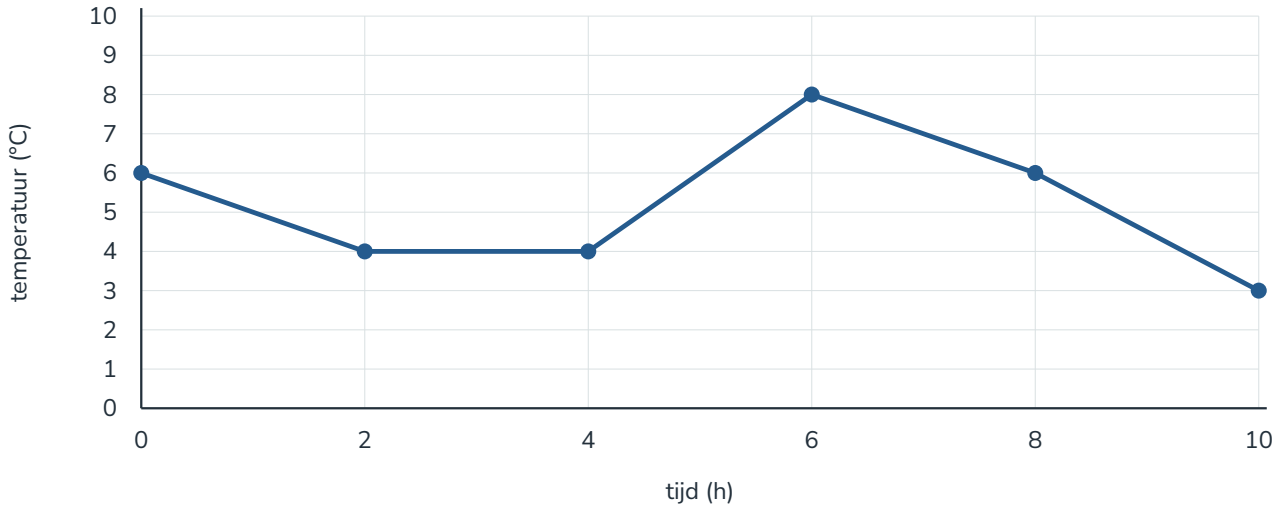
a Kan de bestelling binnen 25 minuten klaar zijn volgens dit model? Onderbouw je antwoord met het benodigde tijdstip.

b In welk aangegeven interval van 10 minuten worden de minste onderdelen goedgekeurd? Geef het aantal.

5 Twee geschikte perioden

Voor een fictieve technische proef zijn de gegevens samengesteld. De proef is alleen geschikt zolang de temperatuur hoogstens 5 °C is. Tussen aangegeven punten verandert de temperatuur gelijkmatig. Het model geldt van 0 tot 10 uur. Lees temperaturen op halve graden en tijden op tienden van een uur. Een afwijking van 0,5 °C of 0,2 h per grens is aanvaardbaar.

Temperatuur tijdens een proef



a Wat is de temperatuur na 7 uur?

b Gedurende welke twee perioden is de proef geschikt? Hoeveel uur zijn die perioden samen? Rond je totale tijd af op één decimaal.

c Een medewerker wil uit deze grafiek de temperatuur na 12 uur aflezen. Kan dat? Geef een reden.

Een grafiek maken

Leerdoel

Ik kan een passende grafiek tekenen bij een eenvoudige tabel of tekst en de gemaakte keuzes controleren.

Theorie

Een grafiek maken

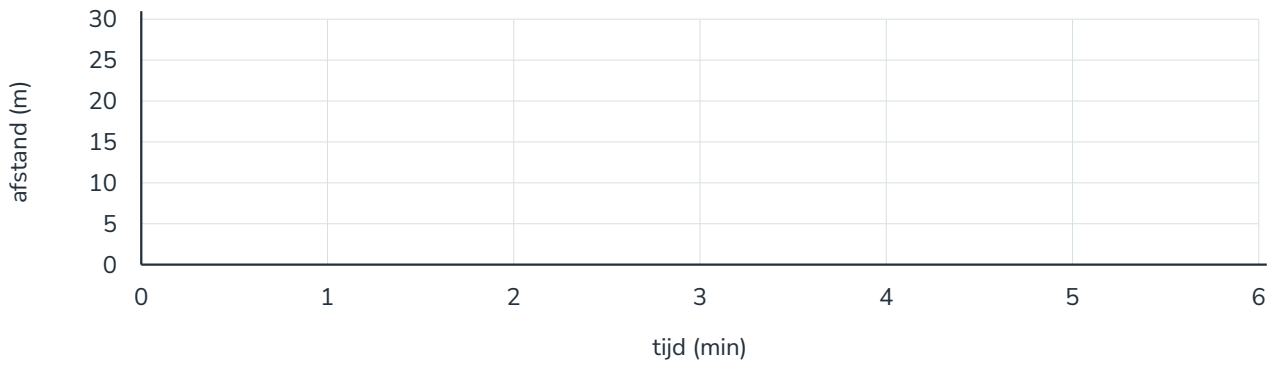
Punten en een verloop tekenen Zet de onafhankelijke grootheid horizontaal. Geef assen grootheid, eenheid, gelijke schaalstappen en passend bereik. Een tabelrij geeft (x, y): horizontale, verticale waarde. Zoek in tekst beginwaarde en veranderingsmomenten. Teken bij onbekend verloop losse punten. Verbind gelijkmatige verandering met rechte lijnstukken; teken constant verloop horizontaal. Controleer gegevens en geldigheidsgebied. Een berekend modelpunt is geen extra meting. Voorbeeld 1.4A, blz. 104

6 Punten plaatsen

Gebruik de tabel en het rooster. Dit zijn losse oefenpunten; verbind ze niet.

tijd (min)	afstand (m)
1	5
3	15
5	25

Werkrooster



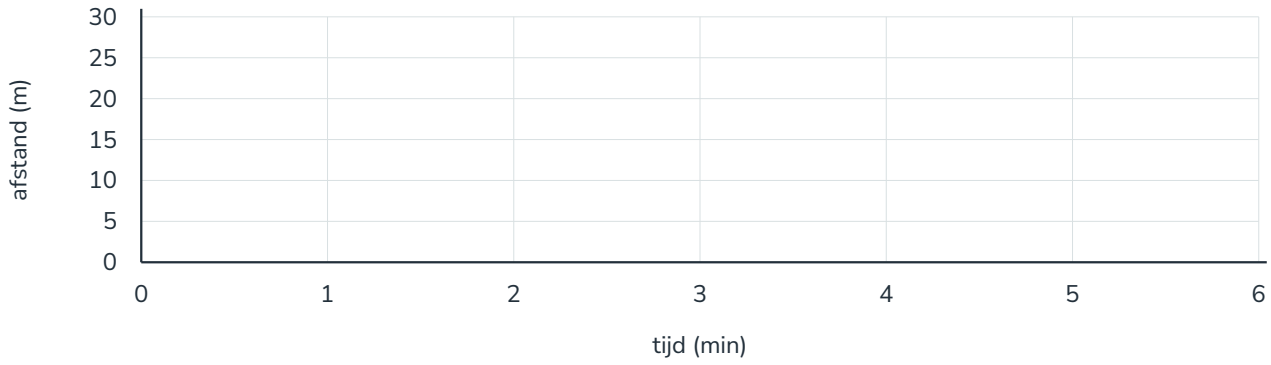
a Teken de drie tabelpunten in het rooster.

6 Punten plaatsen (vervolg)

Gebruik de tabel en het rooster. Dit zijn losse oefenpunten; verbind ze niet.

tijd (min)	afstand (m)
1	5
3	15
5	25

Werkrooster



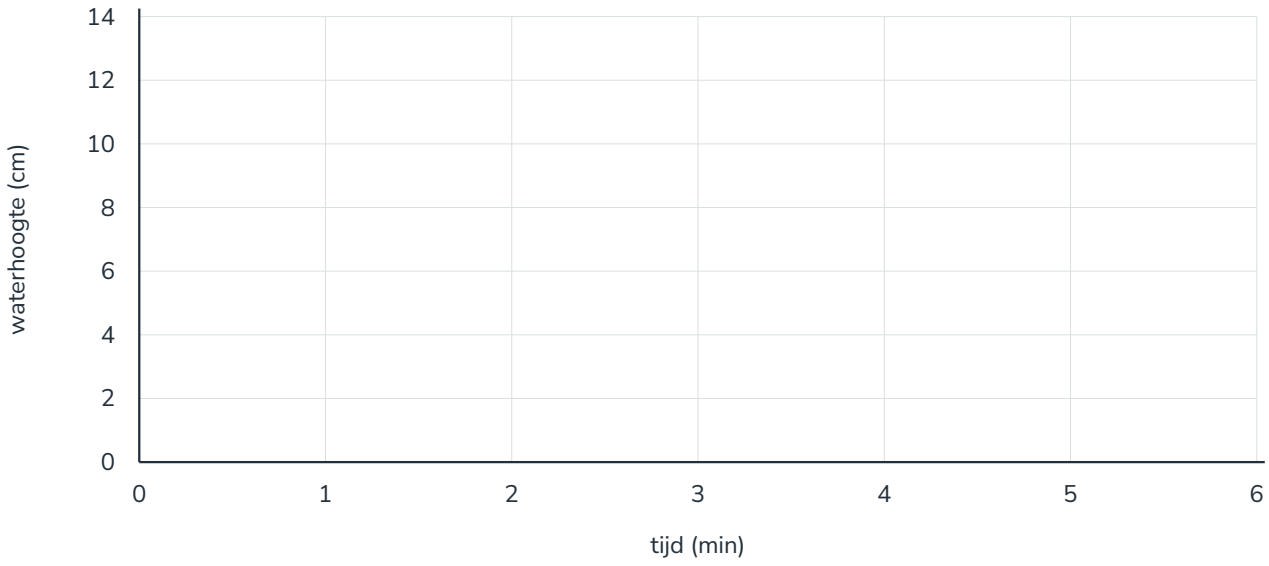
b Een leerling schrijft voor de laatste rij (25, 5). Welke coördinaat is juist? Leg uit.

7 Een grafiek uit een tabel

De fictieve meetgegevens zijn voor de oefening samengesteld. In een proef daalt de waterhoogte. Neem aan dat de hoogte tussen twee meetmomenten gelijkmatig verandert. Het model geldt alleen van 0 tot 6 min. Het rooster heeft al passende assen. Lees een tijd op tienden van een minuut; een afwijking van 0,2 min is aanvaardbaar.

tijd (min)	waterhoogte (cm)
0	12
2	8
4	8
6	4

Werkrooster



a Zet eerst de vier meetpunten in het rooster. Verbind ze nog niet.

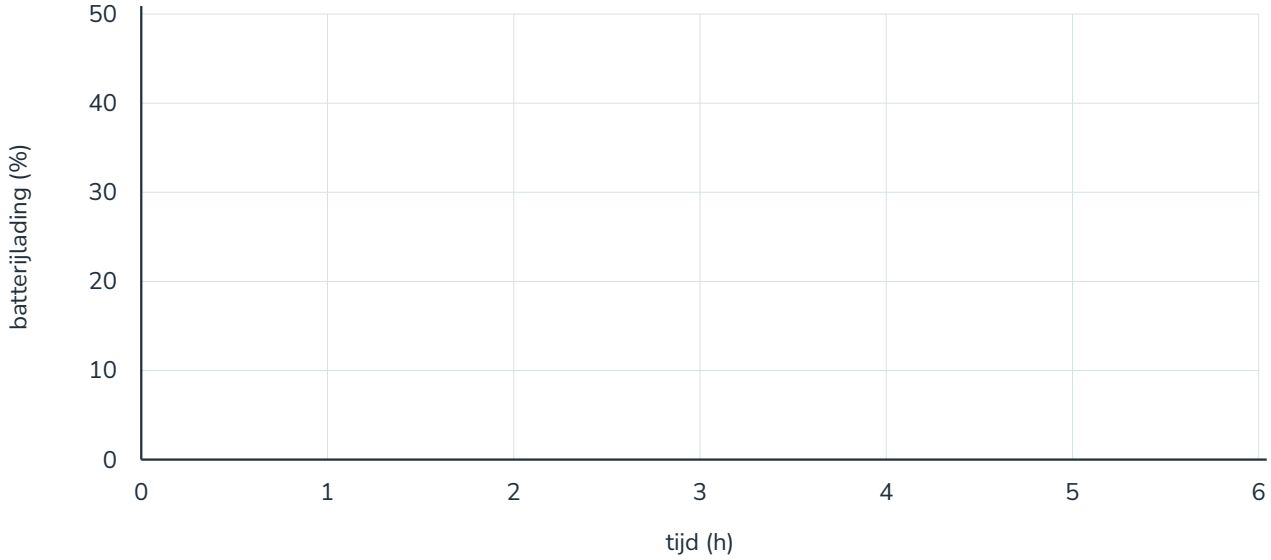
b Teken nu de volledige grafiek van het model. Welke verbindingen passen bij de aanname?

c Na hoeveel minuten is de waterhoogte 6 cm?

8 Een grafiek uit tekst

Een fictieve batterijproef is voor deze oefening beschreven. Bij de start is de lading 42%. Na 2 uur is die 30%. Tijdens de gehele proef van 0 tot 6 uur daalt de lading gelijkmatig. De proef eindigt na 6 uur. Lees tijden op tienden van een uur; een afwijking van 0,2 h is aanvaardbaar.

Werkrooster



a Teken de grafiek van de lading voor de gehele proef in het rooster.

