Uitwerkingen

Paragraaf 2.1 · opgaven 1–14

Wat weet je nog?

1 Een deel van de groep

a 54 ÷ 180 × 100 = 30.

Antwoord 30%.

b 0,30 × 240 = 72.

Antwoord 72 deelnemers.

2 Twee soorten verandering

a 52 − 40 = 12.

Antwoord 12 procentpunten.

b De oude waarde is de basis: (52 − 40) ÷ 40 × 100 = 30.

Antwoord Een relatieve stijging van 30%.

3 De juiste groep als basis

Klas	Lopend	Fiets	Bus
A	6	18	6
B	12	12	6

a Er fietsen 18 + 12 = 30 leerlingen. Er zijn 6 + 18 + 6 + 12 + 12 + 6 = 60 leerlingen.

30 ÷ 60 × 100 = 50.

Antwoord 50% van de leerlingen uit beide klassen.

b Klas B telt 12 + 12 + 6 = 30 leerlingen.

12 ÷ 30 × 100 = 40.

Antwoord 40% van klas B.

4 Tijdseenheden

a 2,4 × 60 = 144.

Antwoord 144 seconden.

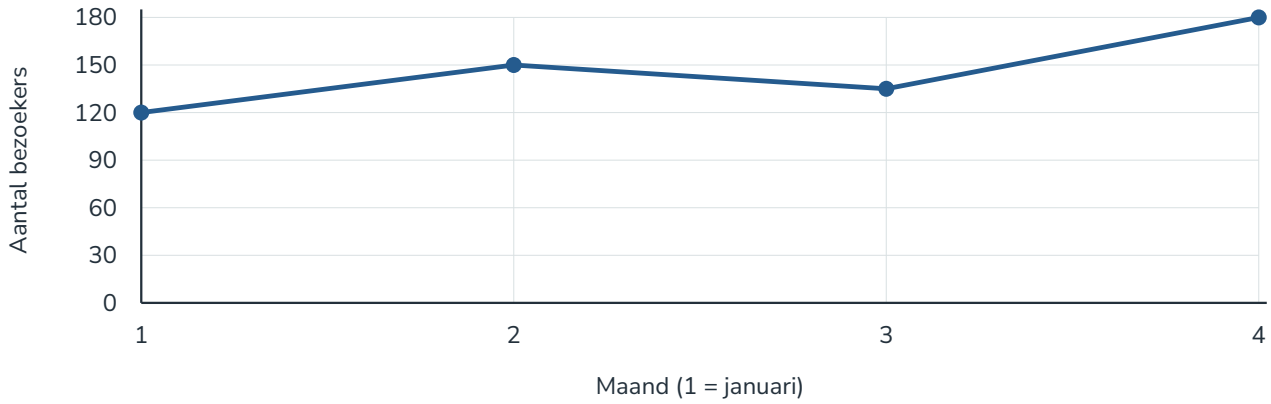
4 Tijdseenheden (vervolg)

b $155 = 2 \times 60 + 35$.

Antwoord 2 minuten en 35 seconden.

5 Een grafiek lezen

Bezoekers per maand



a Het hoogste punt staat bij maand 4 en heeft hoogte 180.

Antwoord In april: 180 bezoekers.

b Van 150 naar 135 is een daling van 15.

$15 \div 150 \times 100 = 10$.

Antwoord Het aantal daalt met 10%.

6 Categorie of hoeveelheid

Gegeven	Waarde
Woonwijk	Noord
Aantal busritten deze week	3
Reistijd	18,5 minuten
Oordeel over de busrit	tevreden

a Aantal busritten en reistijd zijn hoeveelheden. Woonwijk en oordeel zijn categorieën.

Antwoord Hoeveelheid: aantal busritten, reistijd. Categorie: woonwijk, oordeel.

b Het nummer wijst één kluisje aan; het telt of meet niets.

Antwoord Nee, 27 is hier een aanduiding van een categorie.

Een meetbare vraag

1 Langer dan een halfuur

a De vraag gaat over alle huidige leerlingen van deze school. Personeel en oud-leerlingen vallen erbuiten.

Antwoord De populatie bestaat uit de 960 huidige leerlingen van deze school.

b Om met de grens van 30 minuten te vergelijken, is de duur van de reis van huis naar school nodig.

Antwoord De reistijd van huis naar school op een gewone lesdag, in minuten.

c 30 minuten telt niet mee bij «langer dan 30». Alleen 36 en 42 tellen mee.

$2 \div 5 \times 100 = 40$.

Antwoord 40% van deze vijf leerlingen.

2 Wachten aan de balie

Bezoek	Aansluiten	Begin bediening
1	09:10	09:12
2	09:25	09:31
3	11:54	12:03

a Maak «lang» meetbaar en gebruik de afgesproken dag en het tijdvak. Een bezoek is de onderzoekseenheid.

Antwoord Vraag: «Welk percentage baliebezoeken op de afgesproken zaterdag, met aansluiten vanaf 09:00 uur tot vóór 12:00 uur, heeft een wachttijd van meer dan 5 minuten?» De populatie bestaat uit al deze baliebezoeken.

b Wachttijd = begin bediening − tijd van aansluiten: 2, 6 en 9 minuten.

Het derde bezoek hoort erbij: er is vóór 12:00 uur aangesloten. Twee van de drie wachttijden zijn meer dan 5 minuten.

$2 \div 3 \times 100 = 66{,}666\ldots \approx 66{,}7$.

Antwoord De wachttijden zijn 2, 6 en 9 minuten; 66,7% van deze drie bezoeken heeft een wachttijd van meer dan 5 minuten.

3 Vroeg vertrekken

Aantal leerlingen	Aankomsttijd	Reistijd
8	08:15	75 minuten
7	08:05	70 minuten
10	08:10	50 minuten

a Een aantal geeft de grootte van een groep aan. De vertrektijd volgt uit aankomsttijd en reistijd.

Antwoord Per groep zijn aankomsttijd en reistijd nodig: vertrektijd = aankomsttijd − reistijd. De groepsaantallen zijn nodig voor het percentage.

b De vertrektijden zijn 08:15 − 75 minuten = 07:00; 08:05 − 70 minuten = 06:55; 08:10 − 50 minuten = 07:20.

Alleen de tweede groep vertrekt vóór 07:00 uur. Precies 07:00 uur telt niet mee.

$7 \div 25 \times 100 = 28$.

Antwoord 28% van deze klas vertrekt die woensdag vóór 07:00 uur.

Wie levert de gegevens?

4 Een link bij de training

a De uitspraak is bedoeld voor alle leden. Gegevens zijn verzameld bij de leden die reageren.

Antwoord Populatie: alle 600 leden. Steekproef: de 60 reagerende leden. Steekproefomvang: 60.

b Niet ieder lid heeft dezelfde kans: alleen aanwezigen zien de code. Bovendien besluiten leden zelf of zij reageren.

Antwoord Nee. Leden die niet in de avond trainen, worden minder goed bereikt. Leden met een sterke mening kunnen vaker reageren.

c $36 \div 60 \times 100 = 60$.

Laat uit de volledige ledenlijst 60 leden door loting selecteren, met voor ieder lid dezelfde kans; benader ook leden die niet direct antwoorden.

Antwoord 60% van de respondenten wil een extra ochtendtraining. Loten uit alle leden en herinneren bij non-respons verkleint de genoemde selectierisico's; representativiteit is niet gegarandeerd.

5 Wel geloot, niet allemaal antwoord

a De 80 uitgenodigden zijn aselect gekozen. De 55 respondenten beslissen of zij antwoorden.

Als niet-antwoorden samenhangt met tevredenheid, kan de respondentengroep vertekend zijn.

Antwoord De selectie van de uitgenodigden is aselect. De respondentengroep is niet vanzelf aselect of representatief door de non-respons.

b $44 \div 55 \times 100 = 80$.

De noemer 55 geeft alleen de respondenten. Benader de 25 niet-respondenten opnieuw, bijvoorbeeld ook telefonisch.

Antwoord 80% van de respondenten is tevreden. De uitspraak over alle 500 is onvoldoende onderbouwd; gericht opvolgen van de non-respons verbetert de dataverzameling.

Wat voor gegeven is het?

6 Vier soorten variabelen

Variabele	Mogelijke registratie
Woningtype	appartement
Tevredenheid	ontevreden / neutraal / tevreden
Aantal huisgenoten	2
Reisafstand naar werk	8,7 km

a Woningtype is een categorie zonder natuurlijke rangorde. Tevredenheid is een categorie met de volgorde ontevreden, neutraal, tevreden.

Antwoord Woningtype: nominaal. Tevredenheid: ordinaal.

b Aantal huisgenoten is een telling in hele getallen. Reisafstand is een meting en kan tussenwaarden aannemen.

Afronden op één decimaal verandert het soort van de onderliggende afstand niet.

Antwoord Aantal huisgenoten: discreet kwantitatief. Reisafstand: continu kwantitatief.

c Een woningnummer is een identificatiecode. 204 betekent niet een gemeten of getelde hoeveelheid.

Antwoord Woningnummer is nominaal; de cijfers dienen als naam.

7 Hetzelfde getal, een ander soort

Variabele	Registratie
Type apparaat	telefoon / tablet / laptop
Urgentie	laag / middel / hoog
Aantal vervangen onderdelen	een geheel aantal
Reparatieduur	afgerond op hele minuten

a Type apparaat heeft geen rangorde: nominaal. Urgentie heeft een volgorde: ordinaal.

Aantal vervangen onderdelen is een telling: discreet kwantitatief. Reparatieduur is een tijdmeting: continu kwantitatief, ook bij registratie in hele minuten.

Antwoord Type apparaat: nominaal. Urgentie: ordinaal. Aantal vervangen onderdelen: discreet kwantitatief. Reparatieduur: continu kwantitatief.

b Een klantnummer identificeert een klant; de grootte van de code heeft geen hoeveelheidbetekenis. Het aantal bestellingen telt bestellingen.

Antwoord Klantnummer is nominaal. Aantal bestellingen is discreet kwantitatief.

8 Een code met een betekenis

a Ja en nee zijn twee categorieën zonder rangorde. Cijfers gebruiken maakt de categorieën geen hoeveelheden.

Antwoord Het antwoord is nominaal; de codering verandert dit niet.

b De som van de codes 0 en 1 telt precies het aantal ja-antwoorden: 3.

Het codegemiddelde is $3 \div 5 = 0{,}6$; dit is hetzelfde als het aandeel ja-antwoorden.

Antwoord Hier betekent 0,6 dat 60% ja antwoordt. Deze interpretatie volgt uit de speciale codering met 0 en 1 en geldt niet zomaar voor andere categoriecodes.

Van gegevens naar conclusie

9 Een te sterke conclusie

Ontbijt die ochtend	Op tijd	Te laat
Wel	21	7
Niet	9	3

a Met ontbijt: $21 \div (21 + 7) \times 100 = 75$. Zonder ontbijt: $9 \div (9 + 3) \times 100 = 75$.

Antwoord In beide groepen komt 75% op tijd; de tabel ondersteunt «vaker» niet.

b Een vrijwillige respondentengroep hoeft niet representatief te zijn voor alle 120 leerlingen.

De enquête toont geen oorzaak-gevolgrelatie; «zorgt dat» is niet onderbouwd.

Antwoord Binnen deze 40 respondenten is in beide ontbijtgroepen 75% op tijd. Een conclusie over alle havo 5-leerlingen of over het effect van ontbijten volgt hier niet uit.

10 De volgorde van het onderzoek

Handeling	Beschrijving
P	De 24 leerlingen van één havo 5-klas beantwoorden een vragenlijst.
Q	In deze klas heeft twee derde voorkeur voor een langere pauze.
R	Welk percentage leerlingen van deze klas wil een langere pauze?
S	Er worden 16 voorstanders en 8 tegenstanders geteld.

a Eerst bepalen wat je wilt weten, daarna antwoorden verzamelen, vervolgens tellen en tot slot de uitkomst verwoorden.

Antwoord R: onderzoeksvraag → P: data verzamelen → S: data analyseren → Q: conclusies trekken.

b De 24 onderzochte leerlingen behoren allemaal tot één havo 5-klas. Andere klassen kunnen een andere voorkeur hebben.

Antwoord De uitkomst beschrijft deze klas. Onderzoek vóór een besluit voor de hele school ook leerlingen uit de andere klassen met een selectie uit de volledige schoolpopulatie.

11 Apps en een abonnement

Nieuwsapp	Wel abonnement	Geen abonnement
Wel	12	6
Niet	9	21

a Beide variabelen hebben de categorieën ja en nee. Deze categorieën hebben geen natuurlijke rangorde.

Antwoord Beide variabelen zijn nominaal.

b Met app: 12 ÷ (12 + 6) × 100 = 66,666... ≈ 66,7%. Zonder app: 9 ÷ (9 + 21) × 100 = 30,0%.

Gebruik ongeronde percentages: 66,666... − 30 = 36,666... ≈ 36,7.

Antwoord 66,7% tegenover 30,0%; het verschil is 36,7 procentpunten.

c Bij deze deelnemers komt een abonnement procentueel vaker voor in de groep met een nieuwsapp.

De gegevens zijn geen proef die een oorzakelijk effect vaststelt. De aselecte selectie met volledige respons verkleint selectierisico's, maar bewijst geen representativiteit.

Antwoord Bij deze 48 deelnemers is er een verband tussen appgebruik en een abonnement. Beide extra uitspraken zijn te sterk: causaliteit en zekere representativiteit volgen niet uit de opzet.

12 Een eigen onderzoeksopzet

a Het aantal museumbezoeken in september bepaalt of aan minstens één bezoek is voldaan. Ook een directe ja/nee-vraag kan die grens vastleggen.

Antwoord Bijvoorbeeld aantal museumbezoeken in september: discreet kwantitatief. Een ja/nee-antwoord op «minstens één bezoek in september» is ook geschikt en is nominaal.

b Volgers van het museum kunnen meer belangstelling voor musea hebben. Selecteer door loting uit een volledige lijst van de 14- tot en met 18-jarige inwoners, met gelijke kans per inwoner.

Niet iedereen hoeft te antwoorden. Volg non-respons op en controleer of relevante groepen voldoende meedoen.

Antwoord Een aselecte selectie uit de volledige doelgroep bereikt ook niet-volgers. Non-respons blijft een mogelijk probleem.

12 Een eigen onderzoeksopzet (vervolg)

c $52 \div 80 \times 100 = 65$.

Antwoord 65% van de 80 respondenten via het museumaccount meldt minstens één museumbezoek in september; het percentage voor alle jongeren in de gemeente is hiermee niet vastgesteld.

13 Fietsen naar het werk

a De vraag betreft alle 240 medewerkers, inclusief medewerkers met nul fietsdagen. Een telling van fietsdagen bevat de benodigde grens.

Antwoord Populatie: alle 240 medewerkers. Variabele: aantal dagen in de afgelopen werkweek waarop de medewerker naar het werk fietste.

b $23 \div 46 \times 100 = 50$.

Selecteren in de fietsenstalling bereikt fietsers gemakkelijker en mist onder meer thuiswerkers. Ook 14 benaderde medewerkers antwoorden niet.

Antwoord 50% van de respondenten fietste op minstens twee dagen. Dit is geen voldoende onderbouwd percentage voor alle 240 medewerkers door de plaats van selectie en mogelijke non-responsvertekening.

14 Digitaal lenen en leestijd

Variabele	Registratie
Favoriet genre	bijvoorbeeld roman of reisboek
Tevredenheid over het aanbod	ontevreden / neutraal / tevreden
Aantal digitale leningen afgelopen maand	een geheel aantal
Leestijd per dag	afgerond op hele minuten

Digitale lener	Meer dan 30 minuten	Hoogstens 30 minuten
Wel	18	6
Niet	18	18

a Genre heeft geen rangorde: nominaal. Tevredenheid heeft de genoemde rangorde: ordinaal.

Aantal digitale leningen is een telling: discreet kwantitatief. Leestijd is een tijdsduur: continu kwantitatief, ook bij afronden.

Antwoord Favoriet genre: nominaal. Tevredenheid: ordinaal. Aantal digitale leningen: discreet kwantitatief. Leestijd: continu kwantitatief.

b Digitale leners: $18 \div (18 + 6) \times 100 = 75$. Andere leden: $18 \div (18 + 18) \times 100 = 50$.

Antwoord 75% van de digitale leners tegenover 50% van de andere leden. De berekening hoort bij data analyseren.

c Onder deze 60 deelnemers is het aandeel met meer dan 30 minuten leestijd groter bij digitale leners: 75% tegen 50%.

De tabel beschrijft een verband. Andere verschillen tussen de groepen kunnen daarbij een rol spelen; een oorzaak is niet vastgesteld.

Antwoord Binnen deze steekproef lezen digitale leners procentueel vaker meer dan 30 minuten per dag. De oorzakelijke uitspraak is niet gerechtvaardigd.

Uitwerkingen

Paragraaf 2.2 · opgaven 1–18

Van gegevens naar aantallen

1 Een totaal controleren

Vorm	Aantal
Papier	7
Digitaal	5
Audio	4

a 7 + 5 + 4 = 16.

Antwoord Er zijn 16 boeken opgenomen.

b 20 − 16 = 4.

Antwoord Er ontbreken 4 boeken.

2 Een ontbrekend aantal

Werkplek	Aantal deelnemers
A	9
B	8
C	?
D	6

a 9 + 8 + 6 = 23; 28 − 23 = 5.

Antwoord Werkplek C is door 5 deelnemers gekozen.

b 8 + 6 = 14 en de helft van 28 is 14.

Antwoord Ja, 14 van de 28 deelnemers kozen B of D.

3 Tellen zonder overslaan

a Tel per waarde: 0 komt 4 keer voor, 1 komt 6 keer voor, 2 komt 5 keer voor en 3 komt 3 keer voor.

Antwoord De frequentietabel staat hieronder.

Aantal sessies	Absolute frequentie
0	4
1	6
2	5
3	3
Totaal	18

b $4 + 6 + 5 + 3 = 18$, gelijk aan de 18 deelnemers.

Een 0 is een geldige waarneming: die deelnemer startte geen sessie.

Antwoord Alle 18 deelnemers zijn meegeteld; ook de vier deelnemers met waarde 0 tellen mee.

4 Een eigen frequentietabel

a Tel alle waarden afzonderlijk. De som is $3 + 5 + 7 + 3 + 2 = 20$.

Antwoord De tabel bevat alle 20 gebruikers.

Aantal bezoeken	Absolute frequentie
0	3
1	5
2	7
3	3
4	2
Totaal	20

b De waarden 3 en 4 tellen mee: $3 + 2 = 5$.

Antwoord 5 gebruikers kwamen minstens drie keer.

5 Categorieën ordenen

a Appel komt 5 keer voor, citroen 6 keer en peer 5 keer; 5 + 6 + 5 = 16.

Antwoord Alle 16 keuzes zijn opgenomen.

Smaak	Absolute frequentie
Appel	5
Citroen	6
Peer	5
Totaal	16

b Citroen heeft de hoogste frequentie: 6. Dezelfde aantallen blijven in de tabel staan.

Antwoord Citroen komt eerst; het totaal blijft 16.

Aantallen en percentages

6 Een tabel uitbreiden

Aantal workshops	Absolute frequentie
0	3
1	6
2	7
3	3
4	1

a Bijvoorbeeld: voor 2 workshops is de relatieve frequentie $7 \div 20 \times 100\% = 35\%$.

Antwoord De percentages tellen op tot 100%.

Aantal workshops	Absolute frequentie	Relatieve frequentie
0	3	15%
1	6	30%
2	7	35%
3	3	15%
4	1	5%
Totaal	20	100%

6 Een tabel uitbreiden (vervolg)

Aantal workshops	Absolute frequentie
0	3
1	6
2	7
3	3
4	1

b De opeenvolgende sommen zijn 3; 3 + 6 = 9; 9 + 7 = 16; 16 + 3 = 19; 19 + 1 = 20.

Hoogstens twee: 16 ÷ 20 × 100% = 80%.

Antwoord 80% van deze deelnemers bezocht hoogstens twee workshops.

Aantal workshops	Cumulatieve absolute frequentie
0	3
1	9
2	16
3	19
4	20

7 Twee verschillende grenzen

Aantal bezorgingen	Absolute frequentie
1	4
2	8
3	6
4	2

a 8 ÷ 20 × 100% = 40%.

Antwoord Op 40% van de straten waren precies twee bezorgingen.

7 Twee verschillende grenzen (vervolg)

Aantal bezorgingen	Absolute frequentie
1	4
2	8
3	6
4	2

b Meer dan twee zijn 3 of 4: (6 + 2) ÷ 20 × 100% = 40%.

Antwoord Op 40% van de straten waren meer dan twee bezorgingen.

c 4 + 8 + 6 = 18.

Antwoord 18 straten hadden hoogstens drie bezorgingen.

8 Terug van procenten naar aantallen

Aantal keren	Relatieve frequentie
0	15%
1	30%
2	40%
3	15%

a Vermenigvuldig elk percentage als deel met 40: 0,15 × 40 = 6; 0,30 × 40 = 12; 0,40 × 40 = 16; 0,15 × 40 = 6.

Antwoord De aantallen zijn 6, 12, 16 en 6; samen 40.

Aantal keren	Absolute frequentie
0	6
1	12
2	16
3	6
Totaal	40

8 Terug van procenten naar aantallen (vervolg)

Aantal keren	Relatieve frequentie
0	15%
1	30%
2	40%
3	15%

b 6 + 12 = 18.

Antwoord 18 deelnemers gebruikten de deelauto hoogstens één keer.

9 Een percentage verantwoorden

a Kies kolommen voor waarde, absolute frequentie, relatieve frequentie en cumulatieve absolute frequentie.

De absolute frequenties zijn 4, 6, 8, 4 en 2; het totaal is 24. Deel elk aantal door 24 voor de percentages.

Antwoord De tabel geeft de benodigde aantallen en percentages.

Aantal kratten	Absolute frequentie	Relatieve frequentie	Cumulatieve absolute frequentie
0	4	16,7%	4
1	6	25,0%	10
2	8	33,3%	18
3	4	16,7%	22
4	2	8,3%	24
Totaal	24	100,0%	—

b Minstens twee: 8 + 4 + 2 = 14 dagen. 14 ÷ 24 × 100% ≈ 58,3%.

Antwoord Op 58,3% van deze dagen werden minstens twee kratten teruggebracht.

c Het aantal met minstens twee blijft 14; het totaal wordt 26. 14 ÷ 26 × 100% ≈ 53,8%.

Antwoord Het percentage daalt naar 53,8% doordat het totaal groter wordt.

10 Cumuleren vraagt een volgorde

Beoordeling	Absolute frequentie
Slecht	8
Matig	12
Goed	15
Uitstekend	5

a De percentages zijn $\frac{8}{40} \times 100\% = 20\%$, 30%, 37,5% en 12,5%. Tel in de gegeven volgorde op.

Antwoord 50% beoordeelt de ruimte als hoogstens matig.

Beoordeling	Relatieve frequentie	Cumulatieve relatieve frequentie
Slecht	20%	20%
Matig	30%	50%
Goed	37,5%	87,5%
Uitstekend	12,5%	100%

b In die volgorde telt de som bij matig de beoordelingen goed en matig op: (15 + 12)/40 × 100% = 67,5%. Goed is hoger dan matig en slecht ontbreekt nog.

Antwoord De volgorde is niet de natuurlijke beoordelingsvolgorde; 67,5% betekent hier goed of matig.

Gegevens indelen in klassen

11 Een waarde op een grens

a 25,0 voldoet aan $25 \leq t < 30$; 30,0 voldoet aan $30 \leq t < 35$.

Antwoord 25,0 hoort in de derde klasse en 30,0 in de vierde klasse.

11 Een waarde op een grens (vervolg)

b Tel per klasse. De som is 1 + 2 + 3 + 3 + 3 = 12.

Antwoord Alle 12 wachttijden zijn ingedeeld.

Wachttijd t (s)	Absolute frequentie
15 ≤ t < 20	1
20 ≤ t < 25	2
25 ≤ t < 30	3
30 ≤ t < 35	3
35 ≤ t < 40	3
Totaal	12

12 Zelf klassegrenzen maken

a Begin met 2 ≤ d < 4 en verhoog elke grens telkens met 2. De laatste klasse is 10 ≤ d < 12.

Tel per klasse: 1 + 4 + 4 + 4 + 3 = 16.

Antwoord Alle 16 afstanden zijn opgenomen.

Afstand d (km)	Absolute frequentie
2 ≤ d < 4	1
4 ≤ d < 6	4
6 ≤ d < 8	4
8 ≤ d < 10	4
10 ≤ d < 12	3
Totaal	16

b In 6 ≤ d < 8 is 8 uitgesloten. De waarde 8 voldoet wel aan 8 ≤ d < 10.

Antwoord 8,0 km hoort bij 8 ≤ d < 10.

c (1 + 4 + 4) ÷ 16 × 100% = 56,25%, afgerond 56,3%.

Antwoord 56,3% van de afstanden is kleiner dan 8 km.

13 Een breedte kiezen

a Bij breedte 5 zijn minstens 14 klassen nodig om alle waarden vanaf 20 tot 90 te omvatten. Dat overschrijdt acht. Bij breedte 10 zijn zeven klassen tot 90 voldoende.

Bij breedte 20 zijn vier niet-lege klassen tot 100 voldoende. De vraag sluit lege eindklassen niet uit: voeg bijvoorbeeld 100 ≤ t < 120 toe. Dan zijn er vijf klassen en passen alle gegevens.

Antwoord 10 ms is een geldige keuze met zeven klassen. Ook 20 ms met vijf tot acht klassen, waaronder één tot vier lege eindklassen, is toegestaan als je de indeling uitlegt.

b De eerste tabel hoort bij 10 ms. De frequenties zijn 1, 4, 4, 4, 4, 3, 4; samen 24.

De tweede tabel hoort bij 20 ms met één lege eindklasse. De frequenties zijn 5, 8, 7, 4, 0; samen 24. Extra lege eindklassen tot hoogstens acht klassen zijn ook mogelijk.

Antwoord Beide getoonde indelingen bevatten alle 24 reactietijden. Gebruik de tabel die bij je gemotiveerde keuze hoort.

Reactietijd t (ms)	Absolute frequentie
20 ≤ t < 30	1
30 ≤ t < 40	4
40 ≤ t < 50	4
50 ≤ t < 60	4
60 ≤ t < 70	4
70 ≤ t < 80	3
80 ≤ t < 90	4
Totaal	24

Reactietijd t (ms)	Absolute frequentie
20 ≤ t < 40	5
40 ≤ t < 60	8
60 ≤ t < 80	7
80 ≤ t < 100	4
100 ≤ t < 120	0
Totaal	24

13 Een breedte kiezen (vervolg)

c Korter dan 60: 1 + 4 + 4 + 4 = 13. 13 ÷ 24 × 100% ≈ 54,2%, minder dan 55%.

Antwoord Nee, deze gegevens voldoen niet aan de eis.

Wat een klassentabel verbergt

14 Exact of alleen begrensd?

Afhandeltijd t (min)	Absolute frequentie
$0 \le t < 10$	4
$10 \le t < 20$	7
$20 \le t < 30$	5
$30 \le t < 40$	4

a De eerste twee volledige klassen liggen onder 20: 4 + 7 = 11. De grens 20 valt samen met een klassegrens.

Antwoord Precies 11 afhandeltijden zijn kleiner dan 20 minuten.

b De eerste 4 tijden zijn zeker kleiner dan 15. Van de 7 tijden in $10 \le t < 20$ kunnen er 0 tot 7 kleiner dan 15 zijn.

Antwoord Het aantal kan elke gehele waarde van 4 tot en met 11 zijn.

c Bijvoorbeeld 20,0 en 29,8 minuten voldoen beide aan $20 \le t < 30$. De tabel geeft alleen het aantal in deze klasse.

Antwoord Nee, de afzonderlijke gemeten waarde is niet bewaard.

15 Twee lijsten bij één tabel

Duur t (min)	Absolute frequentie
$0 \le t < 5$	3
$5 \le t < 10$	5
$10 \le t < 15$	4

a Een mogelijke lijst A is 0, 1, 4, 7, 7, 8, 9, 9, 10, 11, 13, 14.

Een mogelijke lijst B is 0, 1, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 10, 11, 13, 14.

Beide lijsten hebben 3 waarden in de eerste klasse, 5 in de tweede en 4 in de derde.

Antwoord Lijst A heeft 3 waarden kleiner dan 7; lijst B heeft er 8. Andere passende lijsten zijn mogelijk.

b De volledige eerste klasse telt 3 van de 12 waarden: $3 \div 12 \times 100\% = 25\%$. De volgende klasse begint bij 5.

Antwoord Ja, precies 25% is kleiner dan 5, ongeacht de afzonderlijke waarden binnen de klassen.

16 Een rapport controleren

Verwerkingstijd t (s)	Absolute frequentie
$0 \le t < 10$	6
$10 \le t < 20$	9
$20 \le t < 30$	5

a I is juist: 6 + 9 = 15 tijden liggen in de eerste twee klassen, dus onder 20.

II is niet onderbouwd: onder 18 zijn de eerste 6 zeker meegeteld; van de volgende 9 kunnen er 0 tot 9 bijkomen. Het aantal ligt tussen 6 en 15.

III is onjuist: 20 is de uitgesloten bovengrens van de tweede klasse en de inbegrepen ondergrens van de derde.

Antwoord I is juist. II moet luiden: tussen 6 en 15 tijden zijn korter dan 18 s. Bij III hoort $20 \text{ s in } 20 \le t < 30$.

16 Een rapport controleren (vervolg)

Verwerkingstijd t (s)	Absolute frequentie
$0 \le t < 10$	6
$10 \le t < 20$	9
$20 \le t < 30$	5

b Er kunnen 6 tijden korter dan 18 s zijn: $\frac{6}{20} \times 100\% = 30\%$. Dit voldoet niet.

Er kunnen ook 15 tijden korter dan 18 s zijn: $\frac{15}{20} \times 100\% = 75\%$. Dit voldoet wel. Beide mogelijkheden passen bij de tabel.

Antwoord Nee, de tabel kan zowel een voldoende als een onvoldoende percentage opleveren; ruwe gegevens zijn nodig.

17 Dagregistraties

a Tel per waarde: 4, 7, 8, 4 en 2; het totaal is 25. Deel door 25 voor de relatieve frequenties en tel opeenvolgend voor de cumulatieve frequenties.

Antwoord De tabel bevat alle 25 dagen.

Aantal vragen	Absolute frequentie	Relatieve frequentie	Cumulatieve absolute frequentie
0	4	16%	4
1	7	28%	11
2	8	32%	19
3	4	16%	23
4	2	8%	25
Totaal	25	100%	—

b Hoogstens twee: $4 + 7 + 8 = 19$ dagen. $\frac{19}{25} \times 100\% = 76\%$; driekwart is 75%.

Antwoord De uitspraak is juist: 76% is minstens 75%.

c Het aantal dagen met waarde 2 wordt $8 + 2 = 10$ en het totaal 27. $\frac{10}{27} \times 100\% \approx 37{,}0\%$.

Antwoord Op 37,0% van alle 27 dagen waren er precies twee vragen.

18 Een klassentabel gebruiken

a Gebruik $10 \le l < 15$, $15 \le l < 20$, $20 \le l < 25$ en $25 \le l < 30$. De frequenties zijn 3, 5, 6 en 2; samen 16.

Antwoord Alle 16 lengtes zijn opgenomen.

Lengte l (cm)	Absolute frequentie
$10 \le l < 15$	3
$15 \le l < 20$	5
$20 \le l < 25$	6
$25 \le l < 30$	2
Totaal	16

b De eerste $3 + 5 = 8$ lengtes zijn zeker kleiner dan 22. Van de 6 lengtes in $20 \le l < 25$ kunnen er 0 tot 6 kleiner dan 22 zijn.

Antwoord Nee; het aantal kan van 8 tot en met 14 lopen.

c De eerste 11 waarden zijn kleiner dan 22. $\frac{11}{16} \times 100\% = 68{,}75\%$, afgerond 68,8%.

Antwoord In de oorspronkelijke lijst is 68,8% kleiner dan 22 cm; de klassentabel alleen gaf dit exacte percentage niet.

Uitwerkingen

Paragraaf 2.3 · opgaven 1–24

Kies vanuit de onderzoeksvraag

1 Aantallen en basis

Leesvorm	Aantal
Papier	7
Tablet	9
Beide	4

a De basis is alle 20 leerlingen: $\frac{9}{20} \times 100 = 45$.

Antwoord 45% kiest een tablet.

b Leesvorm is een nominale variabele. Losse staafhoogten laten de aantallen vergelijken.

Antwoord Een staafdiagram past.

2 Volgorde herkennen

Beoordeling	Aantal
Onvoldoende	3
Voldoende	8
Goed	9

a De categorieën hebben een betekenisvolle volgorde van laag naar hoog.

Antwoord De variabele is ordinaal.

b Zet onvoldoende, voldoende en goed van links naar rechts. Dit zijn geen opeenvolgende tijdstippen.

Antwoord Behoud de rangorde; een tijdontwikkeling kun je hiermee niet tekenen.

3 De vraag bepaalt de keuze

Activiteit	Aantal
Zwemmen	12
Klimmen	8
Dansen	5

a Activiteit is nominaal. Losse staven maken de aantallen goed vergelijkbaar.

Antwoord Een staafdiagram; zwemmen komt met 12 keuzes het vaakst voor.

b De drie categorieën vormen samen alle 25 keuzes. Het aandeel zwemmen is $\frac{12}{25} \times 100 = 48$.

Antwoord Een cirkeldiagram past; zwemmen beslaat 48%.

c Activiteiten hebben geen tijdsvolgorde of numerieke afstand. Een lijn suggereert verandering tussen categorieën.

Antwoord Een lijn past niet bij deze nominale categorieën.

4 Zelf een voorstelling kiezen

a Maanden staan in tijdsvolgorde. Zet de maand op de horizontale as en het aantal bezoekers op de verticale as.