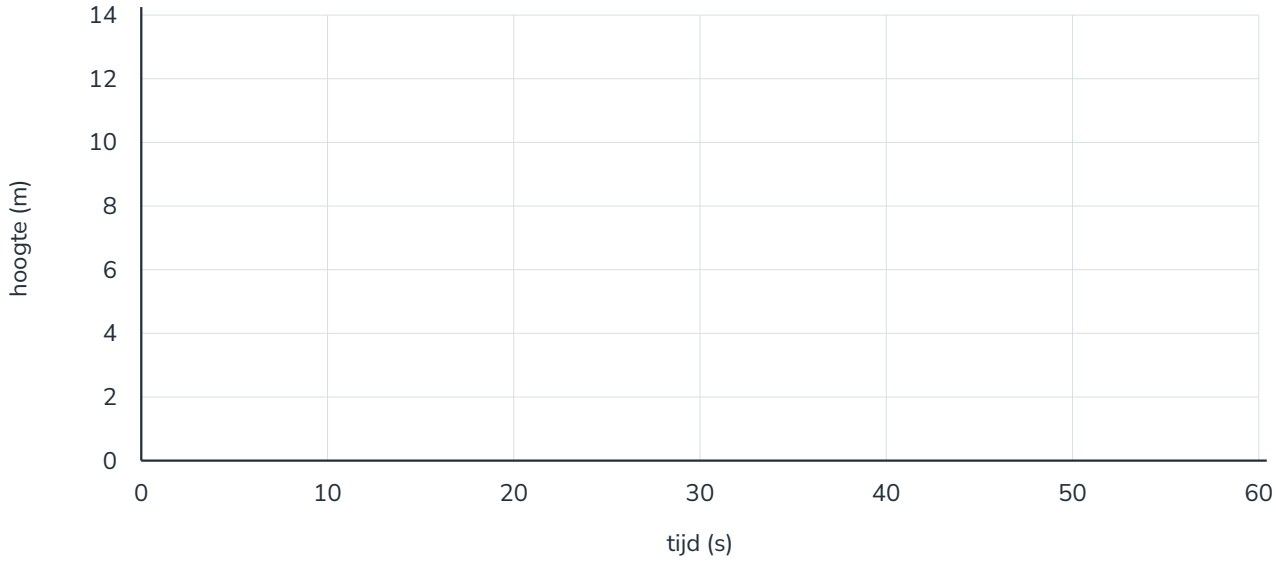
b Hoe lang vanaf de start blijft de lading minstens 18%?

c Een leerling tekent dezelfde lijn verder tot 8 uur. Is die uitbreiding door de gegevens verantwoord? Licht toe.

9 Een liftproef

Deze fictieve liftproef is voor de oefening beschreven. De lift start op hoogte 0 m. In 20 s stijgt hij gelijkmatig naar 12 m, waar hij 10 s stilstaat. In de volgende 10 s daalt hij gelijkmatig naar 4 m. Daar blijft hij stilstaan tot de proef bij 60 s eindigt. Lees tijden op hele seconden; een afwijking van 1 s is aanvaardbaar.

Werkrooster



a Teken de grafiek van de hoogte gedurende de volledige proef.

b Hoeveel meter legt de lift in totaal af? Leg uit waarom de eindhoogte daarvoor niet voldoende is.

c Tijdens welke periode is de lift minstens 8 m hoog? Geef de begin- en eindtijd op hele seconden.

Grafieken met elkaar vergelijken

Leerdoel

Ik kan twee grafieken of een grafiek en een tabel vergelijken bij dezelfde invoer en dezelfde eenheden.

Theorie

Grafieken met elkaar vergelijken

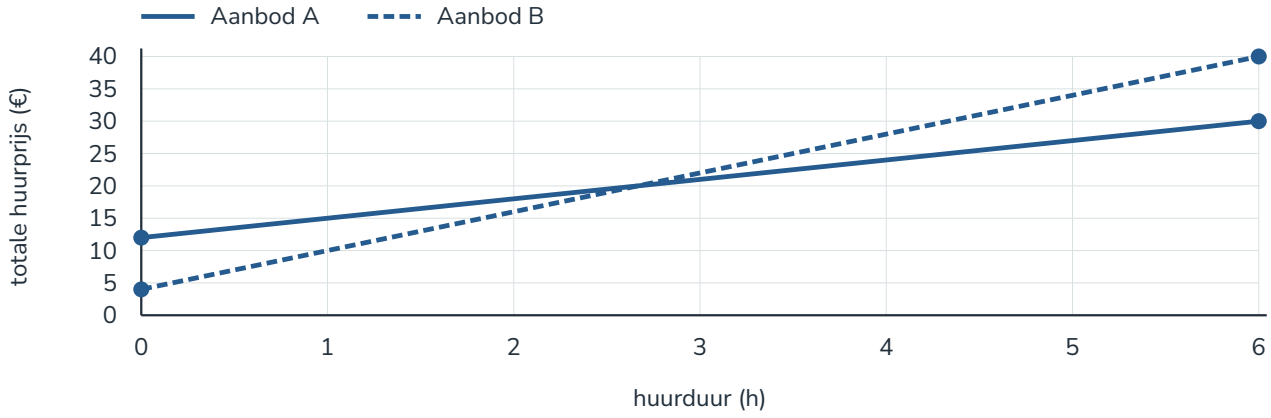
Eerlijk vergelijken Controleer of de horizontale grootheden, startmomenten en eenheden bij elkaar passen. Vergelijk verticale waarden bij dezelfde horizontale waarde. Bereken het verschil met de werkelijke waarden. Een hoger begin zegt op zichzelf niets over de volgorde op latere momenten.

Gelijk, hoger of lager In een gemeenschappelijk assenstelsel geeft een snijpunt dezelfde verticale waarde bij dezelfde horizontale waarde. De volgorde kan aan weerszijden veranderen. Vergelijk bij een tabel alleen bekende waarden of tussenwaarden waarvoor een passende aanname is gegeven. Gelijke begin- en eindwaarden hoeven geen gelijk verloop ertussen te betekenen. Voorbeeld 1.4B, blz. 107

10 Twee huurmodellen

Deze fictieve huurprijzen zijn voor de oefening samengesteld. Ze omvatten vaste kosten en gelden van 0 tot 6 uur. Tussen de punten veranderen ze gelijkmatig. Lees op hele euro's en 0,1 uur; marges van € 1 en 0,2 h zijn aanvaardbaar.

Totale huurprijzen

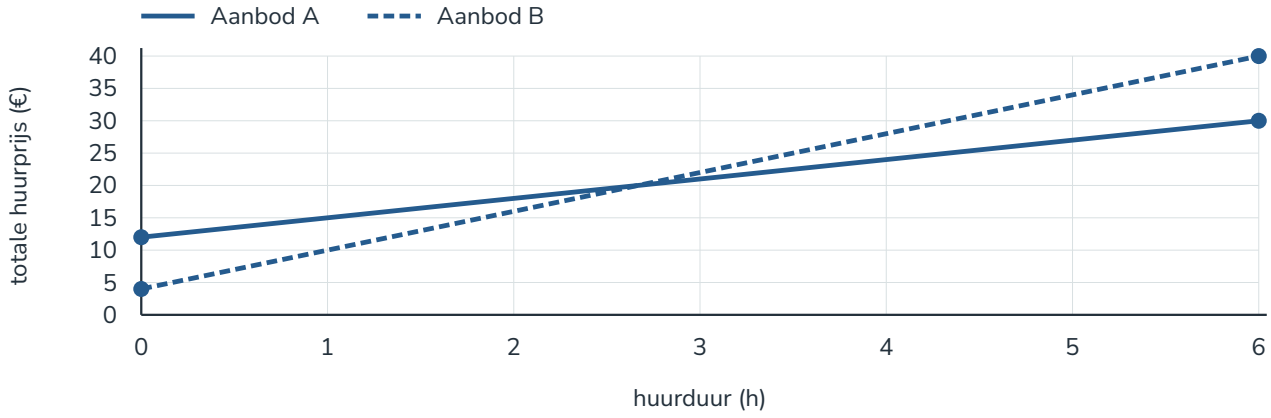


a Vergelijk beide prijzen bij dezelfde huurduur van 2 uur. Welk aanbod is voordeliger en hoeveel scheelt dat?

10 Twee huurmodellen (vervolg)

Deze fictieve huurprijzen zijn voor de oefening samengesteld. Ze omvatten vaste kosten en gelden van 0 tot 6 uur. Tussen de punten veranderen ze gelijkmatig. Lees op hele euro's en 0,1 uur; marges van € 1 en 0,2 h zijn aanvaardbaar.

Totale huurprijzen



b Lees het snijpunt af. Wat betekenen beide coördinaten?

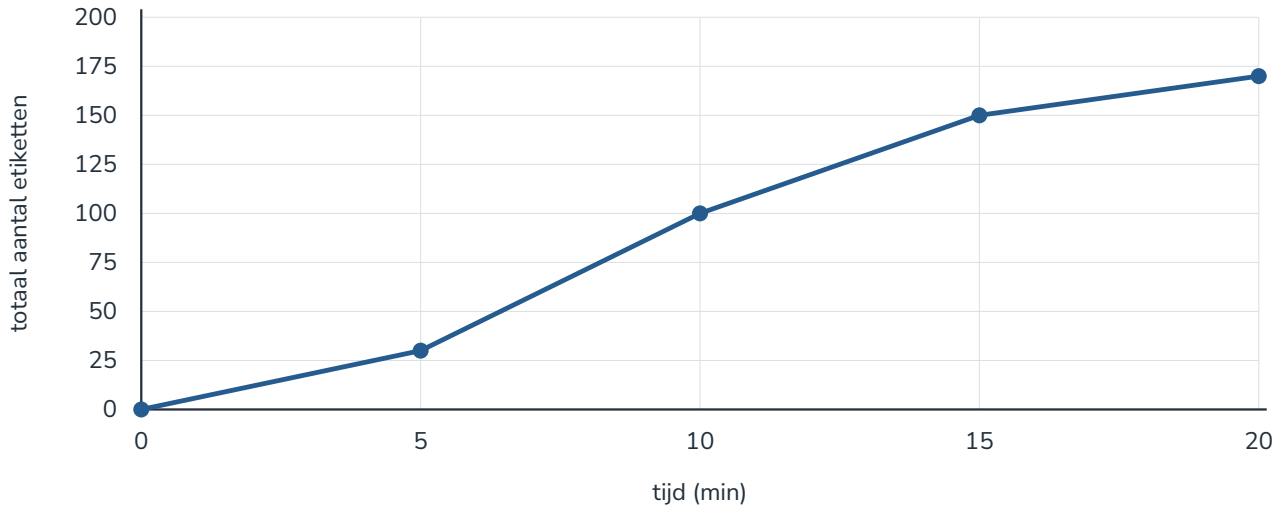
c Een leerling kiest altijd B omdat die grafiek lager begint. Geef met een andere huurduur een tegenvoorbeeld.

11 Grafiek naast tabel

De fictieve proefgegevens zijn voor deze oefening samengesteld. Twee printers maken dezelfde soort etiketten; de grafiek en de tabel geven het totale aantal vanaf dezelfde starttijd. Voor beide printers nemen we gelijkmatige productie tussen de meetmomenten aan. De proef duurt 20 min; daarna zijn geen gegevens beschikbaar. Lees tijden op halve minuten, met een aanvaardbare afwijking van 0,5 min.

tijd (min)	totaal aantal etiketten: B
0	0
5	45
10	90
15	135
20	180

Printer A



a Welke printer heeft na 10 minuten de meeste etiketten gemaakt? Geef het verschil.

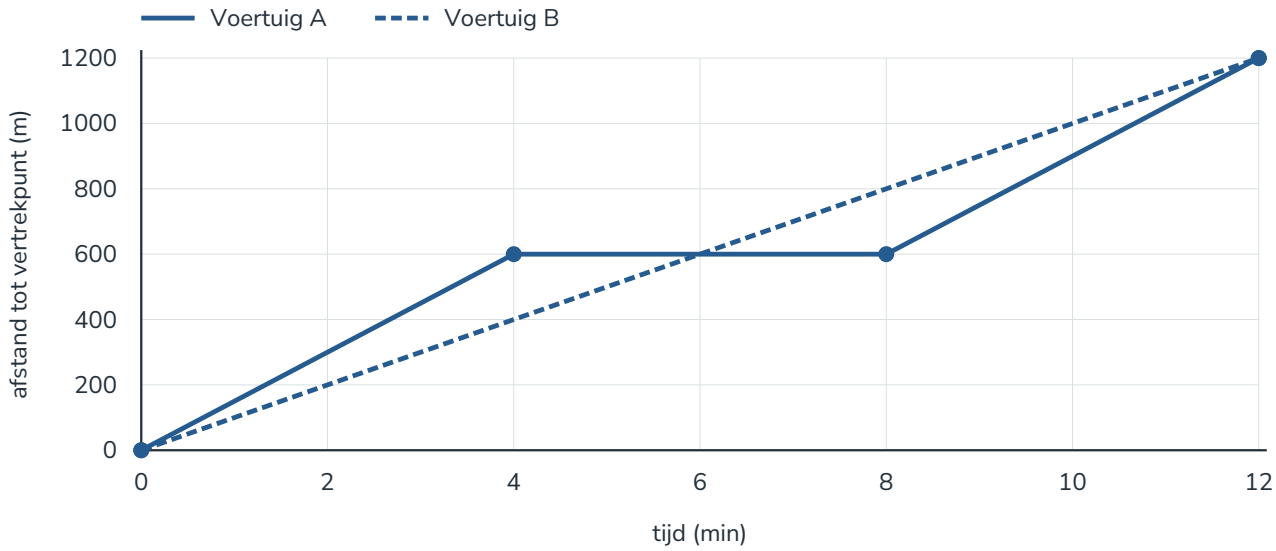
b Welke printer bereikt 150 etiketten het eerst? Schat voor beide printers het tijdstip op halve minuten.

c Een medewerker heeft uiterlijk na 20 minuten 180 etiketten nodig. Welke printer kan hij op basis van deze gegevens kiezen? Licht toe.

12 Samen starten en aankomen

Twee proefvoertuigen rijden dezelfde rechte route vooruit. De fictieve gegevens zijn voor de oefening samengesteld. Beide vertrekken tegelijk van hetzelfde punt. De getekende rechte lijnstukken beschrijven de volledige proef van 0 tot 12 min. Lees tijden op halve minuten, met een aanvaardbare afwijking van 0,5 min.

Afstanden tijdens twee ritten



a Welk voertuig is na 4 minuten verder van het vertrekpunt? Hoeveel meter scheelt het?

b Op welke tijdstippen zijn de afstanden gelijk? Wie is verder tussen die tijdstippen?

c Een leerling zegt: “Ze komen tegelijk aan, dus ze rijden tijdens de hele proef even snel.” Beoordeel dit met gegevens uit de grafiek.

De boodschap van een schaal

Leerdoel

Ik kan met werkelijke getallen uitleggen hoe een asstart, asbereik of schaalverdeling het beeld van een grafiek beïnvloedt.

Theorie

De boodschap van een schaal

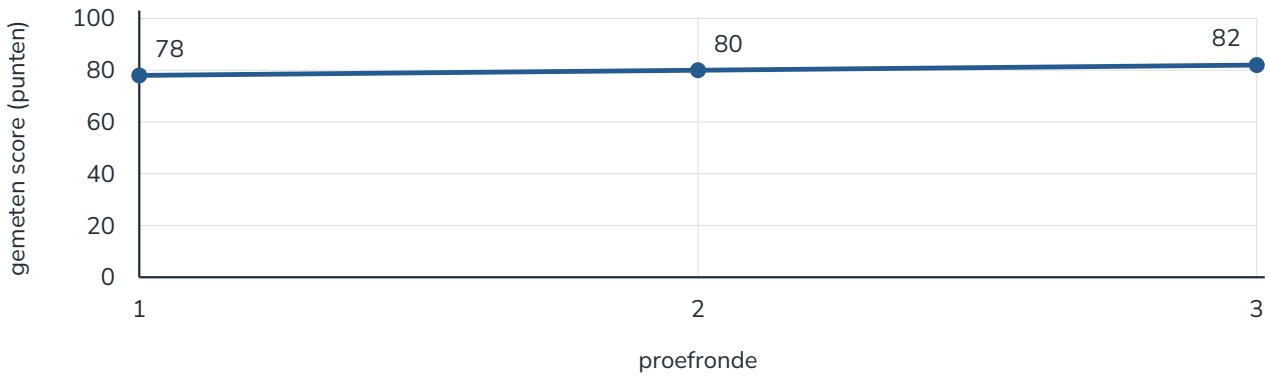
De gegevens en het beeld Een y-as boven nul kan kleine verschillen groot laten lijken. In even grote grafieken vult dezelfde verandering bij een kleiner y-asbereik een groter deel van de hoogte. Dat deel is verandering : y-asbereik. Een groter horizontaal tijdsbereik over dezelfde breedte drukt het bekende tijdvak samen en kan de lijn steiler laten ogen; de werkelijke verandering per tijdseenheid blijft gelijk.

Een schaal beoordelen Bereken verhoudingen en procentuele veranderingen met echte waarden, niet met afstanden boven een afgesneden asstart. Een afgesneden as is bruikbaar als de start duidelijk is en de conclusie past. Controleer welke gegevens buiten beeld vallen. Onderbouw je schaaloordeel met getallen. Voorbeeld 1.4B, blz. 107

13 Dezelfde cijfers, ander beeld

Deze fictieve scores zijn voor de oefening samengesteld. Beide grafieken tonen dezelfde gegevens en zijn even groot. De tweede y-as begint bij 70 punten; dat is geen nulpunt. De getallen bij de meetpunten zijn exacte oefengegevens.

Y-as van 0 tot 100

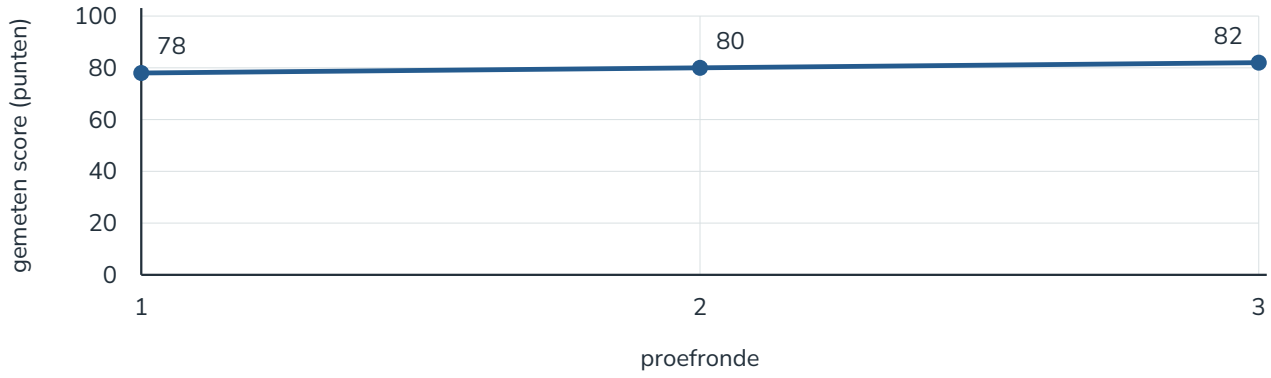


a Hoeveel punten stijgt de score van ronde 1 naar ronde 3? Hoeveel procent is dat ten opzichte van ronde 1? Rond af op één decimaal.

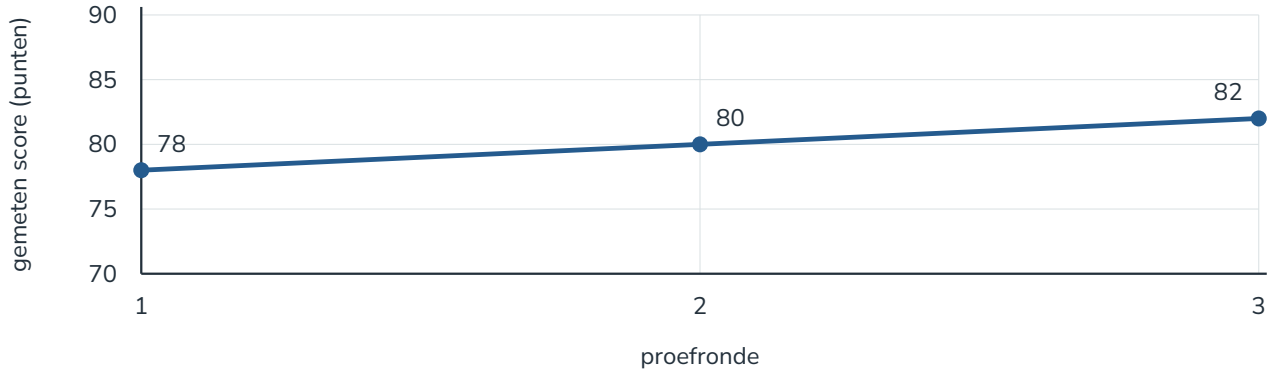
13 Dezelfde cijfers, ander beeld (vervolg)

Deze fictieve scores zijn voor de oefening samengesteld. Beide grafieken tonen dezelfde gegevens en zijn even groot. De tweede y-as begint bij 70 punten; dat is geen nulpunt. De getallen bij de meetpunten zijn exacte oefengegevens.

Y-as van 0 tot 100



Y-as van 70 tot 90

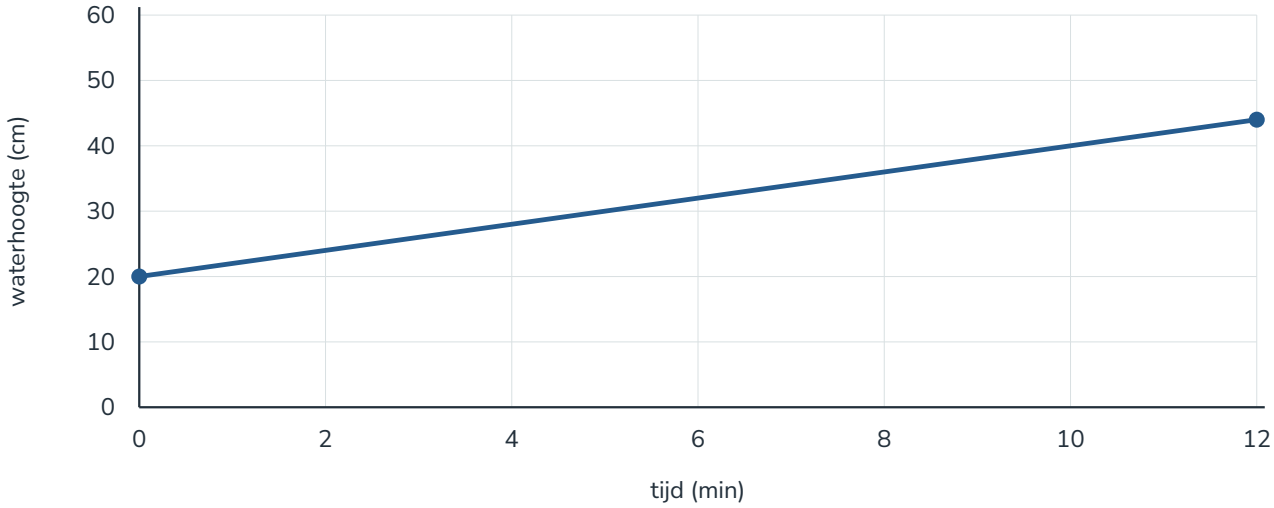


b Welk deel van de volledige grafiekhoogte neemt die stijging in elke grafiek in? Bereken waarom de stijging in de tweede grafiek groter oogt.

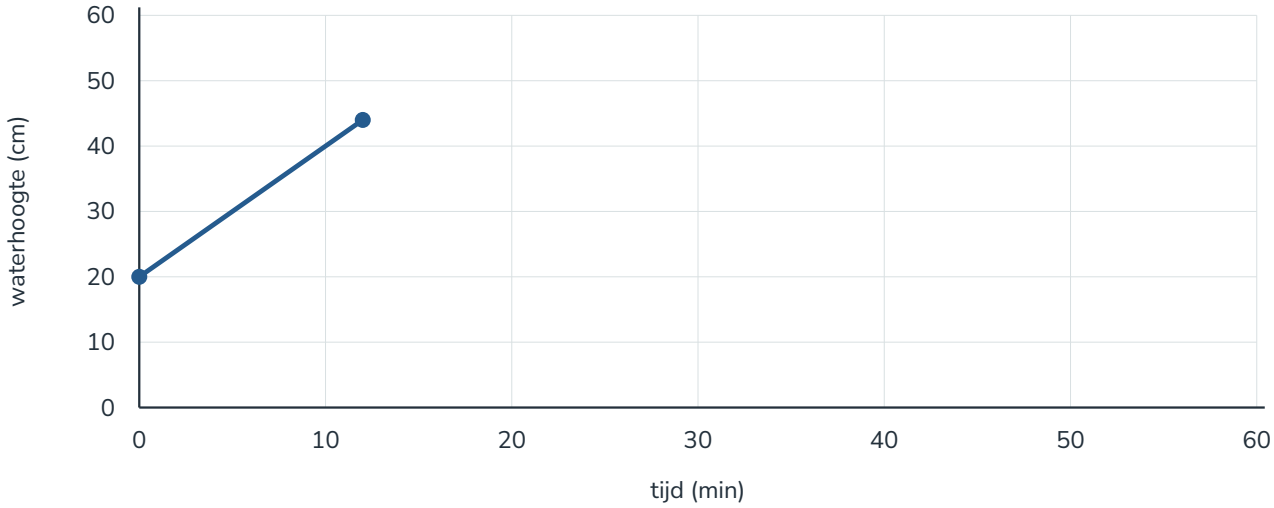
14 Ook de tijdas doet mee

De fictieve gegevens zijn voor deze oefening samengesteld. De waterhoogte stijgt gelijkmatig van 20 naar 44 cm tussen 0 en 12 min. Alleen dat tijdvak is bekend. Beide grafieken hebben dezelfde afmetingen en dezelfde verticale as; de tweede tijdas laat ook lege ruimte tot 60 min zien.

Tijdas van 0 tot 12



Tijdas van 0 tot 60



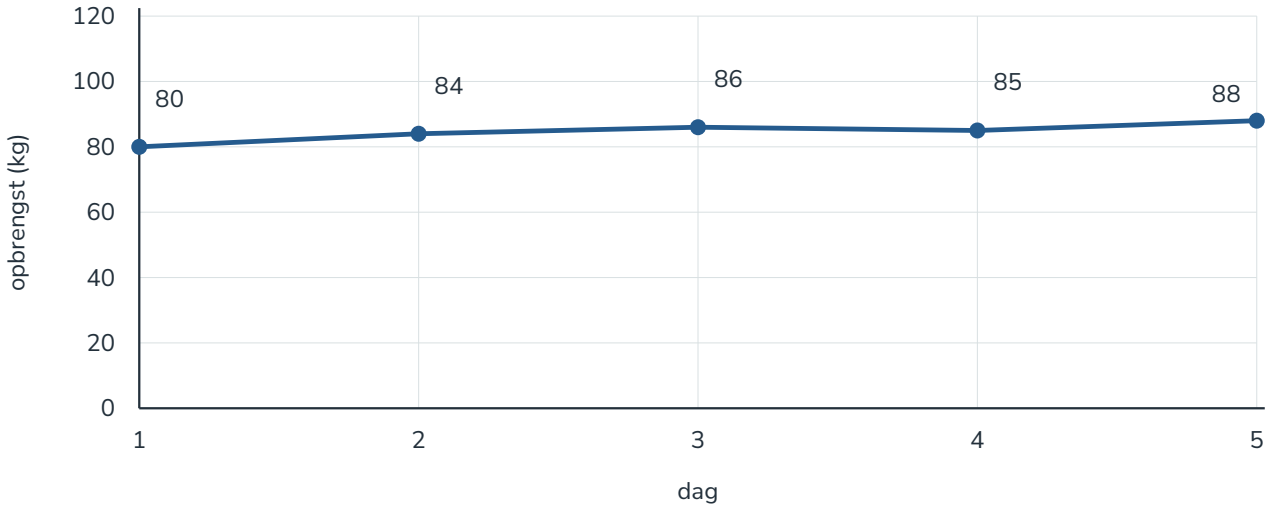
a Bereken de toename van de waterhoogte per minuut in het bekende tijdvak.

b In welke grafiek oogt de lijn steiler? Onderbouw met het deel van de grafiekbreedte dat het tijdvak van 12 minuten inneemt. Verandert daardoor de werkelijke toename per minuut?