Antwoord Een lijndiagram met maand en aantal bezoekers.

b Beide variabelen zijn kwantitatief. Ieder punt moet de afstand en reistijd van dezelfde leerling combineren.

Antwoord Een puntenwolk met afstand en reistijd; behoud de paren per leerling.

c De categorieën vormen samen alle 30 leerlingen. Een cirkel kan die aandelen als geheel tonen.

Antwoord Een cirkeldiagram; de basis is 30 leerlingen. Een staafdiagram met percentages kan ook, mits de aandelen herkenbaar zijn.

5 Welke informatie blijft zichtbaar?

a Een dotplot heeft één stip per waarneming. Een steelbladdiagram heeft één blad per waarneming.

Antwoord Een dotplot en een steelbladdiagram bewaren beide alle afzonderlijke wachttijden en de herhaalde waarden.

5 Welke informatie blijft zichtbaar? (vervolg)

b Een cumulatieve procentcurve toont het aandeel onder opeenvolgende grenzen. Betaalwijzen hebben geen natuurlijke rangorde.

Antwoord Kies een cumulatieve procentcurve voor wachttijd; cumuleren van nominale betaalwijzen is niet betekenisvol.

Van frequentietabel naar diagram

6 Van tabel naar lijnen en staven

Tabel I: week	Retouren
1	32
2	48
3	40
4	56

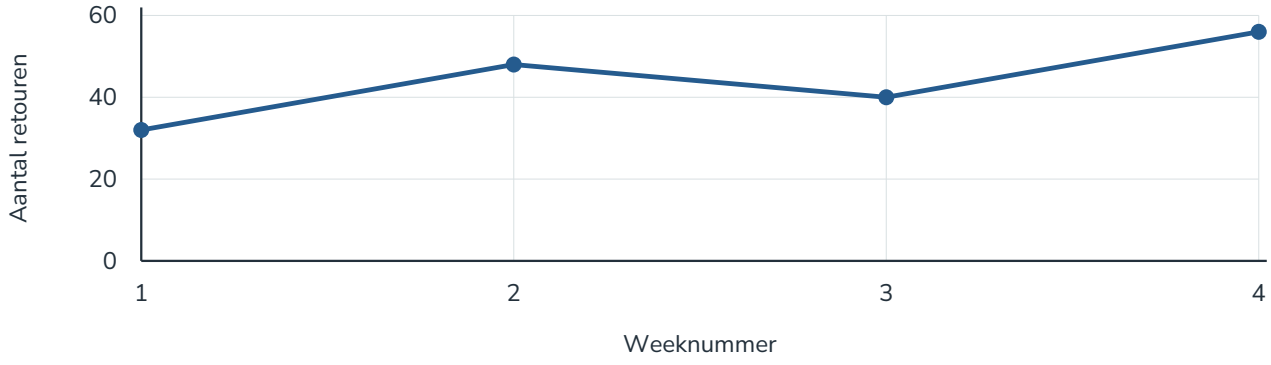
a Gebruik weeknummer horizontaal en aantal retouren verticaal.

Antwoord De punten zijn (1, 32), (2, 48), (3, 40), (4, 56).

b De punten zijn (1, 32), (2, 48), (3, 40) en (4, 56). Weeknummers hebben een tijdsvolgorde.

Antwoord Het lijndiagram toont stijging, daling en stijging.

Retouren per week



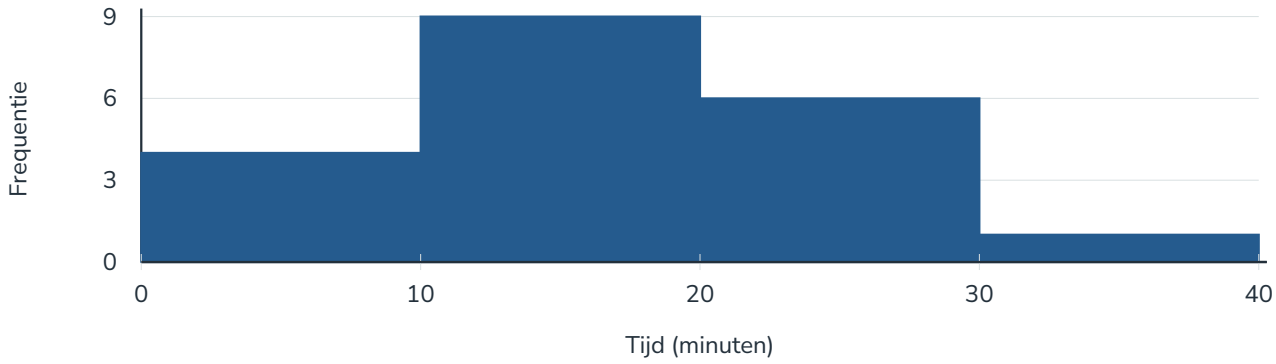
6 Van tabel naar lijnen en staven (vervolg)

Tabel II: wachttijd t (min)	Frequentie
$0 \le t < 10$	4
$10 \le t < 20$	9
$20 \le t < 30$	6
$30 \le t \le 40$	1

c Alle klassen zijn 10 minuten breed; de hoogten zijn 4, 9, 6 en 1. De tijdsintervallen volgen elkaar zonder gaten op.

Antwoord De histogramstaven sluiten aan, omdat de klassen aaneengesloten intervallen zijn.

Wachttijden

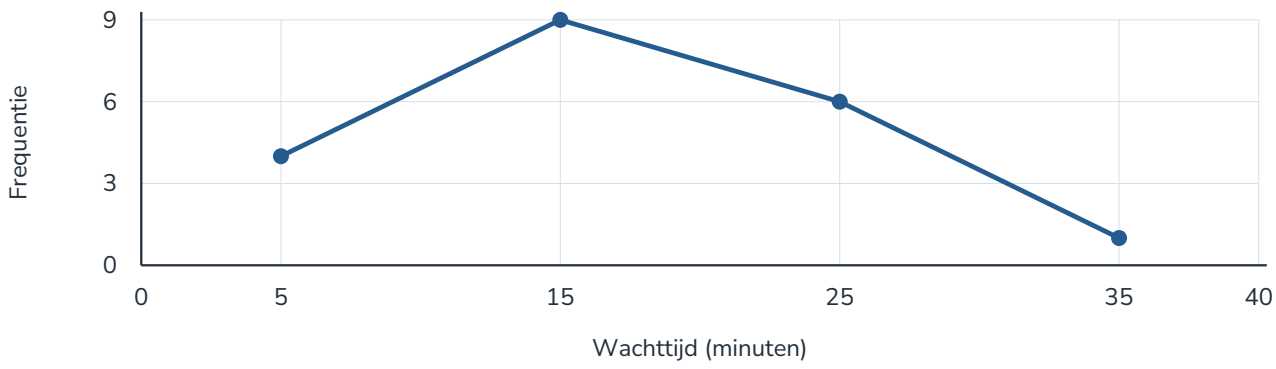


d De middens zijn (0 + 10)/2 = 5, 15, 25 en 35. Zet daarop de frequenties en verbind de punten.

Volgens $20 \le t < 30$ hoort precies 20 minuten bij de derde klasse.

Antwoord De punten zijn (5, 4), (15, 9), (25, 6), (35, 1); 20 minuten hoort bij de derde klasse.

Frequentiepolygoon wachttijd



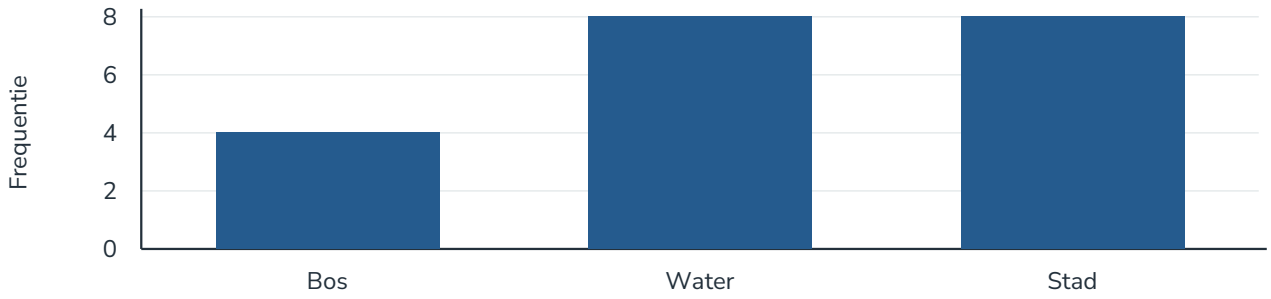
7 Twee beelden van dezelfde keuzes

Route	Aantal
Bos	4
Water	8
Stad	8

a Teken losse staven met hoogten 4, 8 en 8, op een frequentieas vanaf 0.

Antwoord Water en stad worden even vaak gekozen.

Routekeuzes



7 Twee beelden van dezelfde keuzes (vervolg)

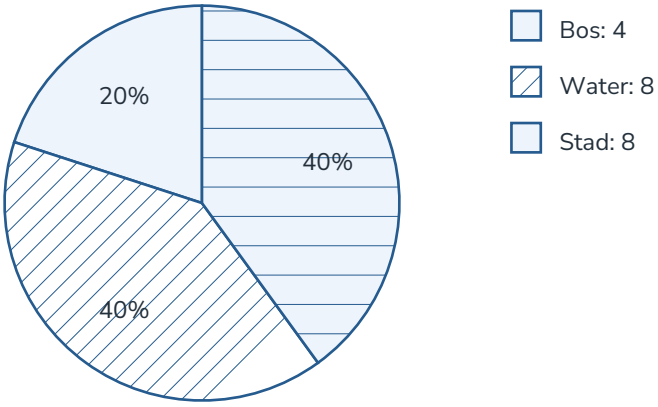
Route	Aantal
Bos	4
Water	8
Stad	8

b n = 20. De aandelen zijn 20%, 40% en 40%; vermenigvuldig deze breuken met 360°.

Antwoord Bos krijgt 72°; water en stad krijgen elk 144°.

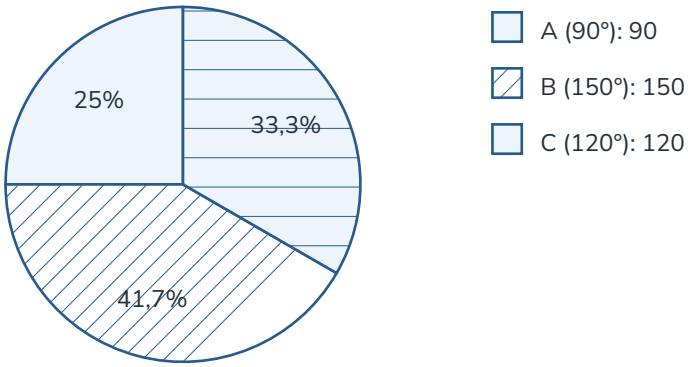
Route	Percentage	Hoek
Bos	20%	72°
Water	40%	144°
Stad	40%	144°

Aandelen routekeuzes



8 Terug van cirkel naar aantallen

Sectorhoeken van de keuzes



a A: $\frac{90}{360} \times 72 = 18$. B: $\frac{150}{360} \times 72 = 30$. C: $\frac{120}{360} \times 72 = 24$.

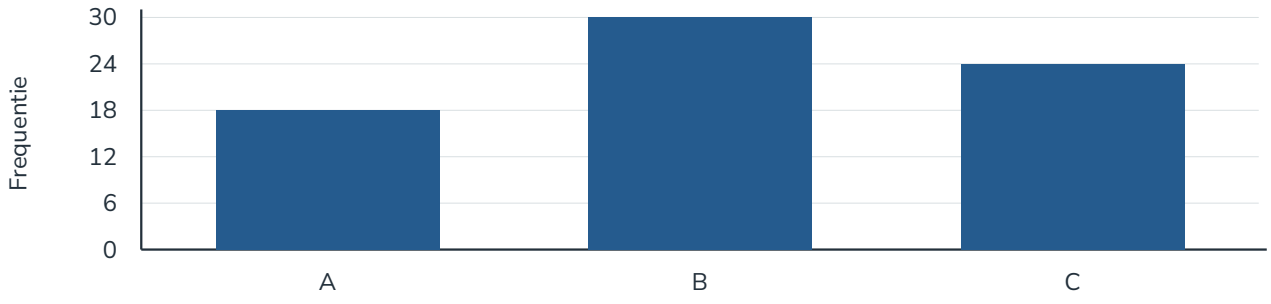
Antwoord De aantallen zijn A 18, B 30 en C 24.

Keuze	Aantal
A	18
B	30
C	24

b De staven hebben hoogten 18, 30 en 24. Hun som is 18 + 30 + 24 = 72.

Antwoord Het staafdiagram bevat alle 72 deelnemers.

Keuzes van 72 deelnemers

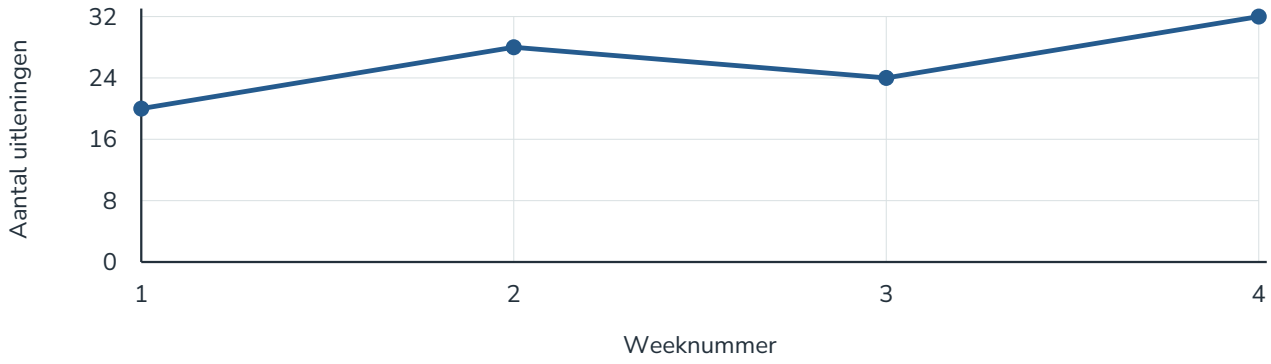


9 Ontwikkeling of verdeling

Tabel I: week	Uitleningen
1	20
2	28
3	24
4	32

a Weken hebben een tijdsvolgorde: kies een lijndiagram met de punten (1, 20), (2, 28), (3, 24), (4, 32).

Antwoord Een lijndiagram laat de ontwikkeling van het aantal uitleningen zien.



9 Ontwikkeling of verdeling (vervolg)

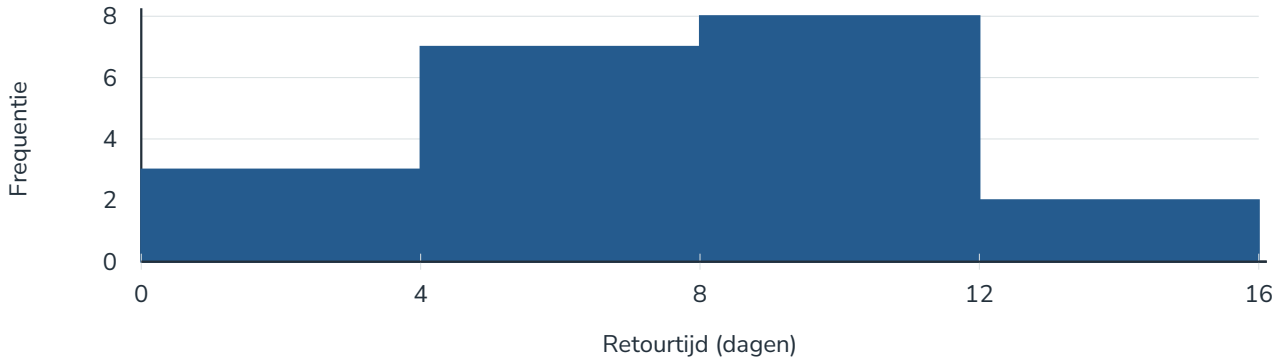
Tabel II: retourtijd t (dagen)	Frequentie
$0 \le t < 4$	3
$4 \le t < 8$	7
$8 \le t < 12$	8
$12 \le t \le 16$	2

b De histogramstaven zijn 4 dagen breed en hebben hoogten 3, 7, 8 en 2.