15 Een grafiek voor een verslag

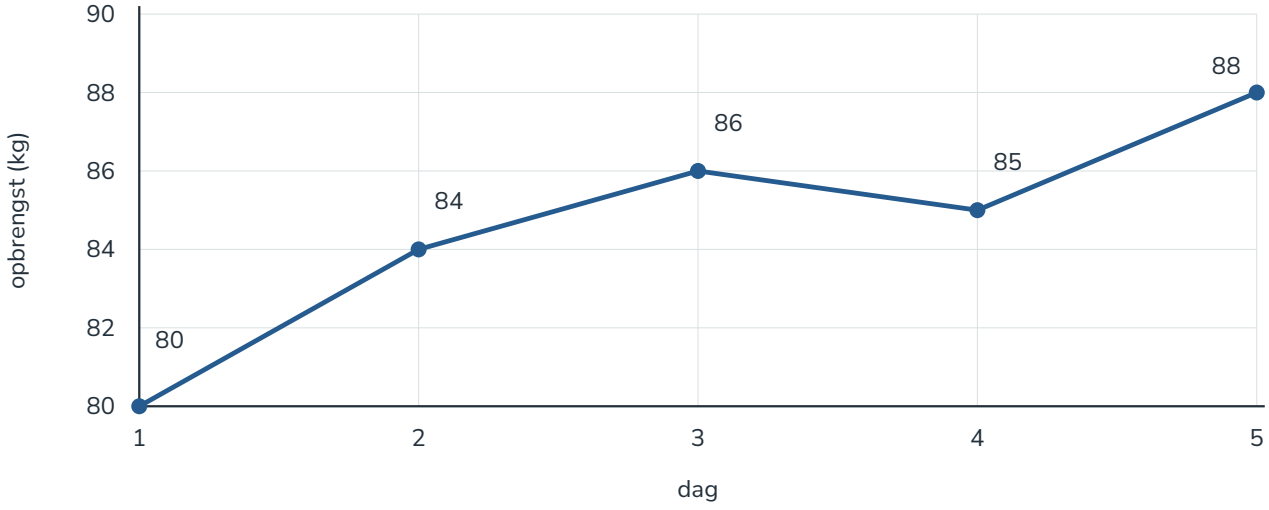
De fictieve proefopbrengsten zijn voor de oefening samengesteld. Beide grafieken tonen dezelfde vijf gegevens en zijn even groot. Rechte verbindingsstukken helpen het verloop tussen de dagen zien; er zijn geen tussenmetingen. Voor een nieuwe grafiek is de beschikbare binnenhoogte, van de laagste tot de hoogste y-aswaarde, 120 mm. De getallen bij de meetpunten zijn exacte oefengegevens.

Opbrengst: y-as 0 tot 120



a Een verslag noemt de opbrengst op dag 5 “10% hoger dan op dag 1”. Controleer dit met de werkelijke waarden.

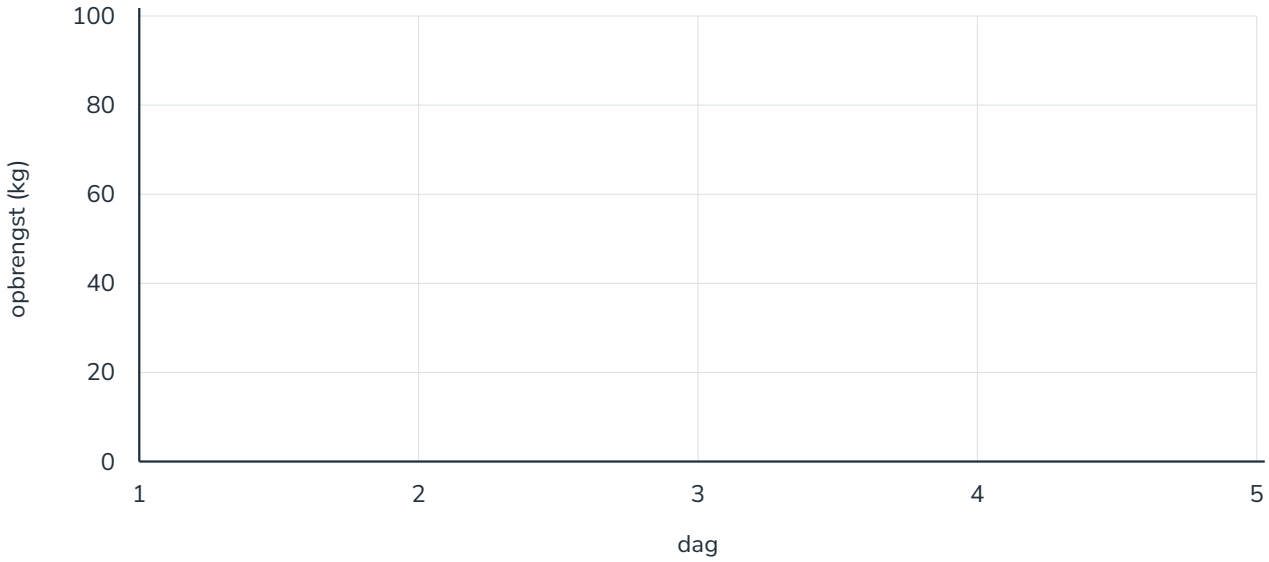
Opbrengst: y-as 80 tot 90



b De redacteur wil een y-as die bij 0 begint, alle gegevens toont én 1 kg als minstens 2 mm weergeeft. Past dat in 120 mm grafiekhoogte? Onderbouw met getallen.

15 Een grafiek voor een verslag (vervolg)

Werkrooster



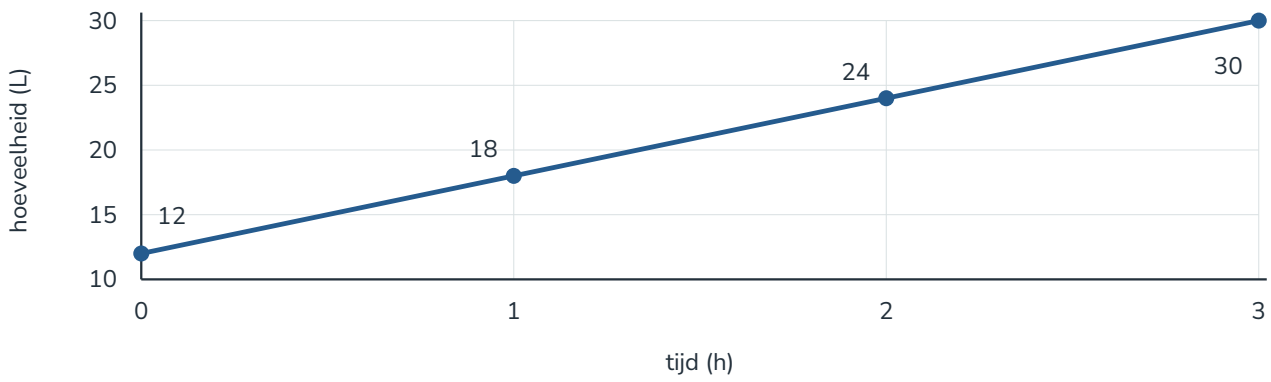
c Teken een nieuwe grafiek met een y-as van 0 tot 100 kg in het rooster. Leg uit wat daarmee beter zichtbaar wordt en wat minder goed zichtbaar wordt dan bij de y-as van 80 tot 90 kg.

16 Een conclusie herstellen

De fictieve meetgegevens zijn voor de oefening samengesteld. De grafiek heeft een y-as die bij 10 begint. Een leerling schrijft: “De hoeveelheid is na 3 uur tienmaal zo groot: de beginhoogte in de grafiek is 2 en de eindhoogte is 20.” Het gaat om werkelijk gemeten liters. Rechte lijnstukken verbinden de meetpunten. De getallen bij de meetpunten zijn exacte oefengegevens.

tijd (h)	hoeveelheid (L)
0	12
1	18
2	24
3	30

Y-as vanaf 10 L

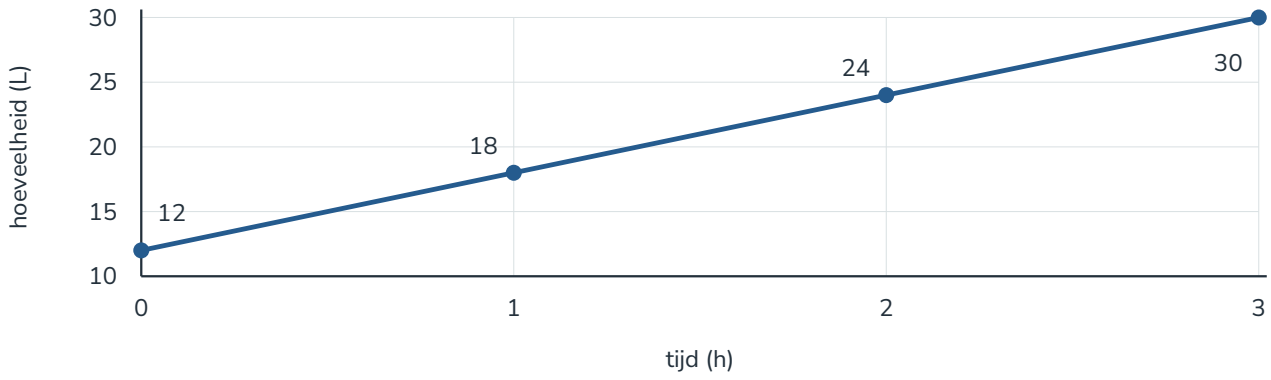


a Leg uit wat de leerling verkeerd vergelijkt. Hoeveel keer zo groot is de werkelijke hoeveelheid na 3 uur?

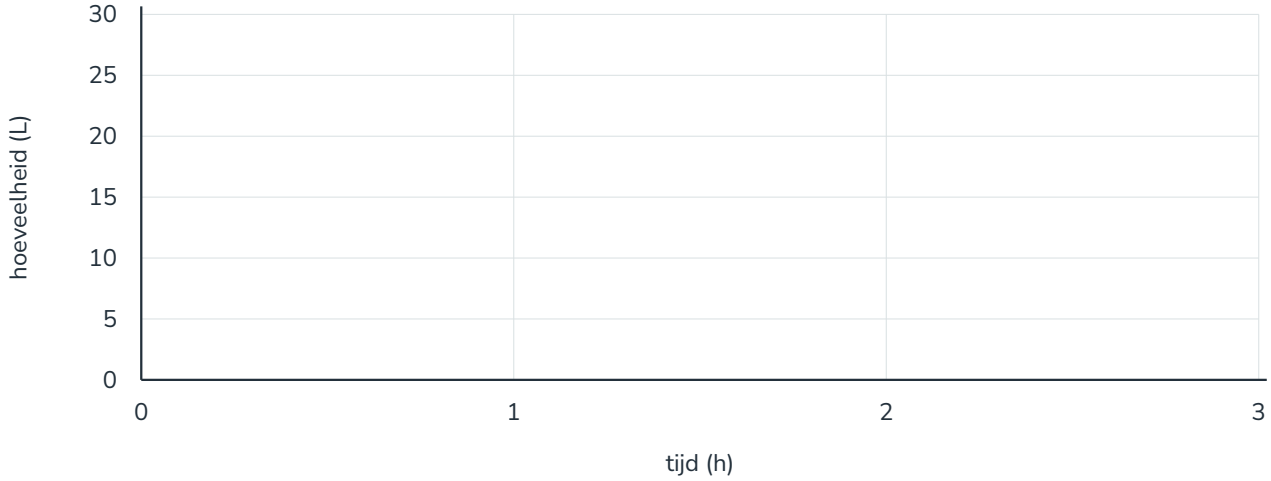
16 Een conclusie herstellen (vervolg)

tijd (h)	hoeveelheid (L)
0	12
1	18
2	24
3	30

Y-as vanaf 10 L



Werkrooster



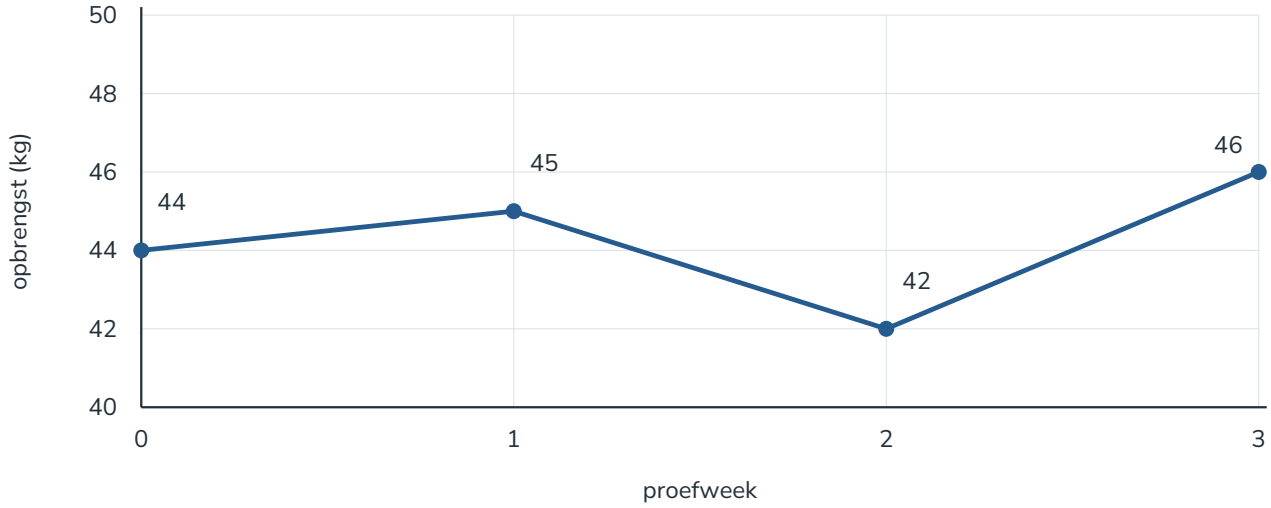
b Teken een grafiek met een y-as die bij 0 begint in het rooster, zodat de verhouding van de hoeveelheden beter te zien is.

c Is de oorspronkelijke grafiek met y-as vanaf 10 altijd onjuist? Noem een passende voorwaarde voor het gebruik ervan.

17 Nieuwe proefopbrengsten

De fictieve proefgegevens zijn voor deze oefening samengesteld. De grafiek toont de opbrengst aan het einde van vier proefweken; week 0 is de eerste meting. Rechte lijnstukken verbinden de meetpunten. De y-as begint bij 40 kg. De getallen bij de meetpunten zijn exacte oefengegevens.