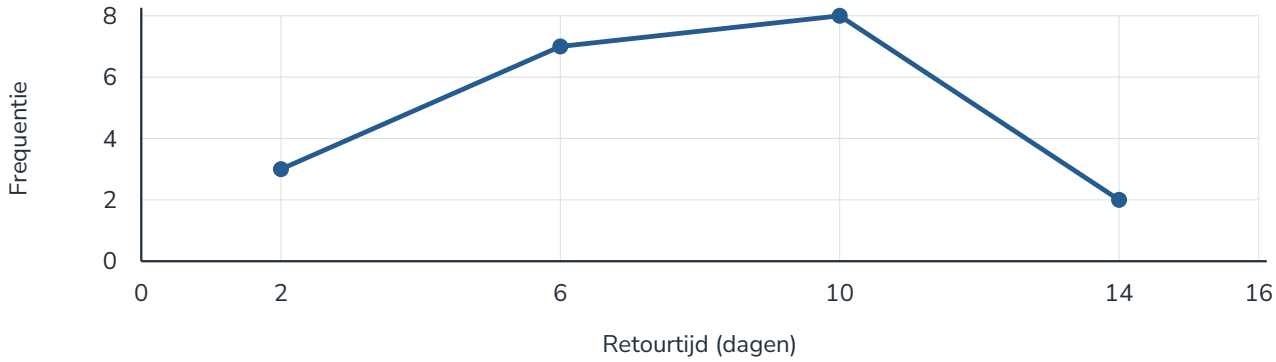
De polygoonpunten zijn (2, 3), (6, 7), (10, 8), (14, 2). Precies 8 dagen valt in $8 \le t < 12$.

Antwoord De klasse $8 \le t < 12$ heeft de hoogste frequentie, namelijk 8.

Retourtijden

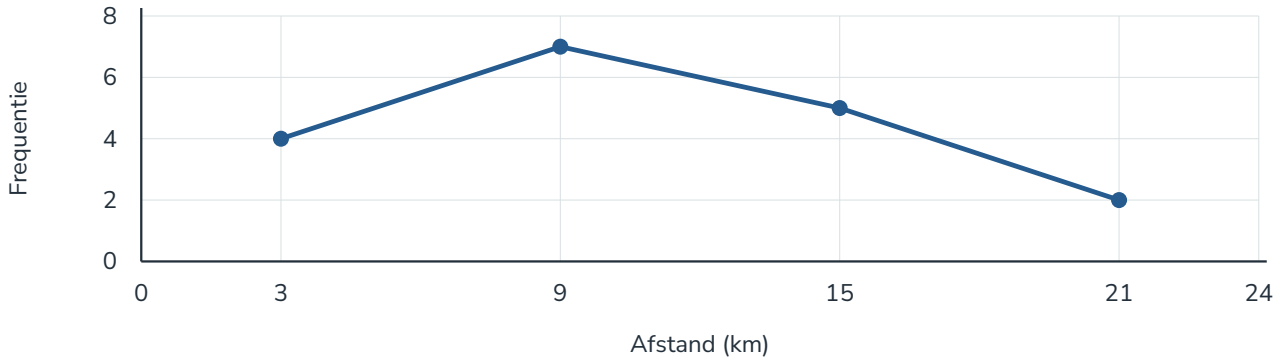


Frequentiepolygoon retourtijd



10 Klassen uit een polygoon halen

Afstanden van ritten



a De x-coördinaten 3, 9, 15 en 21 zijn klassenmiddens. Neem steeds 3 km aan beide kanten van het midden.

Antwoord De klassen lopen van 0 tot en met 24 km.

Afstand d (km)	Frequentie
$0 \leq d < 6$	4
$6 \leq d < 12$	7
$12 \leq d < 18$	5
$18 \leq d \leq 24$	2

b In de laatste twee klassen zitten 5 + 2 = 7 ritten. $\frac{7}{18} \times 100 \approx 38{,}9$.

Antwoord 38,9% van de ritten is ten minste 12 km.

Ordenen en gegevens koppelen

11 Oplopende aantallen

Wachttijd t (min)	Frequentie
$0 \le t < 5$	2
$5 \le t < 10$	6
$10 \le t < 15$	8
$15 \le t \le 20$	4

a De cumulatieve aantallen zijn 2, 8, 16 en 20.

De cumulatieve percentages zijn 10%, 40%, 80% en 100%.

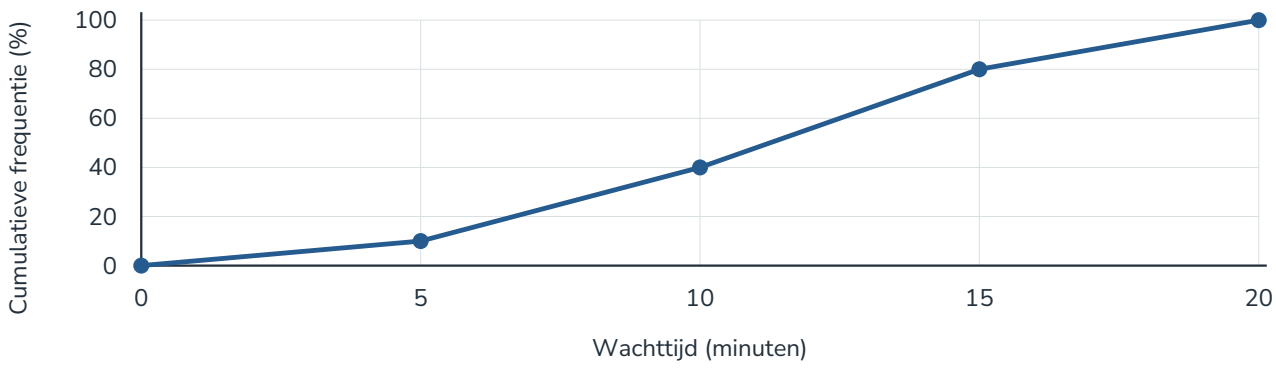
Antwoord Bij de laatste grens is de hele dataset meegeteld.

Bovengrens (min)	Cumulatief aantal	Cumulatief %
5	2	10
10	8	40
15	16	80
20	20	100

b Teken (0, 0), (5, 10), (10, 40), (15, 80) en (20, 100) en verbind deze punten.

Antwoord De curve eindigt bij (20, 100).

Cumulatieve wachttijd



11 Oplopende aantallen (vervolg)

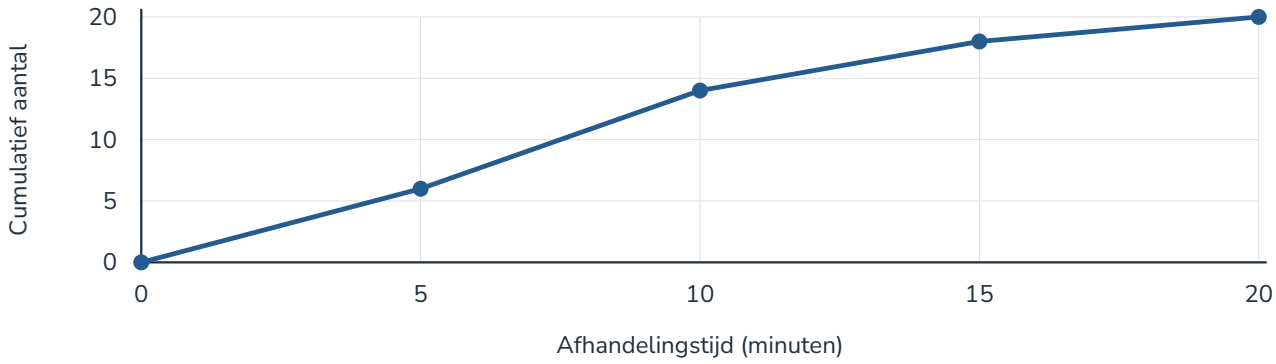
Wachttijd t (min)	Frequentie
$0 \le t < 5$	2
$5 \le t < 10$	6
$10 \le t < 15$	8
$15 \le t \le 20$	4

c 40% wacht minder dan 10 minuten. Het resterende aandeel is 100% – 40% = 60%.

Antwoord 60% wacht ten minste 10 minuten.

12 Verschillen tussen cumulatieve aantallen

Cumulatieve afhandelingstijden



a Het punt bij 10 heeft hoogte 14. Volgens de klassegrenzen worden de tijden onder 10 geteld.

Antwoord 14 afhandelingstijden zijn korter dan 10 minuten.

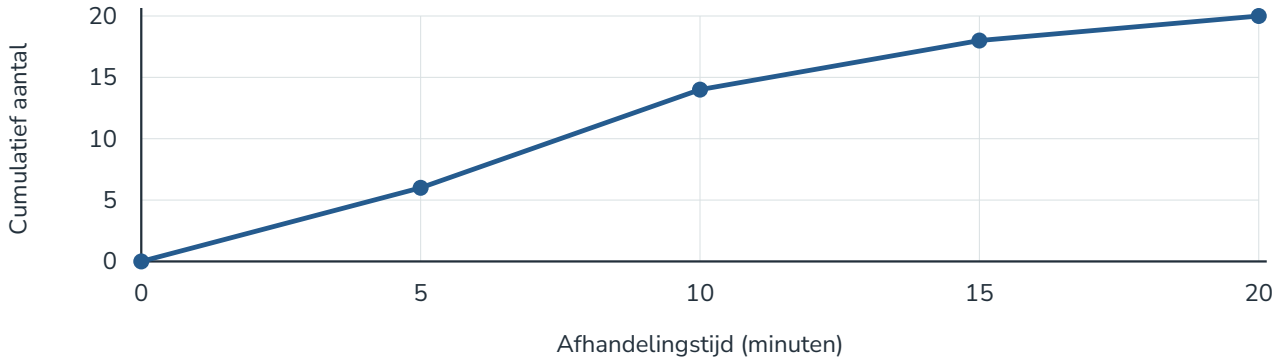
b De frequenties zijn 6 – 0 = 6, 14 – 6 = 8, 18 – 14 = 4 en 20 – 18 = 2.

Antwoord De vier klassen bevatten samen twintig tijden.

Afhandelingstijd t (min)	Frequentie
$0 \le t < 5$	6
$5 \le t < 10$	8
$10 \le t < 15$	4
$15 \le t \le 20$	2

12 Verschillen tussen cumulatieve aantallen (vervolg)

Cumulatieve afhandelingstijden



c 12,5 ligt halverwege 10 en 15. De lijn geeft (14 + 18)/2 = 16, dus $\frac{16}{20} \times 100 = 80\%$.

De verdeling binnen de klasse $10 \leq t < 15$ is onbekend.

Antwoord De schatting is 80%; het exacte aantal korter dan 12,5 minuten is niet bekend.

13 Losse waarden bewaren

Stam	Bladeren
1	
2	

a Neem de tientallen als stam en schrijf elk eenheidscijfer als blad, in oplopende volgorde.

Antwoord Sleutel: 1 | 4 betekent 14 cm.

Stam	Bladeren
1	2 4 4 7
2	1 1 3 8

13 Losse waarden bewaren (vervolg)

b Plaats één stip bij iedere lengte; stapel de twee stippen bij 14 en bij 21.

Antwoord De dotplot bevat acht stippen.

Lengtes van proefstroken



c Vier lengtes liggen onder 20 cm: $\frac{4}{8} \times 100 = 50\%$. Alle acht liggen op of onder 30 cm: 100%.

Het aandeel van ten minste 20 cm is 100% − 50% = 50%.

Antwoord 50% van de stroken is ten minste 20 cm.

Bovengrens (cm)	Cumulatief %
20	50
30	100

14 Van bladeren naar stippen

Stam	Bladeren
0	6 8 8
1	0 2 2 9
2	1

a De tijden zijn 6, 8, 8, 10, 12, 12, 19 en 21. Het verschil is 21 − 6 = 15.

Antwoord Het verschil is 15 minuten.

14 Van bladeren naar stippen (vervolg)

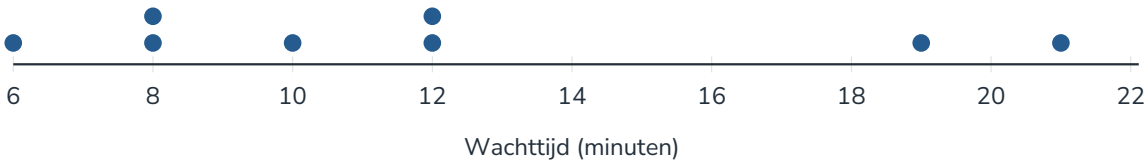
Stam	Bladeren
0	6 8 8
1	0 2 2 9
2	1

b Teken acht stippen bij de afgelezen waarden. Vier van de acht tijden zijn ten minste 12 minuten.

$\frac{4}{8} \times 100 = 50\%$.

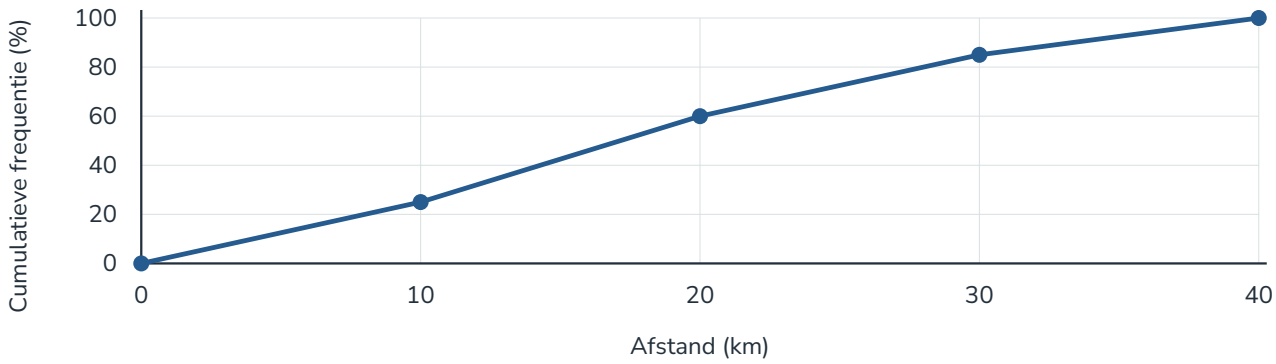
Antwoord 50% wacht ten minste 12 minuten.

Wachttijden



15 Terugrekenen uit percentages

Cumulatieve ritafstand



a De cumulatieve percentages zijn 25, 60, 85 en 100. De klassepercentages zijn 25, 35, 25 en 15.

Vermenigvuldig elk klassepercentage met $\frac{40}{100}$: 10, 14, 10 en 6.

Antwoord De vier frequenties zijn 10, 14, 10 en 6.

Afstand d (km)	Frequentie
$0 \le d < 10$	10
$10 \le d < 20$	14
$20 \le d < 30$	10
$30 \le d \le 40$	6

b 30 km is een klassegrens, zodat 85% exact volgt uit de gegroepeerde gegevens.

Bij 25 km geeft het rechte lijnstuk 72,5%, maar de werkelijke verdeling binnen de klasse is onbekend.

Antwoord Alleen de uitspraak over minder dan 30 km is exact; 70% onder 25 km volgt niet uit deze curve.

16 Combinaties tellen

Leerling	Vervoermiddel	Op tijd
1	Fiets	Ja
2	Fiets	Ja
3	Bus	Nee
4	Fiets	Nee
5	Bus	Ja
6	Bus	Nee
7	Fiets	Ja
8	Bus	Ja
9	Fiets	Ja
10	Bus	Nee

a Fiets: vier keer ja, één keer nee. Bus: twee keer ja, drie keer nee.

Rijtotalen zijn 5 en 5; kolomtotalen zijn 6 en 4.

Antwoord De kruistabel telt alle tien gekoppelde waarnemingen.

Vervoermiddel	Op tijd: ja	Op tijd: nee	Totaal
Fiets	4	1	5
Bus	2	3	5
Totaal	6	4	10

b Fiets: $\frac{4}{5} \times 100 = 80\%$. Bus: $\frac{2}{5} \times 100 = 40\%$.

Antwoord In deze gegevens is 80% van de fietsers en 40% van de busreizigers op tijd.

c De tabel beschrijft tien waarnemingen; bijvoorbeeld afstand of vertrektijd kan ook samenhangen met op tijd komen.

Antwoord Er is in deze gegevens een verschil tussen de groepen, maar een oorzaak is hiermee niet aangetoond.

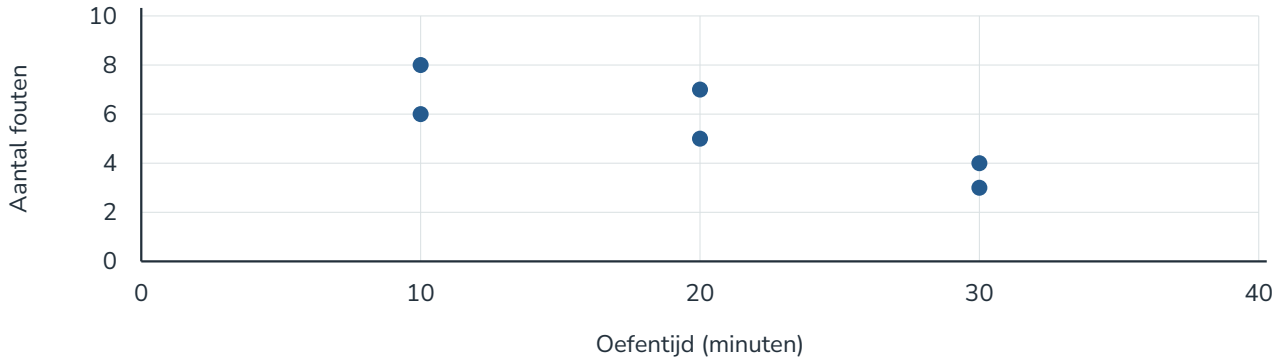
17 Een patroon in paren

Leerling	Oefentijd (min)	Aantal fouten
1	10	8
2	10	6
3	20	7
4	20	5
5	30	4
6	30	3

a Teken ieder gekoppeld bronpaar als één punt. Verbind de punten niet.

Antwoord De zes punten gebruiken de zes oorspronkelijke paren.

Oefentijd en fouten



b Grotere oefentijd gaat in deze gegevens meestal samen met minder fouten. Bij 10, 20 en 30 minuten zijn telkens twee verschillende foutenaantallen.

Antwoord Er is een dalend patroon met verschillen bij dezelfde oefentijd. De puntenwolk bewijst geen oorzaak.

18 Losse totalen zijn niet genoeg

Vervoermiddel	Aantal
Fiets	6
Bus	4

Op tijd	Aantal
Ja	7
Nee	3

a De totalen vertellen niet welke op-tijdregistratie bij welke vervoerskeuze hoort.

Antwoord Nee; de koppeling per leerling ontbreekt.

b Verdeel de zeven keer ja en drie keer nee op twee verschillende manieren over de zes fietsers en vier busreizigers.

Antwoord Beide tabellen hebben dezelfde marges, maar verschillende aantallen fietsers op tijd.

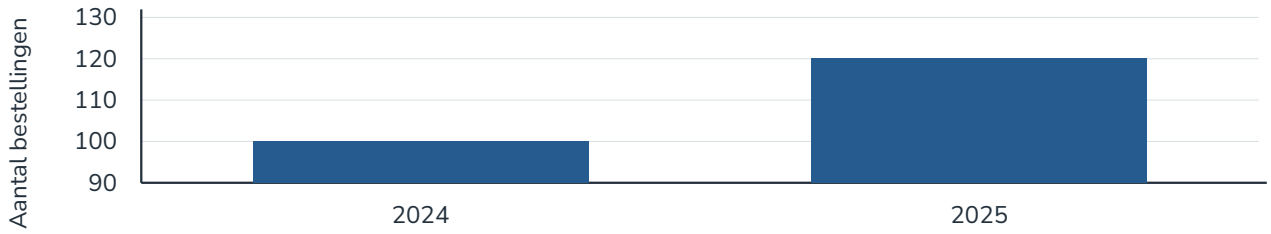
Mogelijkheid I	Ja	Nee	Totaal
Fiets	4	2	6
Bus	3	1	4
Totaal	7	3	10

Mogelijkheid II	Ja	Nee	Totaal
Fiets	6	0	6
Bus	1	3	4
Totaal	7	3	10

Een presentatie kritisch lezen

19 Een overdreven groei herstellen

Bestellingen volgens de advertentie



a De as begint bij 90. De zichtbare hoogten zijn 100 − 90 = 10 en 120 − 90 = 30.

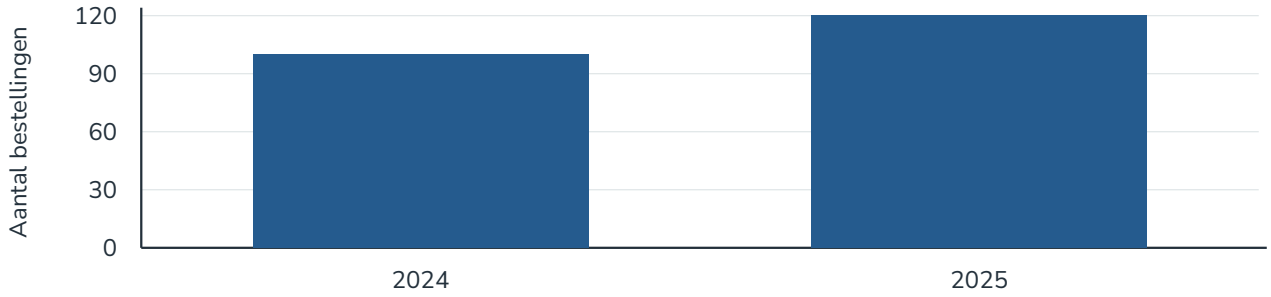
De werkelijke groei is (120 − 100)/100 × 100 = 20%.

Antwoord De zichtbare staafhoogte verdrievoudigt, maar het aantal bestellingen groeit met 20%.

b Laat de verticale as bij 0 beginnen; teken staven van 100 en 120.

Antwoord Het aantal bestellingen stijgt van 100 naar 120, een toename van 20%.

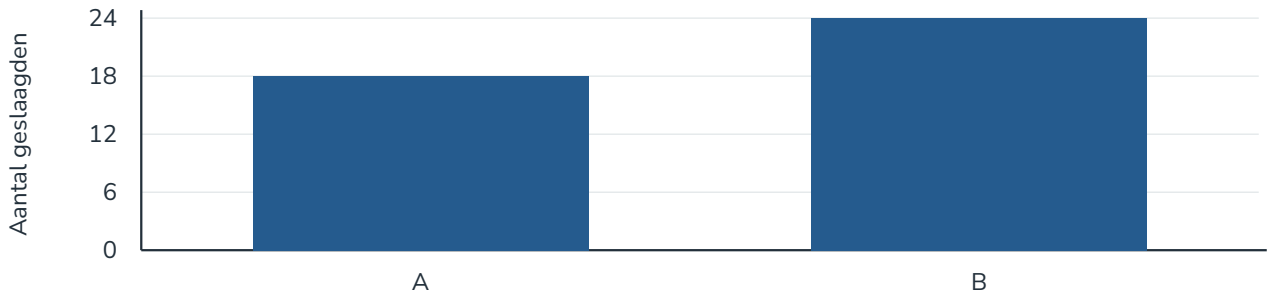
Bestellingen met volledige staafhoogten



20 Groepsgrootte maakt verschil

Groep	Geslaagd	Deelnemers
A	18	30
B	24	60

Aantallen geslaagden



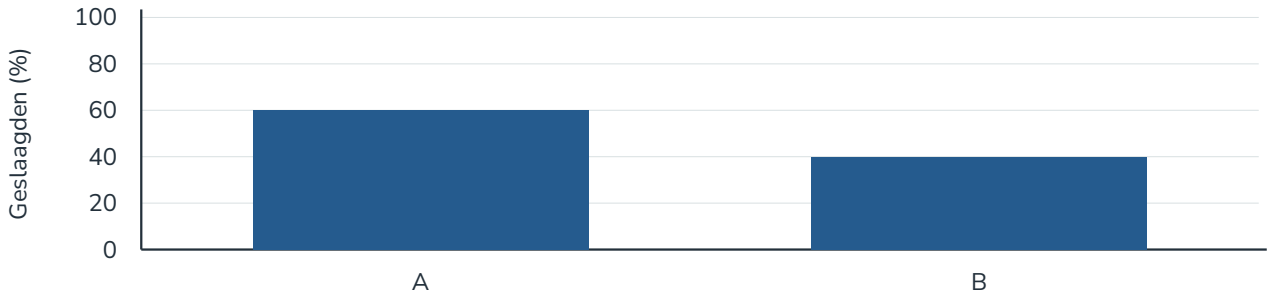
a A: $\frac{18}{30} \times 100 = 60\%$. B: $\frac{24}{60} \times 100 = 40\%$. B heeft meer deelnemers.

Antwoord B heeft meer geslaagden, maar A heeft het grootste aandeel: 60% tegenover 40%.

b Een staafdiagram met groepspercentages gebruikt voor beide groepen dezelfde percentageas vanaf 0.

Antwoord De twee staven hebben hoogten 60% en 40%.

Aandeel geslaagden per groep



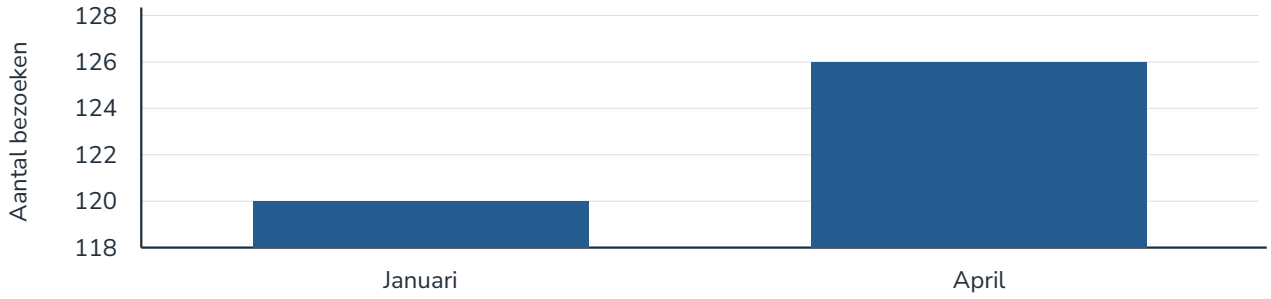
c Controleer bijvoorbeeld of de deelnemers onder dezelfde omstandigheden en met dezelfde slaaggrens zijn beoordeeld.

Antwoord Bijvoorbeeld: is in beide groepen dezelfde slaaggrens gebruikt?

21 Wat laat een advertentie weg?

Maand	Bezoeken	Openingsdagen
Januari	120	20
Februari	160	20
Maart	180	20
April	126	14

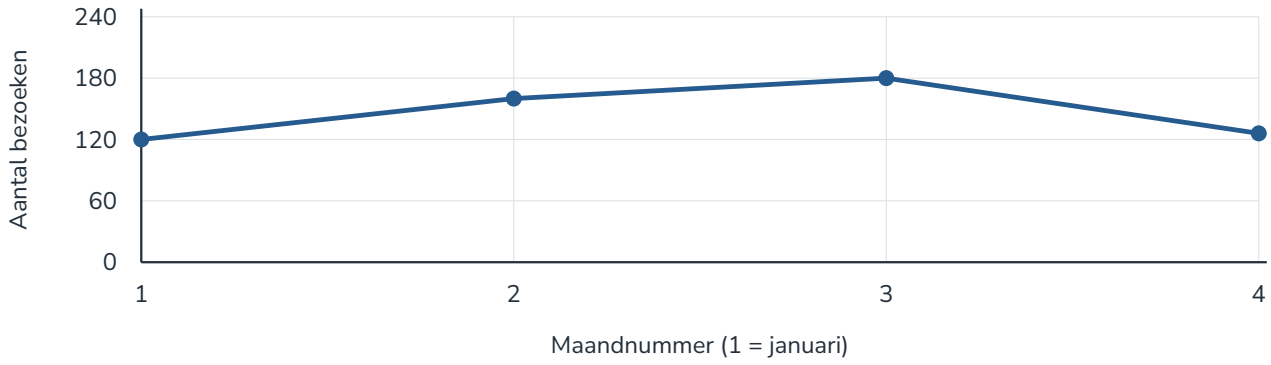
De advertentie: twee maanden



a Maanden hebben een tijdsvolgorde, dus een lijndiagram past. De punten zijn (1, 120), (2, 160), (3, 180), (4, 126).

Antwoord Een lijndiagram met alle vier maanden toont zowel de stijging als de daling.

Alle maanden: bezoeken



b Het totaal daalt van maart naar april van 180 naar 126.

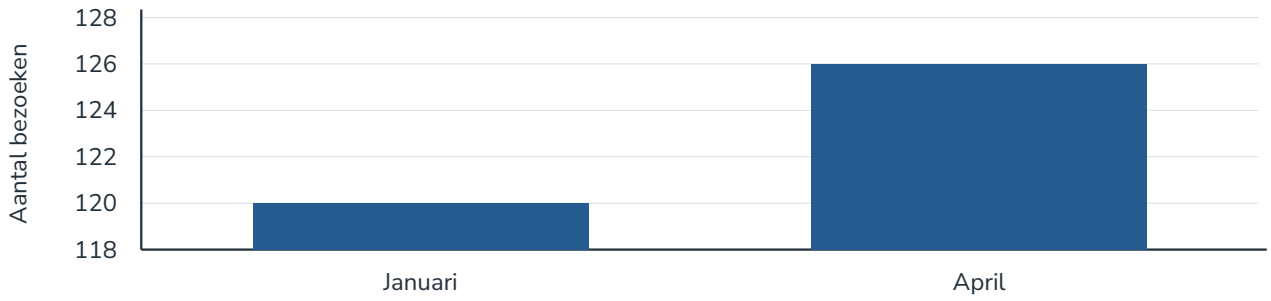
Van januari naar april is de groei (126 − 120)/120 × 100 = 5%. De advertentieas begint bij 118 en vergroot het zichtbare verschil.

Antwoord Er is geen groei in iedere maand; over de hele periode stijgt het totaal met 5%.

21 Wat laat een advertentie weg? (vervolg)

Maand	Bezoeken	Openingsdagen
Januari	120	20
Februari	160	20
Maart	180	20
April	126	14

De advertentie: twee maanden



c Maart: $\frac{180}{20} = 9$ bezoeken per openingsdag. April: $\frac{126}{14} = 9$.

Antwoord Het maandtotaal daalt, maar het aantal bezoeken per openingsdag is in maart en april gelijk.

Maand	Bezoeken per openingsdag
Januari	6
Februari	8
Maart	9
April	9

22 Nieuwe diagrammen maken

Tabel I: zaalkeuze	Aantal
A	6
B	9
C	3

Tabel II: taaktijd t (min)	Frequentie
$0 \le t < 10$	4
$10 \le t < 20$	8
$20 \le t \le 30$	6

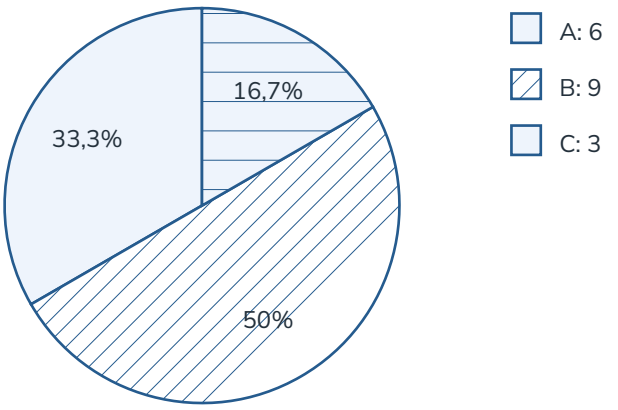
Tabel III: week	Afspraken
1	15
2	12
3	18

a Losse staafhoogten passen bij het vergelijken van nominale categorieën. $n = 6 + 9 + 3 = 18$.

De cirkelhoeken zijn $\frac{6}{18} \times 360° = 120°$, $\frac{9}{18} \times 360° = 180°$ en $\frac{3}{18} \times 360° = 60°$.

Antwoord Een staafdiagram past bij aantallen vergelijken; in de cirkel zijn de hoeken 120°, 180° en 60°.

Aandelen zaalkeuzes



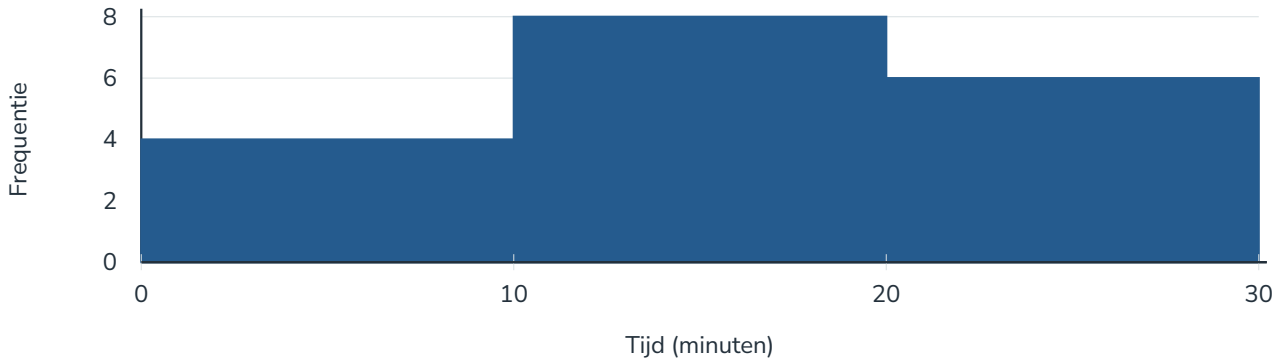
22 Nieuwe diagrammen maken (vervolg)

b De histogramstaven zijn 10 minuten breed en hebben hoogten 4, 8 en 6.