Proefopbrengsten

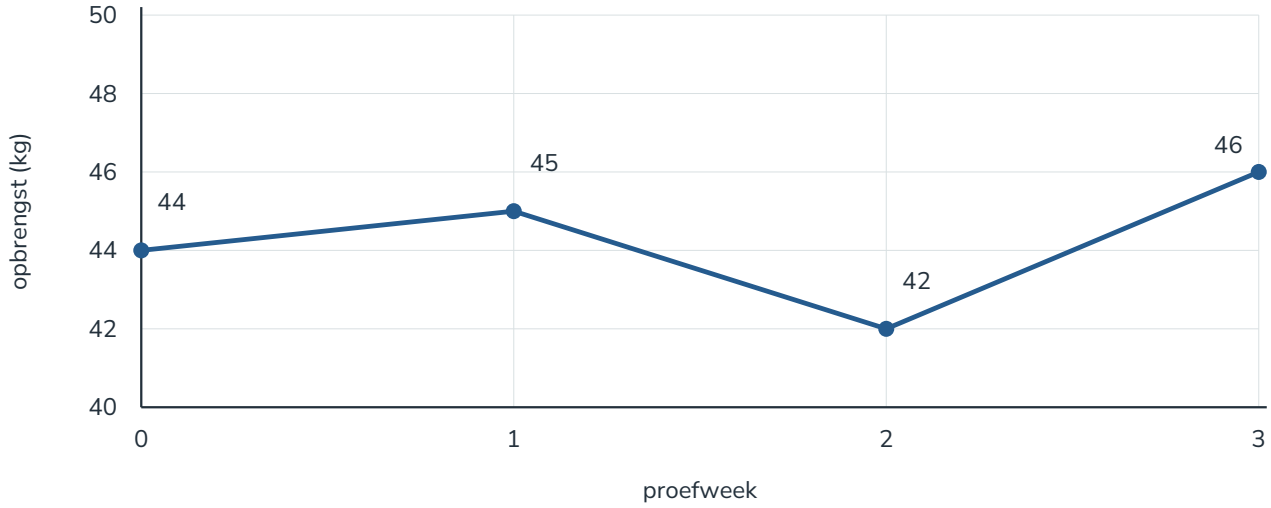


a Een leerling zegt: “Van week 0 tot week 3 stijgt de opbrengst met 50%, want de grafiekhoogte gaat van 4 naar 6.” Beoordeel de uitspraak. Geef de werkelijke procentuele verandering op één decimaal.

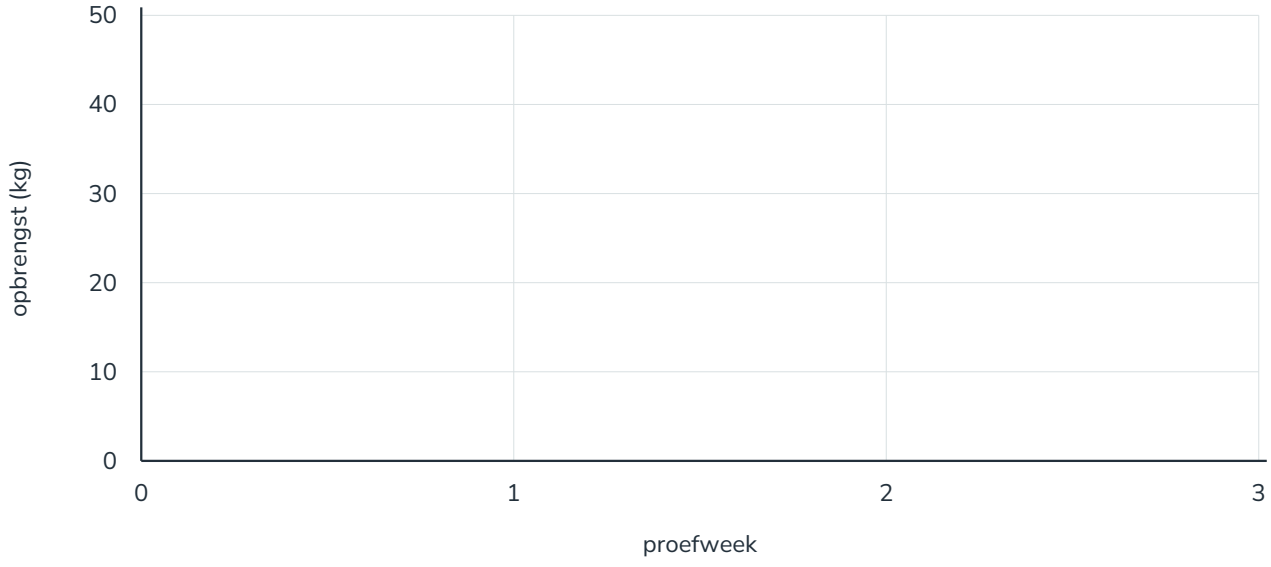
17 Nieuwe proefopbrengsten (vervolg)

De fictieve proefgegevens zijn voor deze oefening samengesteld. De grafiek toont de opbrengst aan het einde van vier proefweken; week 0 is de eerste meting. Rechte lijnstukken verbinden de meetpunten. De y-as begint bij 40 kg. De getallen bij de meetpunten zijn exacte oefengegevens.

Proefopbrengsten



Werkrooster



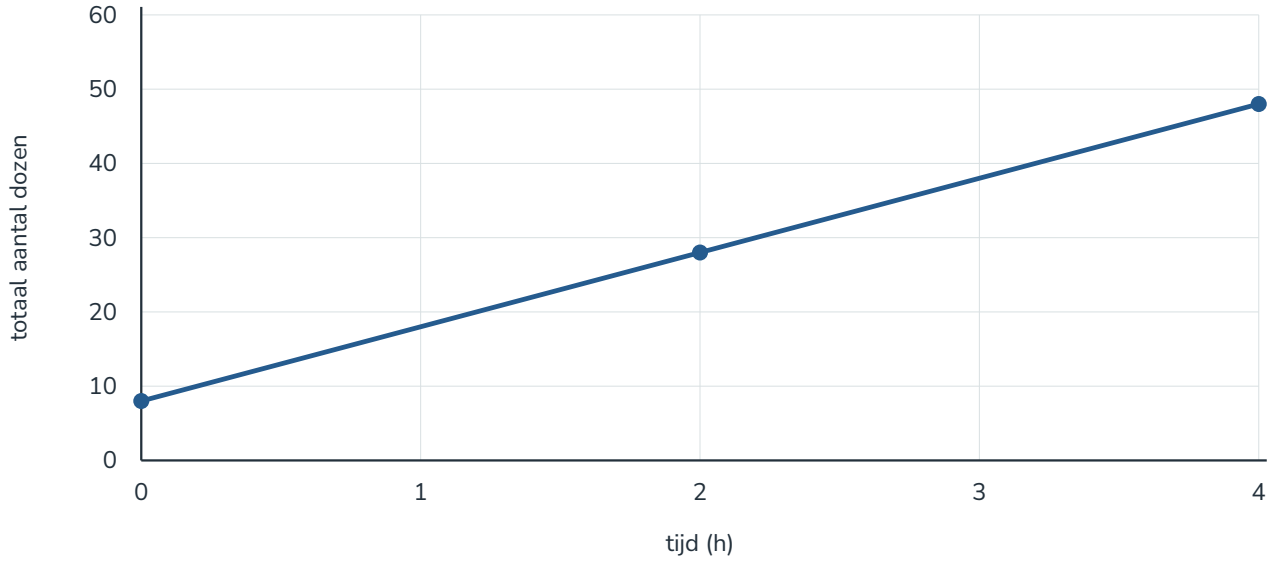
b Teken de gegevens opnieuw in het rooster met y-as van 0 tot 50 kg. Geef één reden waarom beide beelden zo verschillend lijken.

18 Twee nieuwe productielijnen

De fictieve productiegegevens zijn voor deze oefening samengesteld. Grafiek A en tabel B geven het totale aantal beschikbare dozen op dezelfde tijdstippen, inclusief de dozen die bij t = 0 al aanwezig zijn. Beide lijnen werken van 0 tot 4 uur. Neem voor beide lijnen gelijkmatige toename tussen de aangegeven meetmomenten aan. Lees tijden op tienden van een uur en aantallen op hele dozen; afwijkingen van 0,2 h of 1 doos zijn aanvaardbaar.

tijd (h)	totaal aantal dozen: B
0	18
2	30
4	42

Werkrooster met A



a Teken de grafiek van B bij die van A in het rooster. Wanneer zijn hun totalen gelijk, en hoeveel dozen heeft iedere lijn dan?

b Een verslag wil deze volledige proef van 0 tot 4 uur vergelijken met een y-as van 40 tot 50 dozen. Waarom is die keuze ongeschikt? Onderbouw met twee werkelijke waarden.

Gemengd oefenen

1 Een abonnement en een aandeel

Een abonnement kost €32 per maand. De prijs gaat 7,5% omhoog en daarna geldt 4% korting. Het aandeel jeugdleden stijgt van 30% naar 39%.

a Bereken de nieuwe maandprijs en de totale procentuele verandering.

b Bereken de verandering van het jeugdaandeel in procentpunten en procenten.

c Een ander abonnement kost na 12% korting €26,40. Bereken de oude prijs.

2 Een mengsel inkopen

Een mengsel bevat concentraat en water in verhouding 3 : 8. Er is 27,5 liter nodig. Het concentraat zit in flessen van 0,6 liter.

a Bereken de hoeveelheid concentraat en water.

b Bereken het minimale aantal flessen concentraat.

c Een pomp levert 1,25 liter per minuut. Reken dit om naar milliliter per seconde en bereken de vultijd voor 27,5 liter.

d Wat gebeurt met de berekende vultijd als je het debiet eerst afrondt op 21 $\frac{\text{mL}}{\text{s}}$?

3 Twee tabellen samenbrengen

De tabellen beschrijven dezelfde twee groepen in opeenvolgende jaren. In jaar 2 zijn de aantallen in tientallen personen.

Jaar 1	Personen
A	240
B	360

Jaar 2	Tientallen personen
B	45
A	30

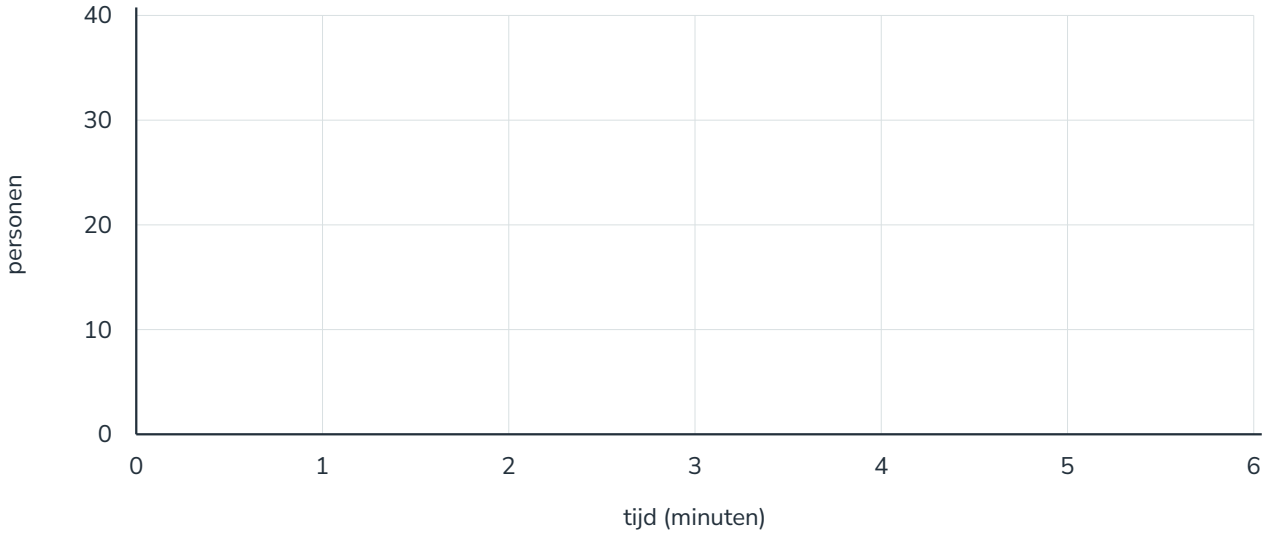
a Maak één tabel met voor beide jaren aantallen personen per groep en het totaal.

b Vergelijk de relatieve groei en het aandeel van groep A.

4 Een wachtrij in beeld

De tabel geeft de wachtrijlengte om de twee minuten. Verbind opeenvolgende punten met rechte lijnstukken.

Tijd (min)	0	2	4	6
Personen	18	30	24	12



a Teken de grafiek op het rooster.

b Hoeveel mensen staan er volgens deze grafiek na 3 minuten? Wanneer is de rij het langst?

c Een tweede rij heeft bij t=0,2,4,6 respectievelijk 20,26,28,16 personen. Wanneer is de eerste rij langer?

d Leg uit wat een verticale as van 10 tot 30 in plaats van 0 tot 40 doet met het beeld bij dezelfde tekenhoogte.

Gericht verder oefenen

5 **Herstel · De juiste basis**

Een ledenaantal stijgt van 320 naar 368.

a Bereken de stijging in procenten en de omgekeerde afname van 368 naar 320.

b Een bedrag van €184 is ontstaan na 8% afname. Reken terug en controleer.

6 **Herstel · Eenheden en hele aantallen**

Een rol lint bevat 12 meter. Voor elke van 75 pakketten is 38 cm nodig.

a Bereken de totale lengte in meters en het minimale aantal rollen.

b Waarom is 75×0,4 een minder nauwkeurige berekening?

7 **Herstel · Schaal en selectie**

Een tabel noteert aantallen in honderdtallen. Groep A heeft waarde 4,8 en groep B waarde 7,2.

a Geef de aantallen personen en bereken het aandeel van A.

b Een staafdiagram begint bij 400 en laat A=480 en B=720 zien. Welke waarschuwing hoort bij een vergelijking van de zichtbare staaflengten?

Nieuwe controle

8 Nieuwe controle · Rekenen

Een apparaat kost na 18% korting €287. Voor een klus zijn 24,6 liter vloeistof nodig, verpakt per 1,5 liter.

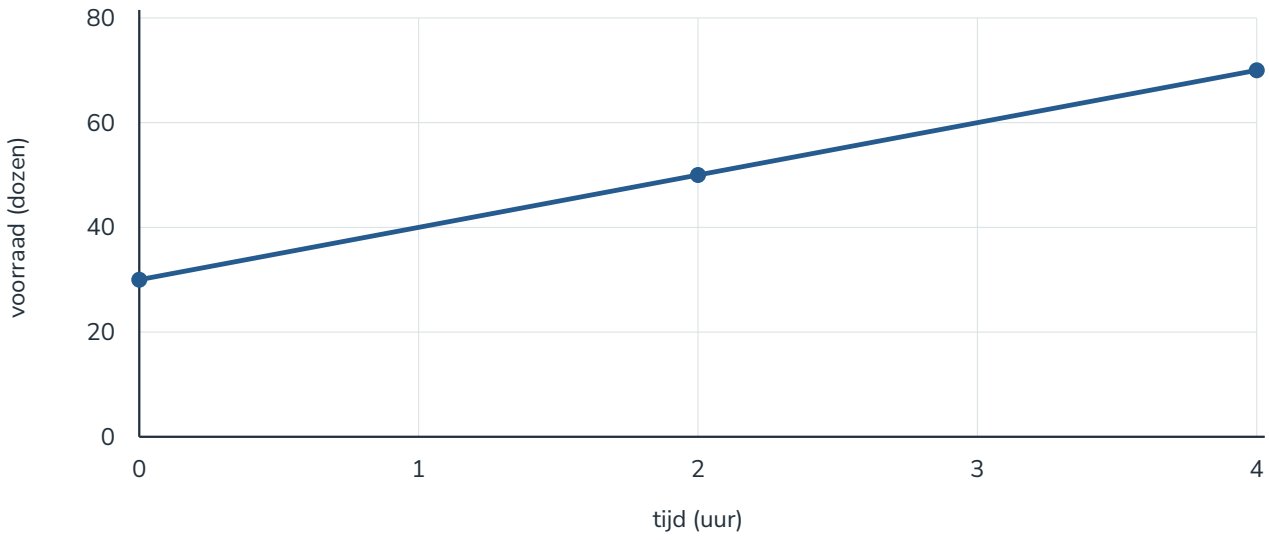
a Bereken en controleer de oorspronkelijke prijs.

b Bereken het minimale aantal verpakkingen en de overblijvende vloeistof.

c Voor een ander mengsel geldt 2 : 5, bij totaal 21 liter. Bepaal beide hoeveelheden.