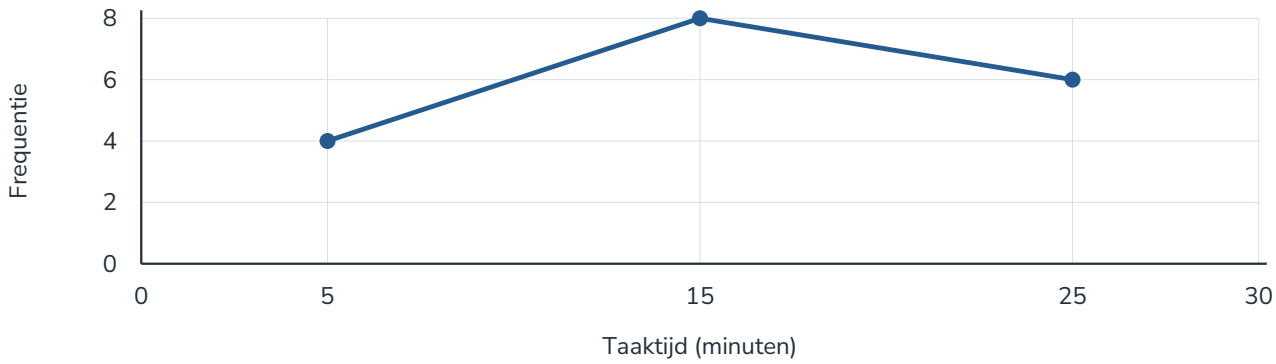
De polygoonpunten liggen op de middens: (5, 4), (15, 8), (25, 6).

Antwoord Beide voorstellingen tonen de drie klassefrequenties.

Taaktijden



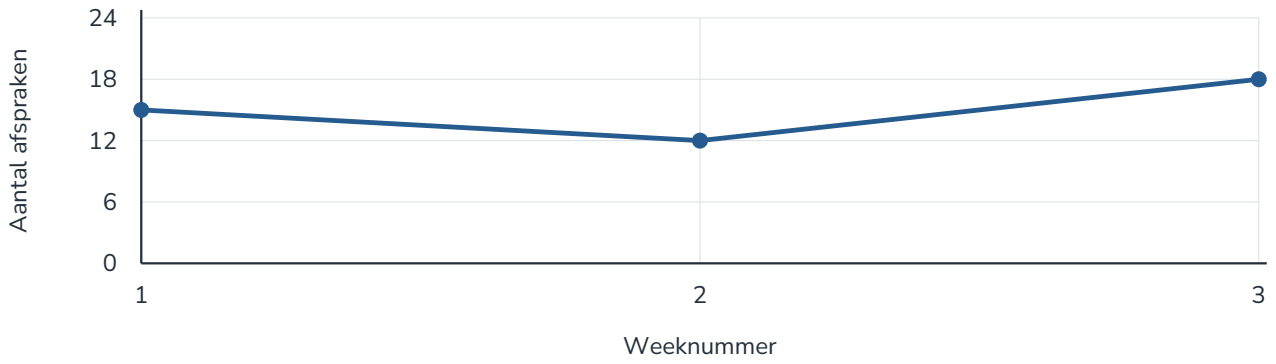
Frequentiepolygoon taaktijd



c Weken hebben een tijdsvolgorde. Teken een lijndiagram met (1, 15), (2, 12), (3, 18).

Antwoord Het aantal daalt eerst en stijgt daarna.

Ontwikkeling afspraken



23 Dezelfde bron, verschillende beelden

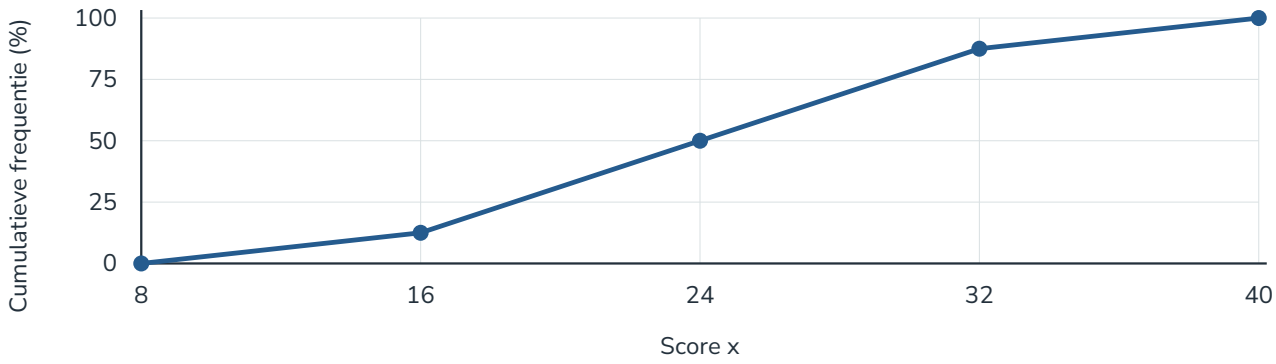
Leerling	Score x	Score y
1	12	4
2	16	5
3	16	6
4	20	6
5	24	6
6	24	7
7	28	8
8	32	9

a De frequenties zijn 1, 3, 3 en 1; cumulatief zijn dat 1, 4, 7 en 8.

De punten zijn (8, 0), (16, 12,5), (24, 50), (32, 87,5), (40, 100).

Antwoord 50% heeft x < 24.

Cumulatieve score op taak A



23 Dezelfde bron, verschillende beelden (vervolg)

Leerling	Score x	Score y
1	12	4
2	16	5
3	16	6
4	20	6
5	24	6
6	24	7
7	28	8
8	32	9

Stam	Bladeren
1	
2	
3	

b Neem de tientallen als stam en sorteer de eenheden.

Antwoord Sleutel: 2 | 4 betekent score 24.

Stam	Bladeren
1	2 6 6
2	0 4 4 8
3	2

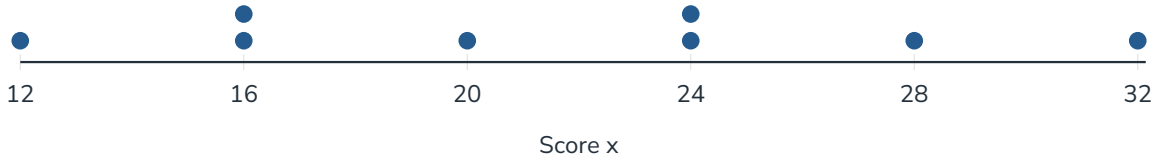
23 Dezelfde bron, verschillende beelden (vervolg)

Leerling	Score x	Score y
1	12	4
2	16	5
3	16	6
4	20	6
5	24	6
6	24	7
7	28	8
8	32	9

c Teken acht stippen; bij 16 en 24 staan telkens twee stippen boven elkaar.

Antwoord De dotplot bewaart de acht scores op taak A.

Scores op taak A



d De eerste vier leerlingen hebben $x < 24$ en $y < 7$. Van de andere vier heeft er één $y < 7$ en hebben er drie $y \geq 7$.

Antwoord De kruistabel heeft rijtotalen 4 en 4 en kolomtotalen 5 en 3.

Scoregroep x	y < 7	y ≥ 7	Totaal
x < 24	4	0	4
x ≥ 24	1	3	4
Totaal	5	3	8

23 Dezelfde bron, verschillende beelden (vervolg)

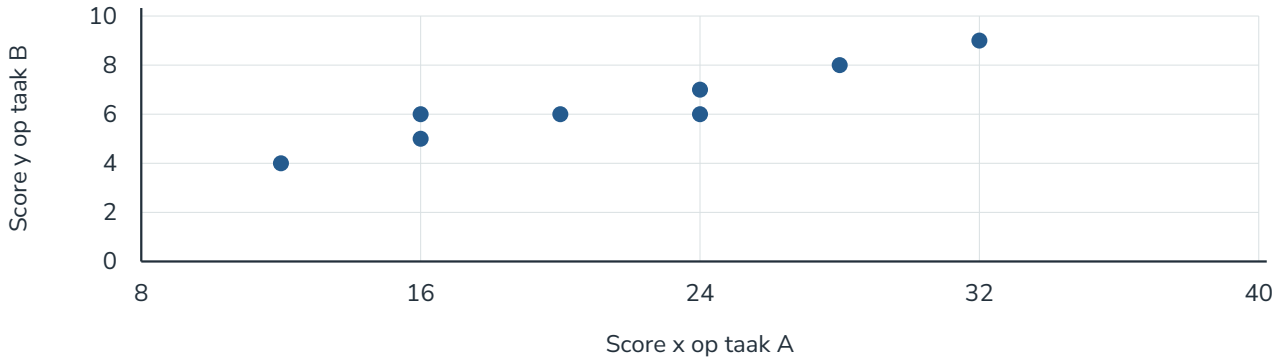
Leerling	Score x	Score y
1	12	4
2	16	5
3	16	6
4	20	6
5	24	6
6	24	7
7	28	8
8	32	9

e Teken ieder bronpaar als één punt, zonder verbindingslijnen.

(24, 7) hoort bij een leerling met 24 goede antwoorden op A en 7 op B.

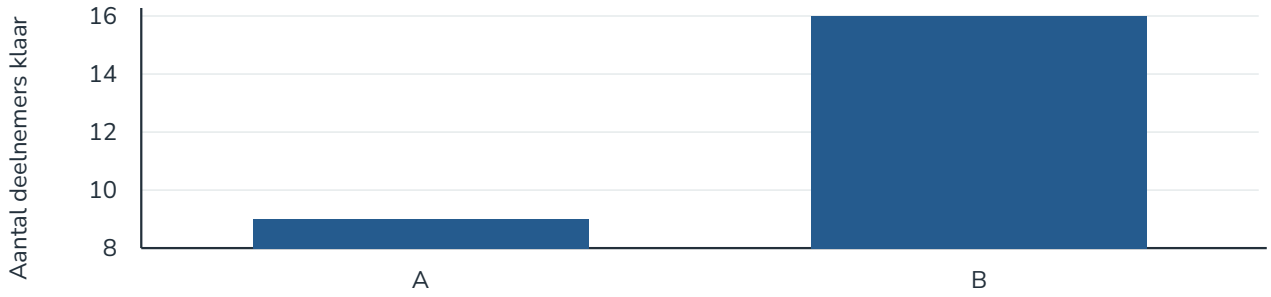
Antwoord Er is een globaal stijgend patroon; het patroon bewijst geen oorzaak.

Scores op beide taken



24 Een vergelijking beoordelen

Resultaten



a A: $\frac{9}{15} \times 100 = 60\%$. B: $\frac{16}{40} \times 100 = 40\%$.

De meting noemt bijvoorbeeld niet hoeveel tijd iedere groep kreeg om de taak af te ronden.

Antwoord A heeft het grootste aandeel klaar; B heeft het grootste aantal. Voor een inhoudelijke vergelijking moet bijvoorbeeld de beschikbare tijd bekend zijn.

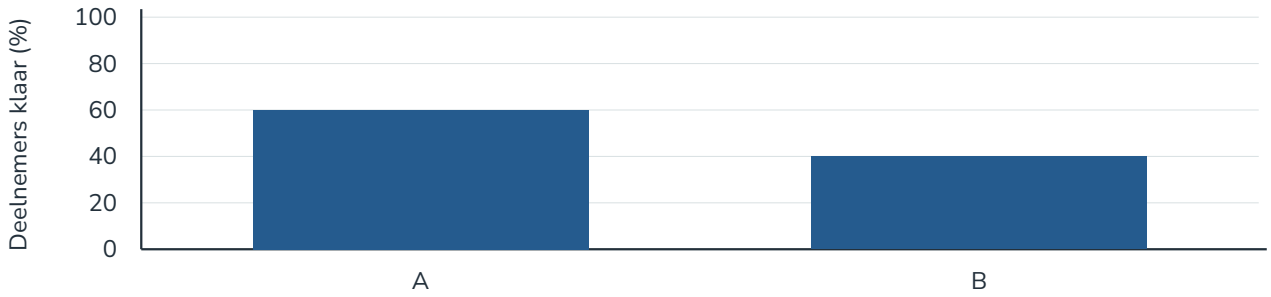
b De as begint bij 8. De zichtbare hoogten zijn $9 - 8 = 1$ en $16 - 8 = 8$. De werkelijke aantallen verhouden zich als $\frac{16}{9} \approx 1{,}78$.

Antwoord De ingekorte as vergroot het zichtbare verschil: achtmaal de hoogte betekent hier geen achtmaal zoveel deelnemers.

c Gebruik de percentages 60 en 40 op één as vanaf 0; vermeld groep en aandeel deelnemers klaar (%).

Antwoord Het verbeterde diagram vergelijkt 60% met 40%.

Aandeel deelnemers dat de taak afrondt



Uitwerkingen

Paragraaf 2.4 · opgaven 1–18

Gemiddelde, mediaan en modus

1 Ordenen en tellen

a In volgorde: 3, 3, 3, 4, 6, 7, 9. Bij zeven getallen is de vierde plaats de middelste.

Antwoord Het middelste getal is 4.

b Er zijn 7 getallen. De som is $9 + 3 + 6 + 3 + 4 + 7 + 3 = 35$.

Antwoord Aantal: 7; som: 35.

2 Waarnemingen achter de tabel

Aantal boeken	Frequentie
1	2
2	5
3	3

a $2 + 5 + 3 = 10$.

Antwoord De tabel bevat 10 leerlingen.

b Twee leerlingen lazen elk 1 boek, vijf elk 2 en drie elk 3: $2 \times 1 + 5 \times 2 + 3 \times 3 = 21$.

Antwoord Samen lazen ze 21 boeken.

3 Drie maten voor één lijst

a De som is $9 + 6 + 7 + 6 + 12 + 8 = 48$ minuten. Er zijn 6 bezoekers.

Gemiddelde $= 48 : 6 = 8$.

Antwoord De gemiddelde wachttijd is 8 minuten.

b In volgorde: 6, 6, 7, 8, 9, 12. De middelste waarden zijn de derde en vierde.

Mediaan $= (7 + 8) : 2 = 7{,}5$.

Antwoord De mediaan is 7,5 minuten.

3 Drie maten voor één lijst (vervolg)

c 6 komt tweemaal voor; alle andere wachttijden eenmaal.

Antwoord De modus is 6 minuten, met frequentie 2.

4 Een ontbrekende score

a De som van alle vijf scores is $5 \times 7{,}4 = 37$.

De vier bekende scores hebben som $6 + 7 + 7 + 8 = 28$. De ontbrekende score is $37 - 28 = 9$.

Antwoord De ontbrekende score is 9.

b De geordende lijst is 6, 7, 7, 8, 9. De derde score is 7.

7 komt tweemaal voor en de overige scores eenmaal.

Antwoord De bewering is onjuist: mediaan en modus zijn beide 7.

5 Meer dan één modus

Aantal bezoeken	Frequentie
0	3
1	5
2	5
3	2

a Aantal waarnemingen: $3 + 5 + 5 + 2 = 15$. Som: $0 \times 3 + 1 \times 5 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 21$.
Gemiddelde = $21 : 15 = 1{,}4$.

De mediaan is de achtste waarneming. De waarden 1 staan op plaatsen 4 tot en met 8.

Antwoord Het gemiddelde is 1,4 bezoeken; de mediaan is 1 bezoek.

b De hoogste frequentie is 5. Zowel 1 als 2 bezoeken heeft deze frequentie.

Antwoord De modussen zijn 1 en 2 bezoeken.

Rekenen met gewichten

6 Niet elk cijfer telt even zwaar

Onderdeel	Cijfer	Gewicht
Toets	6,0	1
Practicum	8,0	2
Eindopdracht	7,0	3

a De toets telt eenmaal mee, het practicum tweemaal en de eindopdracht driemaal.

Het totale gewicht is $1 + 2 + 3 = 6$.

Antwoord Het totale gewicht is 6.

b Gewogen som = $1 \times 6{,}0 + 2 \times 8{,}0 + 3 \times 7{,}0 = 43$.

Gewogen gemiddelde = $43 : 6 = 7{,}166\ldots \approx 7{,}2$. De gewone berekening geeft ieder onderdeel hetzelfde gewicht.

Antwoord Het eindcijfer is 7,2. De gewone berekening negeert de verschillende gewichten.

7 Een groepsgemiddelde reconstrueren

a De 20 deelnemers gaven samen $20 \times 14 =$ € 280 uit. De eerste groep gaf $8 \times 11 =$ € 88 uit.

De tweede groep gaf $280 - 88 =$ € 192 uit. Het gemiddelde is $192 : 12 =$ € 16.

Antwoord Het gemiddelde van de tweede groep is € 16.

b Het gewone gemiddelde is $(11 + 16) : 2 =$ € 13,50. Het geeft beide groepen evenveel gewicht.

De tweede groep bevat meer deelnemers: de gewichten moeten 8 en 12 zijn.

Antwoord De groepen zijn ongelijk groot; het gemiddelde van € 16 moet zwaarder meetellen.

8 Toevallig dezelfde uitkomst

a Gewoon gemiddelde = $(9 + 5 + 7) : 3 = 7$.

Gewogen gemiddelde = $(1 \times 9 + 1 \times 5 + 2 \times 7) : (1 + 1 + 2) = 28 : 4 = 7$.

Antwoord Beide gemiddelden zijn 7.

8 Toevallig dezelfde uitkomst (vervolg)

b Hier zijn de gewichten ongelijk, maar zijn beide uitkomsten 7. Dat is al een tegenvoorbeeld.

Het cijfer dat extra meetelt is 7; het is precies het gewone gemiddelde en verandert dat gemiddelde dus niet.

Antwoord De bewering is onjuist. Gelijke uitkomsten kunnen bij ongelijke gewichten voorkomen.

9 Een gecombineerde wachttijd

a 24 = (18 + 30) : 2 geeft de afhaalpunten evenveel gewicht.