9 Nieuwe controle · Gegevens

Het diagram geeft een voorraad in dozen bij drie tijdstippen. Tussen de punten wordt lineair geïnterpoleerd.



a Lees de voorraad bij t=3 af en geef het verschil tussen t=0 en t=4.

b Schrijf een tabel bij de drie gemarkeerde punten en bereken de procentuele groei van t=0 tot t=4.

Leerdoelenoverzicht

1.1 · Leerdoel 1: Ik kan een percentage of procentuele verandering berekenen door de juiste basis te kiezen.

1.1 · Leerdoel 2: Ik kan de oorspronkelijke waarde terugrekenen bij een procentuele verandering.

1.1 · Leerdoel 3: Ik kan een verschil tussen percentages uitdrukken in procentpunten en als relatieve procentuele verandering.

1.1 · Leerdoel 4: Ik kan opeenvolgende procentuele veranderingen berekenen met vermenigvuldigingsfactoren.

1.2 · Leerdoel 1: Ik kan een hoeveelheid verdelen of terugrekenen met een verhouding.

1.2 · Leerdoel 2: Ik kan enkelvoudige en samengestelde eenheden consistent omrekenen.

1.2 · Leerdoel 3: Ik kan een passende nauwkeurigheid kiezen bij de betekenis van een antwoord.

1.2 · Leerdoel 4: Ik kan controleren hoe tussentijds afronden een eindantwoord of beslissing verandert.

1.3 · Leerdoel 1: Ik kan de waarden uit een tabel kiezen die een vraag beantwoorden en uitleggen wat nul en ontbrekende gegevens betekenen.

1.3 · Leerdoel 2: Ik kan een tabel maken uit tekst, een grafiek, een eenvoudige formule of andere tabellen en uitleggen wat de nieuwe waarden betekenen.

1.3 · Leerdoel 3: Ik kan tabellen vergelijken door categorieën, eenheden, tijdsperioden en groepstotalen gelijk te kiezen en gezamenlijke percentages te berekenen.

1.4 · Leerdoel 1: Ik kan waarden, grensmomenten en kenmerken uit een grafiek aflezen met de juiste schaal en eenheid.

1.4 · Leerdoel 2: Ik kan een passende grafiek tekenen bij een eenvoudige tabel of tekst en de gemaakte keuzes controleren.

1.4 · Leerdoel 3: Ik kan twee grafieken of een grafiek en een tabel vergelijken bij dezelfde invoer en dezelfde eenheden.

1.4 · Leerdoel 4: Ik kan met werkelijke getallen uitleggen hoe een asstart, asbereik of schaalverdeling het beeld van een grafiek beïnvloedt.

Eindevaluatie

Kijk je werk na met de uitwerkingen. Noteer per leerdoel een opgave die goed ging en een opgave die nog oefening vraagt.

Werk het passende onderdeel opnieuw door. Maak daarna een nieuwe controleopgave zonder je eerdere uitwerking erbij. Controleer of je aanpak nu klopt.

Eindevaluatie

Kijk na met de uitwerkingen. Kies bij een fout de bijbehorende opgaven onder Oefen opnieuw. Maak daarna de opgaven onder Controleer zonder hulp.

Toetsvraag	Leerdoel	Oefen opnieuw	Controleer
Test jezelf opgave 10a-d	Percentages, procentpunten en opeenvolgende veranderingen	Gericht verder oefenen opgave 5a-b; Gemengd oefenen opgave 1a-c	Nieuwe controle opgave 8a; 1.1 opgave 18a-c
Test jezelf opgave 11a	Een hoeveelheid in verhouding verdelen	1.2 opgave 2a-c	Nieuwe controle opgave 8c
Test jezelf opgave 11b-c	Eenheden en volledige aantallen	Gericht verder oefenen opgave 6a; 1.2 opgave 7a-c	Nieuwe controle opgave 8b; 1.2 opgave 10a-c
Test jezelf opgave 11d	Tussentijds afronden en een beslissing	Gericht verder oefenen opgave 6b; 1.2 opgave 15a-c	1.2 opgave 20a-b
Test jezelf opgave 12a-c	Selectie, tabelconstructie en relatieve vergelijking	Gericht verder oefenen opgave 7a; 1.3 opgave 10 en 13	Nieuwe controle opgave 9b; 1.3 opgave 15a-b
Test jezelf opgave 12d en 13a-c	Grafiek lezen, maken, vergelijken en schaal beoordelen	1.4 opgave 2, 7, 10 en 13; Gericht verder oefenen opgave 7b	Nieuwe controle opgave 9a; 1.4 opgave 18a-b

Voorbeeld 1.1A

Abonnement op de maakruimte

Een maakruimte heeft in april 120 abonnees en in mei 138 abonnees. Het maandtarief is in mei met 8% verhoogd. Na deze verhoging is het maandtarief €32,40.

a Hoeveel procent is het aantal abonnees in mei van het aantal abonnees in april?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek welk percentage het aantal abonnees in mei is van het aantal abonnees in april.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

De vraag vergelijkt mei met april. Het aantal in april is daarom de basis: 120 abonnees hoort bij 100%. Ik deel het aantal in mei door deze basis en zet de verhouding om in procenten. Het maandtarief heb ik voor deze vraag niet nodig.

3. Berekening

$\frac{138}{120} = 1{,}15$. Dus $1{,}15 \times 100\% = 115\%$.

4. Antwoord in context

Het aantal abonnees in mei is 115% van het aantal abonnees in april.

5. Controle

115% van 120 is $1{,}15 \times 120 = 138$ abonnees. Dat is het gegeven aantal in mei. Het percentage is groter dan 100%, wat past bij het hogere aantal abonnees.

Voorbeeld 1.1A

Abonnement op de maakruimte (vervolg)

Een maakruimte heeft in april 120 abonnees en in mei 138 abonnees. Het maandtarief is in mei met 8% verhoogd. Na deze verhoging is het maandtarief €32,40.

b Bereken de procentuele toename van het aantal abonnees van april naar mei.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek met hoeveel procent het aantal abonnees is gestegen van april naar mei.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Voor de verandering van april naar mei is het oude aantal van 120 abonnees de basis. Ik vergelijk alleen de toename met dit oude aantal. Het nieuwe aantal als percentage van het oude is een andere vraag.

3. Berekening

De toename is $138 - 120 = 18$ abonnees. De stijging is $\frac{18}{120} \times 100\% = 15\%$.

4. Antwoord in context

Het aantal abonnees is met 15% gestegen. Het nieuwe aantal is 115% van het oude aantal.

5. Controle

$120 \times 1{,}15 = 138$. Draai ik de vergelijking om, dan is mei de basis: $\frac{18}{138} \times 100\% \approx 13{,}0\%$. April heeft dus ongeveer 13,0% minder abonnees dan mei. Hetzelfde verschil geeft met een andere basis een ander percentage.

Voorbeeld 1.1A

Abonnement op de maakruimte (vervolg)

Een maakruimte heeft in april 120 abonnees en in mei 138 abonnees. Het maandtarief is in mei met 8% verhoogd. Na deze verhoging is het maandtarief €32,40.

c Bereken het maandtarief vóór de verhoging.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek het oorspronkelijke maandtarief van de maakruimte.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Het oude tarief is 100%. Na 8% verhoging is het nieuwe tarief 108% van dit bedrag. De factor is 1,08. Ik maak de vermenigvuldiging ongedaan door door diezelfde factor te delen.

3. Berekening

Oud tarief × 1,08 = €32,40. Oud tarief = $\frac{32{,}40}{1{,}08}$ = €30,00.

4. Antwoord in context

Het maandtarief vóór de verhoging was €30,00.

5. Controle

8% van €30,00 is €2,40; samen €32,40. Ook geldt 30 × 1,08 = 32,40. 8% van €32,40 aftrekken zou een andere basis gebruiken en geeft daarom niet het oude tarief.

Voorbeeld 1.1B

De lunchstand

Bij een lunchstand is in de eerste week 24% van de bestellingen vegetarisch. In de tweede week is dit 30%. Een maaltijd kost aanvankelijk €5,00. Deze prijs stijgt eerst met 20% en daalt daarna met 10%.

a Met hoeveel procentpunten stijgt het aandeel vegetarische bestellingen?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek het verschil tussen de twee aandelen, uitgedrukt in procentpunten.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

De vraag gaat over procentpunten. Daarom trek ik de twee percentages van elkaar af. Ik hoef dit verschil niet door een basis te delen; dat zou een relatieve procentuele verandering geven.

3. Berekening

30 − 24 = 6 procentpunt.

4. Antwoord in context

Het aandeel vegetarische bestellingen stijgt met 6 procentpunt.

5. Controle

Het oude aandeel plus het verschil is 24% + 6 procentpunt = 30%. Dit is het nieuwe aandeel.

Voorbeeld 1.1B

De lunchstand (vervolg)

Bij een lunchstand is in de eerste week 24% van de bestellingen vegetarisch. In de tweede week is dit 30%. Een maaltijd kost aanvankelijk €5,00. Deze prijs stijgt eerst met 20% en daalt daarna met 10%.

b Met hoeveel procent stijgt het aandeel vegetarische bestellingen ten opzichte van de eerste week?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek de relatieve procentuele stijging van het aandeel vegetarische bestellingen.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Het oude aandeel van 24% is de basis. Ik vergelijk het verschil van 6 procentpunt met dit oude aandeel en zet die verhouding om in procenten.

3. Berekening

$\frac{(30 - 24)}{24} \times 100\% = \frac{6}{24} \times 100\% = 25\%$.

4. Antwoord in context

Het aandeel vegetarische bestellingen stijgt met 25% ten opzichte van de eerste week.

5. Controle

24% × 1,25 = 30%. Deze stijging gaat over het aandeel. Zonder beide totale aantallen bestellingen weet je niet hoe het aantal vegetarische bestellingen veranderde.

Voorbeeld 1.1B

De lunchstand (vervolg)

Bij een lunchstand is in de eerste week 24% van de bestellingen vegetarisch. In de tweede week is dit 30%. Een maaltijd kost aanvankelijk €5,00. Deze prijs stijgt eerst met 20% en daalt daarna met 10%.

c Bereken de uiteindelijke maaltijdprijs en de procentuele verandering ten opzichte van de oorspronkelijke prijs.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek de eindprijs na beide veranderingen en de totale procentuele verandering vanaf €5,00.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Iedere verandering werkt op de prijs die op dat moment geldt. De factoren zijn 1,20 en 0,90. Ik vermenigvuldig ze, zodat ik de gezamenlijke factor ten opzichte van de oorspronkelijke prijs krijg.

3. Berekening

F = 1,20 × 0,90 = 1,08. Eindprijs = 5,00 × 1,08 = €5,40. Totale verandering = (1,08 − 1) × 100% = 8%.

4. Antwoord in context

De uiteindelijke maaltijdprijs is €5,40. Dat is een stijging van 8% ten opzichte van de oorspronkelijke prijs.

5. Controle

In twee stappen: eerst 5,00 × 1,20 = €6,00; daarna 6,00 × 0,90 = €5,40. De daling gaat over €6,00, een andere basis dan de stijging. Daarom is “20 − 10 = 10% stijging” onjuist.

Voorbeeld 1.1C

Een stijging begrenzen

Een materiaalhoeveelheid neemt eerst 25% toe. Na een tweede bewerking mag er precies evenveel over zijn als aan het begin.

a Welk deel moet in de tweede bewerking verdwijnen? Controleer ook de grens als de eindhoeveelheid hoogstens de beginhoeveelheid mag zijn.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek de procentuele vermindering in de tweede bewerking, zodat de eindhoeveelheid gelijk is aan de beginhoeveelheid. Daarna onderzoek ik welke vermindering aan de grensvoorwaarde voldoet.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

De gewenste gezamenlijke factor is 1. De eerste factor is 1,25. Ik deel de gewenste factor door de bekende factor om de tweede factor te vinden. Voor de vermindering vergelijk ik die factor met 1.

3. Berekening

Noem de tweede factor f. Dan $1{,}25 \times f = 1$, dus $f = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}80$. De vermindering is $(1 - 0{,}80) \times 100\% = 20\%$.

4. Antwoord in context

In de tweede bewerking moet 20% verdwijnen om precies op de beginhoeveelheid uit te komen. Voor hoogstens de beginhoeveelheid moet minstens 20% verdwijnen.

5. Controle

Met een beginhoeveelheid van 100: eerst 125, daarna $125 \times 0{,}80 = 100$. Bij 19% vermindering is de eindhoeveelheid $125 \times 0{,}81 = 101{,}25$, dus te groot. Deze vergelijking bepaalt de richting van de grens.

Voorbeeld 1.2A

Een mengsel en een vultijd

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Voor een modeltest worden grove en fijne korrels gemengd in de massaverhouding 3 : 8. Er gaat niets verloren.

a Een mengsel moet 8,8 kg wegen. Hoeveel kilogram grove en fijne korrels zijn nodig? Geef exacte antwoorden.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek de twee massa's die samen 8,8 kg zijn en de verhouding 3 : 8 hebben.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Beide gegevens zijn massa's in kilogram. Het totaal heeft 3 + 8 = 11 gelijke delen. Ik deel eerst het totaal door 11, omdat daarna één deel bekend is.

3. Berekening

Eén deel is 8,8 : 11 = 0,8 kg. Grove korrels: 3 × 0,8 = 2,4 kg. Fijne korrels: 8 × 0,8 = 6,4 kg.

4. Antwoord in context

Er is 2,4 kg grove korrels en 6,4 kg fijne korrels nodig.

5. Controle

2,4 + 6,4 = 8,8 kg en 2,4 : 6,4 = 3 : 8. Zowel totaal als verhouding kloppen.

Voorbeeld 1.2A

Een mengsel en een vultijd

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Voor een modeltest worden grove en fijne korrels gemengd in de massaverhouding 3 : 8. Er gaat niets verloren.

b Er is 4,8 kg grove korrels en 12 kg fijne korrels beschikbaar. Bereken de grootste mogelijke massa mengsel en wat overblijft. Geef exacte antwoorden.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek de grootste massa mengsel die de verhouding behoudt en de voorraad niet overschrijdt.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

De fijne korrels leveren 12 : 8 = 1,5 kg per deel. Ik controleer of de grove voorraad de bijbehorende 3 delen kan leveren; de kleinste beschikbare hoeveelheid per deel bepaalt het maximum.

3. Berekening

Bij 12 kg fijne korrels hoort $3 \times 1{,}5 = 4{,}5$ kg grove korrels. Dat is minder dan 4,8 kg. Het mengsel weegt $4{,}5 + 12 = 16{,}5$ kg. Grove korrels over: $4{,}8 - 4{,}5 = 0{,}3$ kg.

4. Antwoord in context

Er kan maximaal 16,5 kg mengsel worden gemaakt. Er blijft 0,3 kg grove korrels over; de fijne korrels zijn op.

5. Controle

4,5 : 12 = 3 : 8. Meer mengsel zou ook meer fijne korrels vragen, maar daarvan is niets over.

Voorbeeld 1.2A

Een mengsel en een vultijd

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Voor een modeltest worden grove en fijne korrels gemengd in de massaverhouding 3 : 8. Er gaat niets verloren.

c Een toestel verwerkt het mengsel uit b met een constante snelheid van 75 $\frac{g}{s}$. Hoelang duurt dat, in minuten en seconden? Er is geen opstarttijd.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek de verwerkingstijd van 16,5 kg mengsel in minuten en seconden.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

De snelheid is gegeven in gram per seconde. Ik zet daarom de massa om naar gram en deel door 75. Dit kan doordat de snelheid constant is en er geen opstarttijd is.

3. Berekening

16,5 kg = 16 500 g. De tijd is 16 500 : 75 = 220 seconden. 220 seconden = 3 × 60 seconden + 40 seconden.

4. Antwoord in context

De verwerking duurt 3 minuten en 40 seconden.

5. Controle

220 × 75 = 16 500 g = 16,5 kg. De tijd levert precies de gegeven massa.

Voorbeeld 1.2B

Rekenen met een kopieermodel

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Een kopieermodel neemt een constante snelheid van 17 $\frac{\text{MB}}{\text{s}}$ aan, zonder opstarttijd. Elke kopie is 735 MB. Alle gegevens gelden als exact binnen het model.

a Bereken de tijd voor één kopie. Geef het antwoord op 0,1 seconde.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek de kopieertijd van 735 MB, op 0,1 seconde.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Bij een constante snelheid is tijd gelijk aan hoeveelheid gedeeld door snelheid. De eenheden MB en $\frac{\text{MB}}{\text{s}}$ passen bij elkaar; de uitkomst is in seconden.

3. Berekening

De tijd is $\frac{735}{17}$ = 43,235294... seconden. Voor 0,1 seconde bewaar ik één decimaal; het volgende cijfer is 3. Het antwoord wordt 43,2 seconden.

4. Antwoord in context

Eén kopie duurt volgens het model ongeveer 43,2 seconden.

5. Controle

17 × 43 = 731 MB en 17 × 44 = 748 MB. De tijd ligt terecht tussen 43 en 44 seconden.

Voorbeeld 1.2B

Rekenen met een kopieermodel

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Een kopieermodel neemt een constante snelheid van 17 $\frac{\text{MB}}{\text{s}}$ aan, zonder opstarttijd. Elke kopie is 735 MB. Alle gegevens gelden als exact binnen het model.

b Hoeveel volledige kopieën zijn volgens het model maximaal mogelijk in 10 minuten?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek het maximale gehele aantal volledige kopieën in 10 minuten.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Ik zet 10 minuten om naar 600 seconden en gebruik de ongeronde tijd per kopie. Omdat alleen volledige kopieën tellen, rond ik het aantal omlaag af.

3. Berekening

In 600 seconden kan $600 \times 17 = 10\,200$ MB worden gekopieerd. Het aantal kopieën is $\frac{10\,200}{735} = 13{,}877551\ldots$; maximaal zijn dus 13 volledige kopieën mogelijk.

4. Antwoord in context

Volgens het model zijn maximaal 13 volledige kopieën mogelijk.

5. Controle

13 kopieën vragen $\frac{9555}{17} = 562{,}0588\ldots$ seconden; 14 vragen $\frac{10\,290}{17} = 605{,}2941\ldots$ seconden. 13 past binnen 600 seconden en 14 niet.

Voorbeeld 1.2B

Rekenen met een kopieermodel

De gegevens voor deze oefening zijn samengesteld. Een kopieermodel neemt een constante snelheid van 17 $\frac{\text{MB}}{\text{s}}$ aan, zonder opstarttijd. Elke kopie is 735 MB. Alle gegevens gelden als exact binnen het model.

c Voor 14 kopieën is 603 seconden beschikbaar. Een programma rekent met 43 seconden per kopie. Vergelijk de beslissing van het programma met de beslissing zonder tussentijds afronden.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek of 14 kopieën binnen 603 seconden passen en of afronden die beslissing verandert.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Ik vergelijk twee rekenroutes. Het programma gebruikt de afgeronde tijd van 43 seconden. Voor de juiste modelbeslissing gebruik ik de exacte tijd $\frac{735}{17}$ per kopie en vergelijk die met de grens.

3. Berekening

Programma: $14 \times 43 = 602$ seconden, dus dit past. Ongerond: $14 \times \frac{735}{17} = \frac{10\,290}{17} = 605{,}294117\ldots$ seconden, dus dit is meer dan 603 seconden.

4. Antwoord in context

Het programma zegt dat het past. Zonder tussentijds afronden past het volgens het model niet.

5. Controle

In 603 seconden kan het model $603 \times 17 = 10\,251$ MB kopiëren. Voor 14 kopieën is $14 \times 735 = 10\,290$ MB nodig. Er kan dus 39 MB te weinig worden verwerkt; dat bevestigt het ongeronde oordeel.

Voorbeeld 1.3A

Koffers uitlenen

Om 09:00 uur zijn 24 koffers beschikbaar. Uitlenen vermindert de voorraad; terugbrengen vergroot die. Verder verandert niets. '—' betekent niet geregistreerd. Dit zijn fictieve oefengegevens.

Tijdvak	Uitgeleend	Teruggebracht
09:00–10:00	5	2
10:00–11:00	8	0
11:00–12:00	3	6
12:00–13:00	4	—

a Hoeveel koffers zijn tussen 09:00 en 12:00 uur uitgeleend?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek het aantal uitleningen in één afgebakende periode, niet de beschikbare voorraad.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Ik kies de drie rijen van 09:00 tot 12:00 uur en de kolom uitgeleend. De aantallen uit deze aansluitende tijdvakken kunnen worden opgeteld. De retouren horen niet bij de gevraagde grootheid.

3. Berekening

5+8+3=16.

4. Antwoord in context

Tussen 09:00 en 12:00 uur zijn 16 koffers uitgeleend.

5. Controle

De rij 12:00–13:00 hoort buiten de periode. Als ik die 4 meetelde, zou ik 20 krijgen en een andere vraag beantwoorden.

Voorbeeld 1.3A

Koffers uitlenen

Om 09:00 uur zijn 24 koffers beschikbaar. Uitlenen vermindert de voorraad; terugbrengen vergroot die. Verder verandert niets. '—' betekent niet geregistreerd. Dit zijn fictieve oefengegevens.

Tijdvak	Uitgeleend	Teruggebracht
09:00–10:00	5	2
10:00–11:00	8	0
11:00–12:00	3	6
12:00–13:00	4	—

b Maak voor de eerste drie tijdvakken een tabel met beginvoorraad, uitgeleend, teruggebracht en eindvoorraad.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek begin- en eindvoorraden per tijdvak.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Vanaf 24 trek ik uitleningen af en tel retouren op. Het eind wordt de volgende beginvoorraad.

3. Berekening

De eindvoorraden zijn $24 - 5 + 2 = 21$, $21 - 8 + 0 = 13$ en $13 - 3 + 6 = 16$.

Tijdvak	Beginvoorraad	Uitgeleend	Teruggebracht	Eindvoorraad
09:00–10:00	24	5	2	21
10:00–11:00	21	8	0	13
11:00–12:00	13	3	6	16

4. Antwoord in context

De tabel geeft om 12:00 uur 16 beschikbare koffers.

5. Controle

Er zijn 16 uitgeleend en $2 + 0 + 6 = 8$ teruggebracht: $24 - 16 + 8 = 16$. Dit klopt met de tabel.

Voorbeeld 1.3A

Koffers uitlenen

Om 09:00 uur zijn 24 koffers beschikbaar. Uitlenen vermindert de voorraad; terugbrengen vergroot die. Verder verandert niets. '—' betekent niet geregistreerd. Dit zijn fictieve oefengegevens.

Tijdvak	Uitgeleend	Teruggebracht
09:00–10:00	5	2
10:00–11:00	8	0
11:00–12:00	3	6
12:00–13:00	4	—

c Een medewerker zegt: 'Om 13:00 uur zijn precies 12 koffers beschikbaar.' Wat kun je wel en niet concluderen uit de tabel?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek of de eindvoorraad om 13:00 uur exact kan worden vastgesteld, en welke grens wel vaststaat.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Ik heb beginvoorraad 16, uitleningen 4 en retouren nodig. De retourwaarde ontbreekt. Ik mag '—' niet door 0 vervangen; teruggebrachte aantallen zijn wel niet-negatief.

3. Berekening

De voorraad is 16−4+het onbekende aantal retouren. Zonder retouren is dit 12; met retouren meer dan 12.

4. Antwoord in context

Minstens 12 koffers zijn beschikbaar. 'Precies 12' is niet aangetoond.

5. Controle

De geregistreerde 0 in 10:00–11:00 gaf wel een exacte nul. Het streepje in het laatste tijdvak heeft een andere betekenis. Een retouraantal 0 geeft 12, een retouraantal 2 geeft 14; beide passen bij de onbekende registratie.

Voorbeeld 1.3B

Naar de studiedag lopen

Bij een studiedag is voor iedere deelnemer één aankomstwijze geregistreerd. De ochtendgroep en middaggroep bestaan uit verschillende deelnemers. ‘Lopend’ heeft voor beide groepen dezelfde betekenis. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Groep	Deelnemers	Lopend
Ochtend	80	16
Middag	120	42

a In welke groep is het aandeel lopende deelnemers het grootst? Bereken het verschil in procentpunten.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek de groep met het grootste aandeel lopende deelnemers en het verschil tussen de aandelen.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

De groepstotalen zijn ongelijk. Daarom vergelijk ik percentages met voor iedere groep het eigen totaal: 80 voor de ochtend en 120 voor de middag.

3. Berekening

De percentages zijn $16 \div 80 \times 100\% = 20\%$ en $42 \div 120 \times 100\% = 35\%$. Het verschil is $35 - 20 = 15$ procentpunten.

4. Antwoord in context

In de middag is het aandeel lopende deelnemers het grootst, met 35%; dit is 15 procentpunten hoger dan in de ochtend.

5. Controle

35% van 120 is 42 en 20% van 80 is 16. Beide percentages passen bij de oorspronkelijke aantallen.

Voorbeeld 1.3B

Naar de studiedag lopen

Bij een studiedag is voor iedere deelnemer één aankomstwijze geregistreerd. De ochtendgroep en middaggroep bestaan uit verschillende deelnemers. ‘Lopend’ heeft voor beide groepen dezelfde betekenis. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Groep	Deelnemers	Lopend
Ochtend	80	16
Middag	120	42

b Welk percentage van alle deelnemers kwam lopend?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek één percentage voor de hele studiedag.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

De groepen zijn gescheiden en gebruiken dezelfde categorie. Ik tel de aantallen lopend en de groepstotalen op. Een ongewogen gemiddelde zou de kleinere ochtendgroep te zwaar laten meetellen.

3. Berekening

Er zijn 58 lopende deelnemers op 200 deelnemers. $58 \div 200 \times 100\% = 29\%$.

4. Antwoord in context

Voor de hele studiedag kwam 29% van de deelnemers lopend.

5. Controle

De ochtend heeft 40% van de deelnemers en de middag 60%. Gewogen rekenen geeft $0{,}40 \times 20\% + 0{,}60 \times 35\% = 29\%$. De dagwaarde ligt tussen de groepspercentages en dichter bij 35%.

Voorbeeld 1.3B

Naar de studiedag lopen

Bij een studiedag is voor iedere deelnemer één aankomstwijze geregistreerd. De ochtendgroep en middaggroep bestaan uit verschillende deelnemers. ‘Lopend’ heeft voor beide groepen dezelfde betekenis. De gegevens zijn voor deze oefening samengesteld.

Groep	Deelnemers	Lopend
Ochtend	80	16
Middag	120	42

c Bij een correctie blijken enkele ochtenddeelnemers toch lopend te zijn gekomen. Het totaal aantal deelnemers blijft gelijk. Hoeveel deelnemers moeten minimaal van ‘anders’ naar ‘lopend’ worden veranderd om een dagpercentage van 30% te bereiken?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek het kleinste aantal te corrigeren aankomstwijzen om voor de hele dag 30% lopend te krijgen.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

De correctie verandert de categorie, niet het totaal van 200 deelnemers. Daarom bepaal ik eerst hoeveel lopende deelnemers 30% van deze vaste basis zijn.

3. Berekening

$0{,}30\times200=60$; er zijn al 58, dus $60-58=2$.

4. Antwoord in context

Van minimaal 2 ochtenddeelnemers moet de aankomstwijze naar ‘lopend’ worden veranderd.

5. Controle

Na één correctie is het percentage $59\div200\times100\%=29{,}5\%$, nog te laag. Na twee correcties is het $60\div200\times100\%=30\%$. In de ochtend zijn $80-16=64$ anders aangekomen deelnemers, dus twee correcties zijn mogelijk.