De totale wachttijd is 15 × 18 + 5 × 30 = 420 minuten. Het gemiddelde is 420 : 20 = 21 minuten.

Antwoord Het gemiddelde van alle bezoekers is 21 minuten.

b De nieuwe totale wachttijd is 420 + 5 × 17 = 505 minuten.

Het nieuwe gemiddelde is 505 : 25 = 20,2 minuten; 20,2 > 20.

Antwoord Nee, het gemiddelde is 20,2 minuten.

Kiezen bij de onderzoeksvraag

10 Een centrummaat bij categorieën

Gerecht	Frequentie
Pasta	6
Soep	5
Sandwich	9

a De gerechten zijn nominale categorieën, zonder natuurlijke volgorde. De modus geeft de categorie met de hoogste frequentie.

Sandwich heeft frequentie 9, hoger dan 6 en 5.

Antwoord De modus is sandwich.

b De berekening is (6 × 1 + 5 × 2 + 9 × 3) : 20 = 2,15.

De codes zijn willekeurige labels. Andere codes veranderen dit gemiddelde zonder dat de voorkeuren veranderen.

Antwoord Een rekenkundig gemiddelde van deze codes heeft geen betekenis voor de voorkeur.

11 De vraag bepaalt de maat

Vervoerswijze	Frequentie
Bus	8
Fiets	12
Lopen	5

Reistijden in minuten
4; 5; 5; 6; 6; 7; 37

Beoordeling	Frequentie
Slecht	2
Matig	3
Goed	4
Uitstekend	2

a Vervoerswijzen zijn nominale categorieën. De modus geeft de meest voorkomende categorie.

Fiets komt met 12 leerlingen het vaakst voor.

Antwoord Kies de modus: fiets.

b Alle reistijden moeten bijdragen aan de totale tijd. Daarvoor gebruik je het gemiddelde.

Som = 4 + 5 + 5 + 6 + 6 + 7 + 37 = 70 minuten. Gemiddelde = 70 : 7 = 10 minuten.

Antwoord Gebruik het gemiddelde van 10 minuten; de totale reistijd is 7 × 10 = 70 minuten.

c De beoordelingen zijn ordinaal; de mediaan gebruikt hun natuurlijke volgorde. Bij 11 beoordelingen is de zesde de middelste.

Slecht beslaat plaatsen 1–2, matig 3–5 en goed 6–9. Codes leggen geen betekenisvolle gelijke afstanden tussen categorieën vast.

Antwoord De mediaan is goed. Een gemiddelde van categoriecodes is hier niet zinvol.

12 Twee rijen vergelijken

Rij	Wachttijden in minuten
A	3; 4; 4; 5; 5; 6; 29
B	6; 7; 7; 8; 8; 9; 11

a Kies de mediaan: in rij A trekt de ene wachttijd van 29 minuten het gemiddelde sterk omhoog.

Beide lijsten zijn geordend en hebben 7 waarden. De vierde waarde is bij A 5 en bij B 8.

Antwoord Op basis van de mediaan is rij A gebruikelijk sneller: 5 tegen 8 minuten.

b Gebruik het gemiddelde: vermenigvuldigd met het aantal levert het de som.

Bij A is de som 3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 + 29 = 56. Bij B is de som 6 + 7 + 7 + 8 + 8 + 9 + 11 = 56. Beide gemiddelden zijn 56 : 7 = 8.

Antwoord Gebruik het gemiddelde. De totale wachttijden zijn gelijk: beide 56 minuten.

13 Kledingmaten

Maat	Frequentie
XS	2
S	4
M	8
L	5
XL	1

a M heeft met 8 de hoogste frequentie en is dus de modus.

Bij 20 maten zijn de tiende en elfde waarneming centraal. XS beslaat plaatsen 1–2, S 3–6 en M 7–14. Beide centrale maten zijn M.

Antwoord Modus en mediaan zijn beide M.

b De vraag gaat over de maat met de meeste verkopen. Dat beschrijft de modus.

De mediaan beschrijft een middelste maat en hoeft bij andere gegevens niet de meest verkochte maat te zijn.

Antwoord Kies de modus; de meeste verkochte shirts hebben maat M.

Een uitschieter of een bewerking

14 Eén waarde of alle waarden

a De oorspronkelijke som is 36; het gemiddelde is 6. De som neemt toe met 26 − 8 = 18, dus het gemiddelde neemt toe met 18 : 6 = 3 en wordt 9.

Na vervanging is de geordende lijst 4, 4, 5, 7, 8, 26. De mediaan blijft (5 + 7) : 2 = 6.

Eerst kwamen 4 en 8 elk tweemaal voor. Na vervanging komt alleen 4 tweemaal voor.

Antwoord Het gemiddelde stijgt van 6 naar 9; de mediaan blijft 6; de modussen 4 en 8 worden alleen modus 4.

b De bewerking is $x \to 2(x + 3) = 2x + 6$. Deze bewerking geldt voor elke waarde en behoudt de volgorde en de frequenties.

Gemiddelde en mediaan worden elk 2 × 6 + 6 = 18. De modussen worden 2 × 4 + 6 = 14 en 2 × 8 + 6 = 22.

Antwoord Nieuw gemiddelde en nieuwe mediaan: 18. Nieuwe modussen: 14 en 22.

15 Een waarde verwijderen

a Vóór: som = 70, gemiddelde = 70 : 5 = 14 minuten; de derde waarde is 8 minuten, dus mediaan 8.

Na: som = 30, gemiddelde = 30 : 4 = 7,5 minuten; mediaan = (7 + 8) : 2 = 7,5 minuten.

Antwoord Het gemiddelde daalt van 14 naar 7,5 minuten; de mediaan daalt van 8 naar 7,5 minuten.

b Na verwijderen verandert het aantal waarnemingen en daarmee de middelste plaats of de twee middelste plaatsen.

In deze lijst verandert de mediaan daadwerkelijk van 8 naar 7,5 minuten.

Antwoord De uitspraak is onjuist: ook de centrale posities kunnen veranderen.

16 Welke redenering gaat mis?

a De stijging van het gemiddelde is inderdaad 20 : 5 = 4, dus het nieuwe gemiddelde is 9.

De lijst wordt 2, 4, 4, 6, 29. De middelste waarde blijft 4 en de hoogste frequentie hoort nog steeds bij 4.

Antwoord Alleen het gemiddelde stijgt met 4. Gemiddelde 9, mediaan 4, modus 4.

16 Welke redenering gaat mis? (vervolg)

b De volgorde blijft gelijk, maar de middelste waarde zelf verandert van 4 naar $2 \times 4 + 3 = 11$. Ook de meest voorkomende waarde verandert zo.

Gemiddelde = $2 \times 5 + 3 = 13$; mediaan = 11; modus = 11.

Antwoord Het gemiddelde is 13; de mediaan en de modus worden beide 11.

17 Ritten in een week

Aantal ritten	Frequentie
0	2
1	5
2	3

a Aantal = $2 + 5 + 3 = 10$. Som = $0 \times 2 + 1 \times 5 + 2 \times 3 = 11$. Gemiddelde = $11 : 10 = 1{,}1$.

De vijfde en zesde waarneming zijn beide 1; de mediaan is 1. De hoogste frequentie is 5, bij 1.

Antwoord Gemiddelde: 1,1 ritten; mediaan: 1 rit; modus: 1 rit.

b De totale aantallen ritten zijn 11 en $15 \times 2{,}6 = 39$. Samen is dat 50.

Gemiddelde = $50 : 25 = 2$. De uitkomst $1{,}85 = (1{,}1 + 2{,}6) : 2$ geeft de ongelijk grote groepen evenveel gewicht.

Antwoord Het gezamenlijke gemiddelde is 2 ritten; 1,85 is onjuist.

18 Reistijden beoordelen

a De som is 210 minuten; het gemiddelde is $210 : 7 = 30$ minuten. De vierde waarde is 20, dus de mediaan is 20 minuten.

De tijd van 90 minuten ligt ver van de overige tijden en trekt het gemiddelde omhoog. De mediaan sluit beter aan bij de zes tijden van 18 tot en met 22 minuten.

Antwoord Kies hier de mediaan van 20 minuten; het gemiddelde is 30 minuten.

b De bewerking is $y = 1{,}5x + 4{,}5$. Het oorspronkelijke gemiddelde is 30; mediaan en modus zijn 20.

Nieuw gemiddelde = $1{,}5 \times 30 + 4{,}5 = 49{,}5$. Nieuwe mediaan en modus = $1{,}5 \times 20 + 4{,}5 = 34{,}5$.

Antwoord Gemiddelde: 49,5 minuten; mediaan en modus: 34,5 minuten.

18 Reistijden beoordelen (vervolg)

c De som daalt met 90 − 30 = 60 minuten en wordt 150. Het gemiddelde wordt 150 : 7 = 21,428... ≈ 21,4 minuten.

De verbeterde lijst is 18, 19, 20, 20, 21, 22, 30. De vierde tijd blijft 20 minuten.

Antwoord Het nieuwe gemiddelde is 21,4 minuten; de mediaan blijft 20 minuten.

Uitwerkingen

Paragraaf 2.5 · opgaven 1–22

Kwartielen en spreiding

1 Ordenen en mediaan

a Geordend: 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13. De vierde waarde is de middelste.

Antwoord De mediaan is 10.

b Er zijn nu acht waarden. De vierde en vijfde waarde zijn 10 en 11.

Mediaan = (10 + 11) / 2 = 10,5.

Antwoord De nieuwe mediaan is 10,5.

2 Waarden met frequenties

Waarde	Frequentie
2	2
3	4
5	2

a n = 2 + 4 + 2 = 8. Geordend: 2, 2, 3, 3, 3, 3, 5, 5.

De vierde en vijfde waarde zijn beide 3.

Antwoord Er zijn acht waarden; de mediaan is 3.

3 Twee helften

a Onderste helft: 2, 4, 5, 7; bovenste helft: 8, 10, 11, 13.

Q1 = (4 + 5) / 2 = 4,5; mediaan = (7 + 8) / 2 = 7,5; Q3 = (10 + 11) / 2 = 10,5.

Antwoord Q1 = 4,5 min, mediaan = 7,5 min en Q3 = 10,5 min.

b Spreidingsbreedte = 13 − 2 = 11.

Interkwartielafstand = 10,5 − 4,5 = 6.

Antwoord De spreidingsbreedte is 11 min en de interkwartielafstand is 6 min.

4 Negen afwijkingen

a Geordend: 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. De mediaan 16 hoort niet bij de twee helften.

Q1 = (13 + 14) / 2 = 13,5; Q3 = (18 + 19) / 2 = 18,5.

Spreidingsbreedte = 20 − 12 = 8; interkwartielafstand = 18,5 − 13,5 = 5.

Antwoord De spreidingsbreedte is 8 g en de interkwartielafstand is 5 g.

5 Een ontbrekende waarde

a Q1 = (4 + 6) / 2 = 5. Dus Q3 = 5 + 9 = 14.

(a + 16) / 2 = 14, dus a + 16 = 28 en a = 12.

Antwoord De ontbrekende waarde is 12.

b Mediaan = (8 + 10) / 2 = 9; spreidingsbreedte = 18 − 2 = 16.

Q1 blijft 5; Q3 = (14 + 16) / 2 = 15. De interkwartielafstand is 15 − 5 = 10.

Antwoord De mediaan is 9, de spreidingsbreedte 16 en de interkwartielafstand 10.

Een boxplot gebruiken

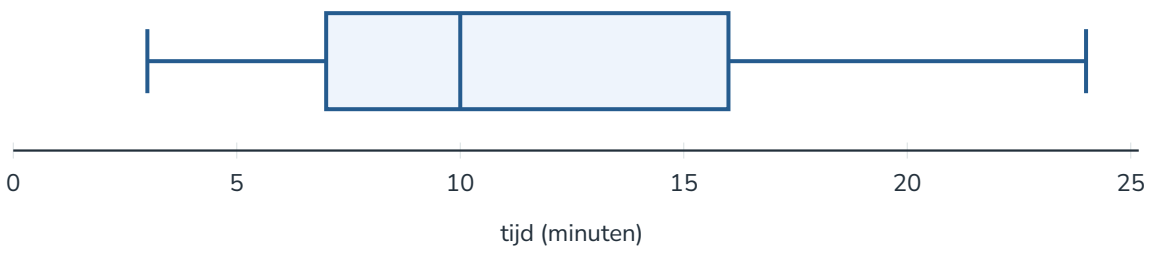
6 Een boxplot tekenen

a Teken de box van 7 tot 16 met een mediaanlijn bij 10.

Teken de uiteinden bij 3 en 24 en verbind ze met de box.

Antwoord De modelboxplot staat hieronder.

Bezorgtijd



b Het laagste kwart loopt van het minimum tot Q1: van 3 tot 7.

Interkwartielafstand = 16 − 7 = 9.

Antwoord Het interval is van 3 tot 7 min; de interkwartielafstand is 9 min.

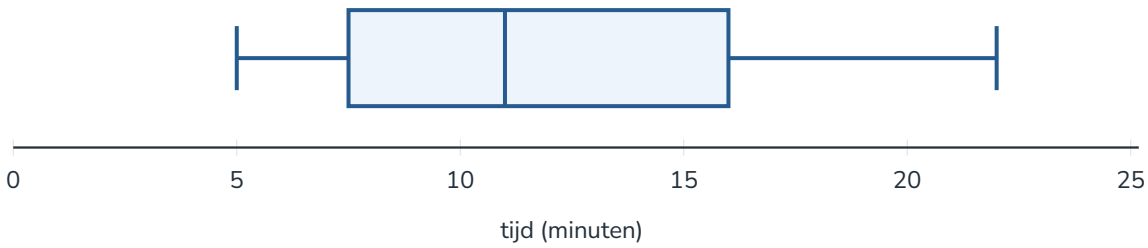
7 Van lijst naar boxplot

a Onderste helft: 5, 6, 7, 8, 9, 10; bovenste helft: 12, 14, 15, 17, 19, 22.

Minimum = 5; Q1 = (7 + 8) / 2 = 7,5; mediaan = (10 + 12) / 2 = 11; Q3 = (15 + 17) / 2 = 16; maximum = 22.

Antwoord De modelboxplot staat hieronder.

Looptijd

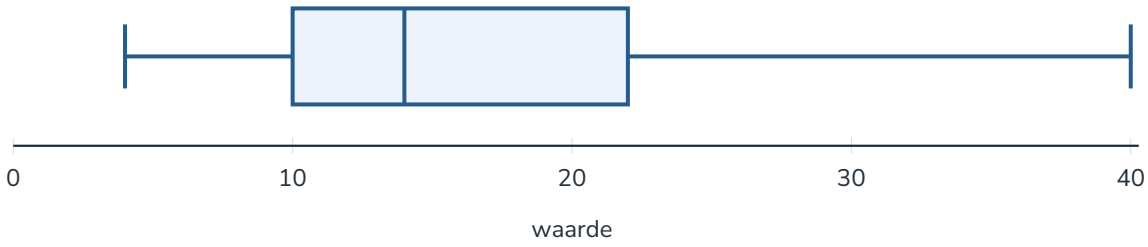


b Q3 = 16. De tijden 17, 19 en 22 zijn groter dan 16.

Antwoord Drie tijden, dus $\frac{3}{12} \times 100\% = 25\%$, zijn groter dan Q3.

8 Wat weet je over aantallen?

Oefenwaarden



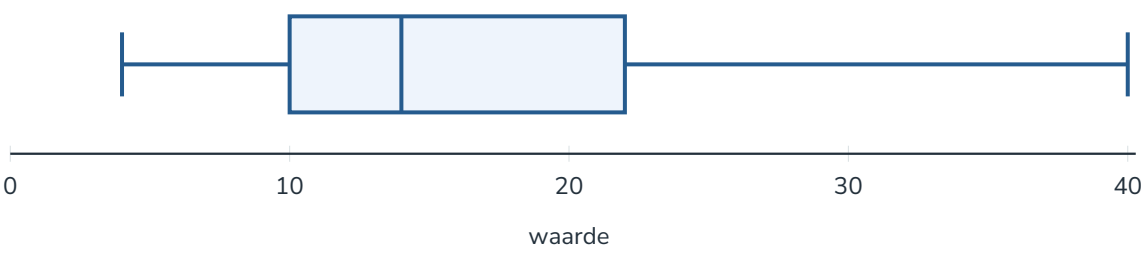
a Q1 = 10 ligt tussen de zesde en zevende waarde; Q3 = 22 ligt tussen de achttiende en negentiende waarde.

Er zijn zes waarden kleiner dan 10. De twaalf waarden op plaatsen 7 tot en met 18 liggen tussen 10 en 22.

Antwoord Zes waarden zijn kleiner dan 10; twaalf liggen tussen 10 en 22.