Voorbeeld 1.4A

Tekenen en teruglezen

Voor deze oefening is een fictieve waterproef beschreven. Bij de start is de waterhoogte 25 cm. In 2 min daalt die gelijkmatig naar 15 cm. De hoogte blijft daarna 3 min gelijk. Vervolgens daalt de hoogte in 3 min gelijkmatig naar 0 cm. Alleen de proefduur van 0 tot 8 min is beschreven. Lees tijden op tienden van een minuut; een afwijking van 0,2 min is aanvaardbaar.

a Teken de grafiek van de waterhoogte tijdens de volledige proef.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek een grafiek van waterhoogte in cm tegen tijd in min, voor 0 tot 8 min.

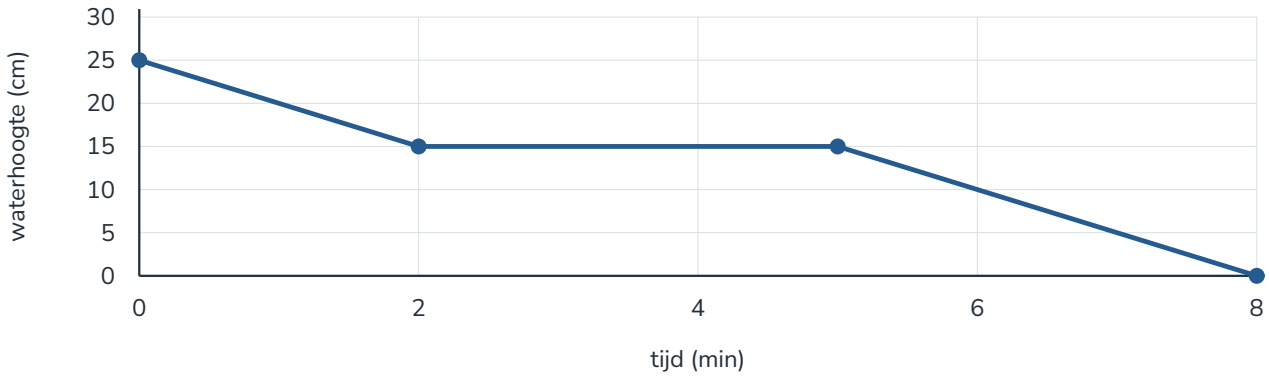
2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Ik kies tijd horizontaal en hoogte verticaal. De overgangen uit de tekst geven de noodzakelijke punten; gelijkmatige veranderingen mogen als rechte lijnstukken worden getekend.

3. Berekening

De punten zijn (0, 25), (2, 15), (5, 15) en (8, 0): 2 + 3 = 5 min en 5 + 3 = 8 min. Ik plaats ze en verbind ze in tijdsvolgorde.

Grafiek van de waterproef



4. Antwoord in context

De hoogte daalt, blijft van 2 tot 5 min gelijk en daalt daarna naar 0 cm.

5. Controle

De grafiek heeft alle vier beschreven waarden, een horizontaal stuk van 3 min en een eindtijd van 8 min. Beide assen hebben eenheden; er staat geen lijn buiten de proefduur.

Voorbeeld 1.4A

Tekenen en teruglezen

Voor deze oefening is een fictieve waterproef beschreven. Bij de start is de waterhoogte 25 cm. In 2 min daalt die gelijkmatig naar 15 cm. De hoogte blijft daarna 3 min gelijk. Vervolgens daalt de hoogte in 3 min gelijkmatig naar 0 cm. Alleen de proefduur van 0 tot 8 min is beschreven. Lees tijden op tienden van een minuut; een afwijking van 0,2 min is aanvaardbaar.

b Na hoeveel minuten is de waterhoogte voor het eerst 10 cm?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek het eerste tijdstip waarop de verticale waarde 10 cm is.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Ik gebruik de grafiek uit a. De hoogte is eerst steeds minstens 15 cm, dus 10 cm ligt alleen op het laatste dalende stuk.

3. Berekening

Op dat stuk daalt de hoogte van 15 naar 0 cm in 3 min. Een daling van 5 cm duurt onder de aanname $\frac{5}{15} \times 3 = 1$ min. Het tijdstip is $5 + 1 = 6$ min.

4. Antwoord in context

Na ongeveer 6,0 min is de waterhoogte voor het eerst 10 cm.

5. Controle

6 min ligt tussen 5 en 8 min; de bijbehorende hoogte ligt tussen 15 en 0 cm. Bij teruglezen op de getekende lijn hoort inderdaad 10 cm.

Voorbeeld 1.4A

Tekenen en teruglezen

Voor deze oefening is een fictieve waterproef beschreven. Bij de start is de waterhoogte 25 cm. In 2 min daalt die gelijkmatig naar 15 cm. De hoogte blijft daarna 3 min gelijk. Vervolgens daalt de hoogte in 3 min gelijkmatig naar 0 cm. Alleen de proefduur van 0 tot 8 min is beschreven. Lees tijden op tienden van een minuut; een afwijking van 0,2 min is aanvaardbaar.

c Wat kun je uit deze proef over de waterhoogte na 9 minuten concluderen?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek of de waterhoogte na afloop van de proef uit de gegevens volgt.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Ik controleer het gegeven tijdgebied en de aannames. De beschrijving eindigt bij 8 min en noemt geen verloop daarna.

3. Berekening

9 min ligt buiten 0 tot 8 min. Er is daarom geen geldig lijnstuk om bij 9 min af te lezen of te berekenen.

4. Antwoord in context

De waterhoogte na 9 min is met deze informatie niet vast te stellen.

5. Controle

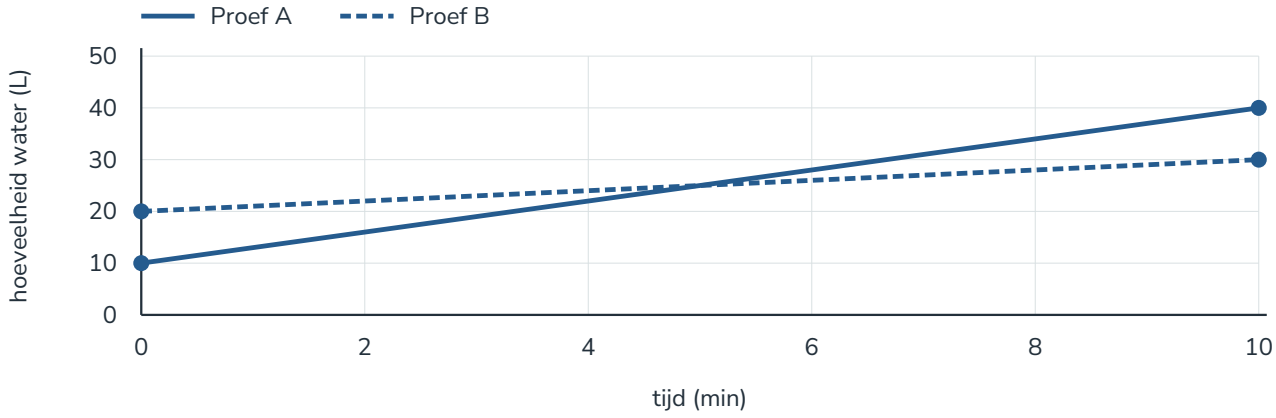
Een daling doorzetten zou hier een negatieve hoogte opleveren. Ook aannemen dat de hoogte nul blijft vraagt een nieuwe aanname. Geen van beide is gegeven.

Voorbeeld 1.4B

Vergelijken en het beeld controleren

Fictieve vulproeven (0–10 min): A gaat gelijkmatig van 10 naar 40 L, B van 20 naar 30 L. Lees op 1 L en 0,1 min; marges van 1 L en 0,2 min zijn aanvaardbaar.

Twee vulproeven



a In welke proef is na 4 minuten meer water aanwezig? Hoeveel scheelt het?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek de grootste hoeveelheid bij hetzelfde tijdstip van 4 min en het verschil in liters.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Ik vergelijk beide grafieken bij 4 min omdat tijd en liters bij beide dezelfde betekenis hebben. De gelijkmatige verandering maakt tussenwaarden binnen de proef bruikbaar.

3. Berekening

A neemt 30 L toe in 10 min: na 4 min is er $10 + \frac{4}{10} \times 30 = 22$ L. B neemt 10 L toe: $20 + \frac{4}{10} \times 10 = 24$ L. Het verschil is $24 - 22 = 2$ L.

4. Antwoord in context

In proef B is na 4 min ongeveer 2 L meer water aanwezig.

5. Controle

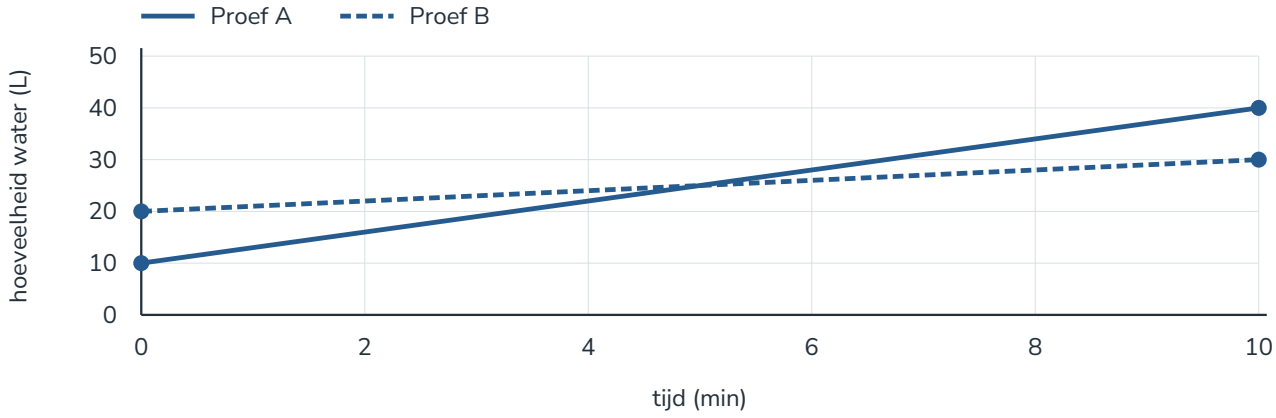
Bij 4 min ligt B in de grafiek iets boven A. Beide gevonden waarden liggen tussen hun begin- en eindwaarden.

Voorbeeld 1.4B

Vergelijken en het beeld controleren

Fictieve vulproeven (0–10 min): A gaat gelijkmatig van 10 naar 40 L, B van 20 naar 30 L. Lees op 1 L en 0,1 min; marges van 1 L en 0,2 min zijn aanvaardbaar.

Twee vulproeven



b Wanneer zijn de hoeveelheden gelijk, en hoeveel water is er dan in elke proef?

1. Wat zoek ik?

Ik zoek het snijpunt: een gelijke hoeveelheid bij dezelfde tijd.

2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Ik gebruik het gemeenschappelijke assenstelsel. Het snijpunt geeft tegelijk de tijd en de hoeveelheid; ik controleer het met de gegeven gelijkmatige veranderingen.

3. Berekening

Het snijpunt is ongeveer (5; 25). Controle bij 5 min: A geeft $10 + \frac{5}{10} \times 30 = 25$ L; B geeft $20 + \frac{5}{10} \times 10 = 25$ L.

4. Antwoord in context

Na ongeveer 5,0 min bevatten beide proeven ongeveer 25 L.

5. Controle

Bij de start is B hoger en bij het einde A. Het gevonden snijpunt ligt binnen de proef en beide controles geven dezelfde hoeveelheid.

Voorbeeld 1.4B

Vergelijken en het beeld controleren

Fictieve vulproeven (0–10 min): A gaat gelijkmatig van 10 naar 40 L, B van 20 naar 30 L. Lees op 1 L en 0,1 min; marges van 1 L en 0,2 min zijn aanvaardbaar.

c Teken A met een y-as van 10 tot 40 L. De oorspronkelijke y-as is 0–50 L. Beide beelden zijn even groot. Welk deel van de hoogte vult de stijging per beeld? Verklaar het verschil.

1. Wat zoek ik?

Ik zoek beide hoogteaandelen en de nieuwe grafiek.

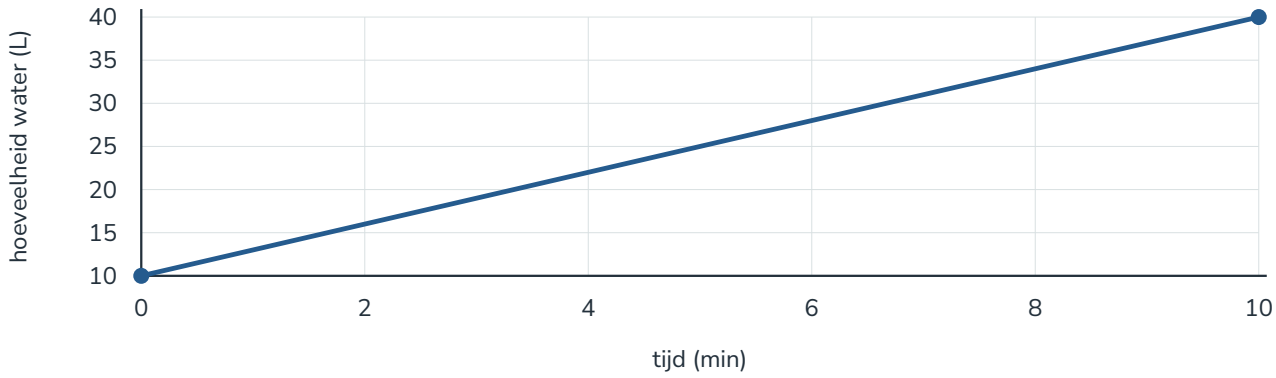
2. Welke basis en aanpak kies ik, en waarom?

Ik behoud punten en tijdas. Het hoogteaandeel is de stijging gedeeld door het y-asbereik: dat bereik vult de hele grafiekhoogte.

3. Berekening

De stijging is 40 − 10 = 30 L. Oorspronkelijk: $\frac{30}{50-0}$ = 60%. Nieuw: $\frac{30}{40-10}$ = 100%. Ik teken en verbind (0, 10) en (10, 40).

Proef A vanaf 10 L



4. Antwoord in context

Dezelfde stijging van 30 L vult 60% en 100% van de hoogte. Het kleinere asbereik maakt de stijging groter in beeld.

5. Controle

Beide grafieken beginnen bij 10 L en eindigen bij 40 L. De nieuwe asstart is 10 L; de onderkant stelt dus geen 0 L voor.