8 Wat weet je over aantallen? (vervolg)

Oefenwaarden



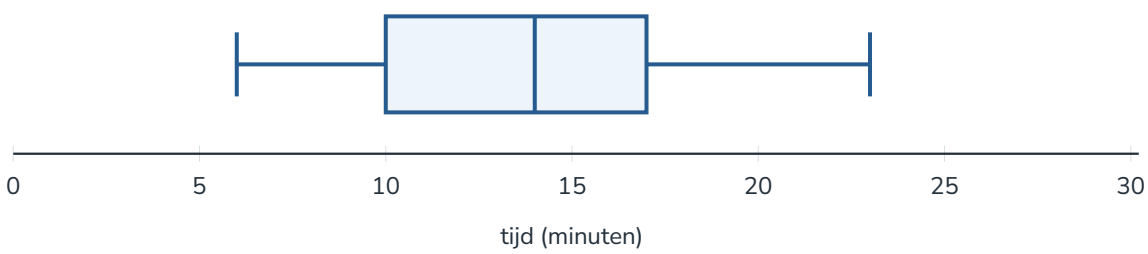
b De grootste waarde is 40, dus minstens één waarde is groter dan 28.

Alle waarden groter dan 28 horen bij de zes waarden boven Q3 = 22. Hun afzonderlijke ligging is onbekend; één en zes zijn beide mogelijk.

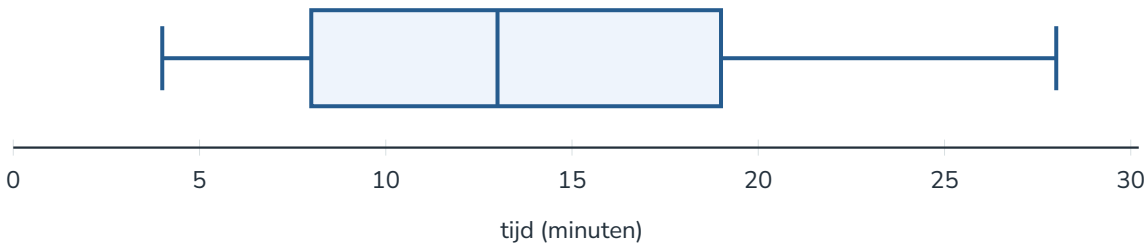
Antwoord Minstens één en hoogstens zes waarden zijn groter dan 28.

9 Twee routes vergelijken

Route A



Route B



a De medianen zijn 14 min voor A en 13 min voor B.

Interkwartielafstand A = 17 − 10 = 7 min; interkwartielafstand B = 19 − 8 = 11 min.

Antwoord Route B heeft de kortste mediaan; route A heeft de kleinste spreiding van de middelste helft.

b Bij beide routes ligt 20 boven Q3 en onder het maximum. Per route horen tien tijden bij de bovenste kwartgroep.

Bij iedere route zijn minstens één en hoogstens tien tijden groter dan 20. De afzonderlijke tijden binnen de bovenste kwartgroep ontbreken.

Antwoord Nee. De boxplots geven onvoldoende informatie om deze aantallen te vergelijken.

Standaardafwijking met ICT

10 Eén variabele in de GR

a Invoer in één gegevenslijst: 4, 6, 6, 8, 10, 14. Kies die lijst als gegevensbron; er is geen frequentielijst nodig.

De uitvoer geeft n = 6, gemiddelde = 8 en σx = 3,265986... . Kies σx, niet sx.

Antwoord Het gemiddelde is 8 min en de standaardafwijking is 3,27 min.

10 Eén variabele in de GR (vervolg)

b Afwijkingen van 8: −4, −2, −2, 0, 2, 6.

Som van de kwadraten = 16 + 4 + 4 + 0 + 4 + 36 = 64.

$\sigma x = \sqrt{(\frac{64}{6})} = 3{,}265986\ldots$.

Antwoord De berekening bevestigt $\sigma x \approx 3{,}27$ min.

c De interkwartielafstand gebruikt Q1 en Q3 en beschrijft de breedte van de middelste helft.

De spreidingsbreedte is maximum min minimum en beschrijft het verschil tussen de uiterste tijden.

Antwoord Gebruik respectievelijk de interkwartielafstand en de spreidingsbreedte.

11 Frequenties invoeren

Lengte (cm)	Frequentie
12	1
14	3
16	3
18	1

a Gegevenslijst: 12, 14, 16, 18; frequentielijst: 1, 3, 3, 1.

n = 8; gemiddelde = 15; $\sigma x = \sqrt{(\frac{24}{8})} = \sqrt{3} = 1{,}732050\ldots$.

Antwoord Er zijn acht lengtes; het gemiddelde is 15 cm en $\sigma x \approx 1{,}73$ cm.

b Zonder frequentielijst worden 12, 14, 16 en 18 elk één keer gebruikt: n = 4.

De waarden 14 en 16 moeten elk drie keer meetellen. Zonder die herhalingen is de som van de kwadraten 20 en $\sigma x = \sqrt{(\frac{20}{4})} = \sqrt{5} \approx 2{,}24$.

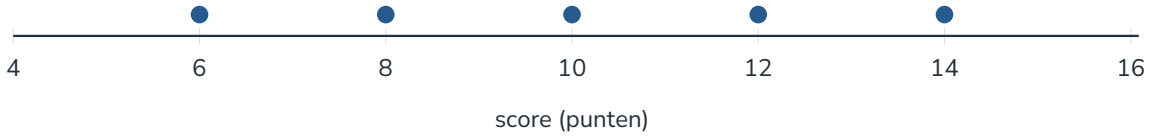
Antwoord De frequenties zijn overgeslagen; de GR rekent dan met een andere dataset.

12 Hetzelfde gemiddelde

Groep A



Groep B



a A: waarden 8, 9, 10, 11, 12; gemiddelde = 10 en $\sigma x = \sqrt{(\frac{10}{5})} = \sqrt{2} \approx 1{,}4$.

B: waarden 6, 8, 10, 12, 14; gemiddelde = 10 en $\sigma x = \sqrt{(\frac{40}{5})} = \sqrt{8} \approx 2{,}8$.

Antwoord Beide gemiddelden zijn 10 punten. Groep A heeft met $\sigma x \approx 1{,}4$ punten de kleinste spreiding rond het gemiddelde.

b Bij $\sigma x = 0$ zijn alle afwijkingen van het gemiddelde 0.

Kies 10, 10, 10, 10, 10. Het gemiddelde is 10 en elke gekwadrateerde afwijking is 0.

Antwoord De reeks 10, 10, 10, 10, 10 voldoet.

c De standaardafwijking weegt de afwijking van iedere score ten opzichte van het gemiddelde mee.

De interkwartielafstand beschrijft de middelste helft; de spreidingsbreedte gebruikt alleen de twee uitersten.

Antwoord Kies de standaardafwijking: die past bij spreiding rond het gemiddelde en gebruikt alle scores.

13 Een maat kiezen

a GR met zeven waarden: gemiddelde = 7,428571... en $\sigma x = 6{,}842245...$.

De mediaan is 5. De helften zijn 3, 4, 4 en 6, 6, 24. Dus Q1 = 4 en Q3 = 6; interkwartielafstand = 2.

Antwoord $\sigma x \approx 6{,}8$ min en de interkwartielafstand is 2 min.

b De interkwartielafstand gebruikt Q1 en Q3 en past bij de middelste helft.

Voor de uitersten gebruik je de spreidingsbreedte: 24 – 3 = 21.

Antwoord Gebruik voor de middelste helft de interkwartielafstand van 2 min; voor de uitersten de spreidingsbreedte van 21 min.

14 Eén getal is niet genoeg

Reeks	Massaverschillen (g)
A	30, 39, 39, 40, 40, 41, 41, 50
B	30, 34, 38, 40, 40, 42, 46, 50

a Bij beide reeksen is de spreidingsbreedte 50 – 30 = 20 g en het gemiddelde 40 g.

A: som van gekwadrateerde afwijkingen = 204; $\sigma x = \sqrt{(\frac{204}{8})} \approx 5{,}05$ g.

B: som van gekwadrateerde afwijkingen = 280; $\sigma x = \sqrt{(\frac{280}{8})} \approx 5{,}92$ g.

Antwoord De spreidingsbreedten zijn gelijk, maar B heeft een grotere spreiding rond het gemiddelde.

b Kies de interkwartielafstand.

A: Q1 = 39, Q3 = 41, dus interkwartielafstand = 2 g. B: Q1 = 36, Q3 = 44, dus interkwartielafstand = 8 g.

Antwoord De middelste helft ligt in A dichter bij elkaar: 2 g tegenover 8 g.

Uitschieters en bewerkingen

15 Eén extreme waarde

a In beide reeksen is de mediaan 5. De onderste helft is 2, 3, 4, dus Q1 = 3.

De bovenste helften zijn 6, 7, 8 en 6, 7, 20. Beide hebben mediaan 7, dus Q3 = 7 en interkwartielafstand = 4.

De spreidingsbreedte stijgt van 8 − 2 = 6 naar 20 − 2 = 18.

Antwoord De spreidingsbreedte stijgt van 6 naar 18 min; de interkwartielafstand blijft 4 min.

b De GR geeft σx = 2 voor de oude reeks en σx = 5,649634... voor de nieuwe reeks.

De waarde 20 ligt ver van het nieuwe gemiddelde 6,714285... . Daardoor wordt de gemiddelde gekwadrateerde afwijking groter.

Antwoord σx stijgt van 2,0 naar 5,6 min.

16 Verandert de box altijd?

a Oud: Q1 = (2 + 4) / 2 = 3 en Q3 = (6 + 8) / 2 = 7; interkwartielafstand = 4.

Nieuw: Q1 = 3 en Q3 = (6 + 28) / 2 = 17; interkwartielafstand = 14.

Antwoord De interkwartielafstand stijgt van 4 naar 14.

b Bij deze vier waarden bevat de bovenste helft maar twee waarden. Het maximum telt mee in de berekening van Q3.

Hier verandert Q3 van 7 naar 17.

Antwoord De uitspraak is onjuist. De interkwartielafstand kan veranderen; controleer de kwartielen.

17 Een nieuwe schaal

a Mediaan = 2 × 7,5 + 3 = 18.

Oude spreidingsbreedte = 13 − 2 = 11; nieuwe spreidingsbreedte = 2 × 11 = 22.

Oude interkwartielafstand = 10,5 − 4,5 = 6; nieuwe interkwartielafstand = 12. Nieuwe σy = 2 × 3,5 = 7.

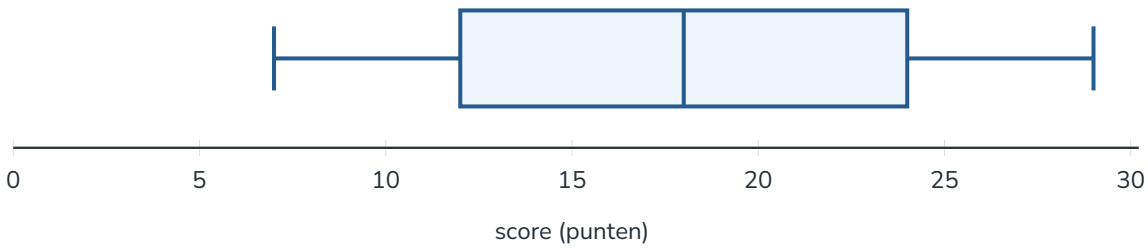
Antwoord De nieuwe mediaan is 18 punten; spreidingsbreedte 22 punten, interkwartielafstand 12 punten en σy = 7 punten.

17 Een nieuwe schaal (vervolg)

b Pas y = 2x + 3 toe op de vijf kenmerkende waarden: 7, 12, 18, 24, 29.

Antwoord De modelboxplot staat hieronder.

Nieuwe scores



c a × 3,5 = 10,5, dus a = 3.

3 × 7,5 + b = 20, dus b = 20 − 22,5 = −2,5.

Antwoord De omzetting is y = 3x − 2,5.

18 Van centimeter naar meter

a Mediaan = 165 cm. De mediaan blijft buiten de helften: Q1 = 161 cm en Q3 = 169 cm, dus interkwartielafstand = 8 cm.

Voor meters deel je alle waarden en spreidingsmaten door 100.

Antwoord De mediaan is 1,65 m, de interkwartielafstand 0,08 m en de gegeven standaardafwijking ongeveer 0,037 m.

b Optellen van 2 cm verhoogt de mediaan met 2 cm, maar verandert de interkwartielafstand niet.

Na omrekenen is de mediaan $\frac{167}{100}$ = 1,67 m; interkwartielafstand blijft 0,08 m.

Antwoord De mediaan stijgt met 0,02 m tot 1,67 m; de interkwartielafstand blijft 0,08 m.

19 Redeneringen verbeteren

a Onderste helft: 1, 2, 3, 4; bovenste helft: 5, 6, 7, 8.

Q1 = (2 + 3) / 2 = 2,5 en Q3 = (6 + 7) / 2 = 6,5.

Antwoord De interkwartielafstand is 6,5 − 2,5 = 4.

19 Redeneringen verbeteren (vervolg)

b Het gemiddelde wordt 5 groter.

Elke waarde en het gemiddelde verschuiven evenveel, dus de afwijkingen van het gemiddelde veranderen niet.

Antwoord De standaardafwijking blijft gelijk.

c De mediaan 5 telt niet mee in de helften. Q1 = (2 + 3) / 2 = 2,5 en Q3 = (7 + 8) / 2 = 7,5.

Tussen Q1 en Q3 liggen de vijf waarden 3, 4, 5, 6 en 7. Dat is $\frac{5}{9} \times 100\% \approx 55{,}6\%$.

Antwoord Het gaat om ongeveer de middelste helft; het exacte aantal is hier vijf en kan nooit een halve waarneming zijn.

20 Nieuwe reeks tijden

a Geordend: 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 25.

Mediaan = (17 + 18) / 2 = 17,5; Q1 = 15; Q3 = 20.

Spreidingsbreedte = 25 − 12 = 13; interkwartielafstand = 20 − 15 = 5.

Antwoord De mediaan is 17,5 min, Q1 = 15 min, Q3 = 20 min, spreidingsbreedte 13 min en interkwartielafstand 5 min.

b Bij elf waarden is de centrale mediaan 18. De helften zijn 12, 14, 15, 16, 17 en 19, 20, 22, 25, 100.

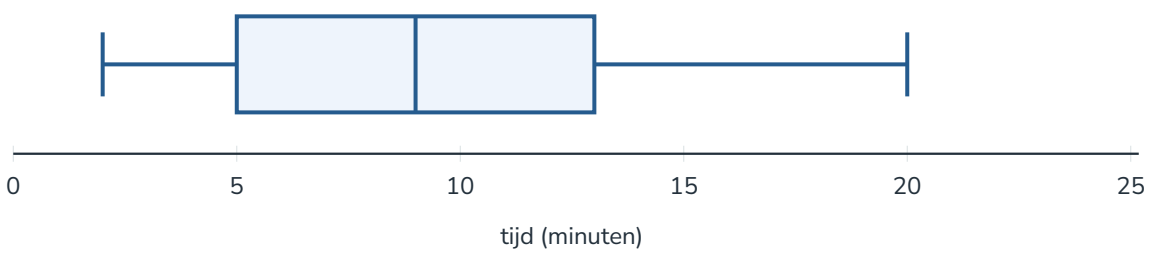
Q1 = 15 en Q3 = 22, dus interkwartielafstand = 7.

Door het toevoegen verandert het aantal waarden en de verdeling in helften; Q3 verschuift.

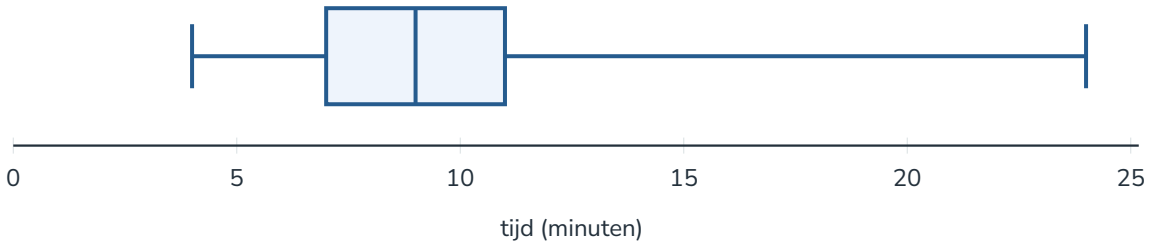
Antwoord De interkwartielafstand wordt 7 min, dus 2 min groter.

21 Twee boxplots beoordelen

Groep A



Groep B



a A: interkwartielafstand = 13 − 5 = 8 min. B: interkwartielafstand = 11 − 7 = 4 min.

Antwoord Groep B heeft de kleinste spreiding van de middelste helft.

b Bij twintig verschillende waarden ligt Q1 tussen plaats 5 en 6 en Q3 tussen plaats 15 en 16.

De tien tijden op plaatsen 6 tot en met 15 liggen tussen 7 en 11.

Antwoord Tien tijden van groep B liggen tussen 7 en 11 minuten.

c De boxplot geeft vijf kenmerkende waarden, maar niet de afzonderlijke twintig tijden.

Voor de standaardafwijking moeten de afwijkingen van alle waarden van hun gemiddelde bekend zijn.

Antwoord Nee. Verschillende volledige datasets kunnen dezelfde boxplot maar een andere standaardafwijking hebben.

22 Spreiding na een omzetting

a Het gemiddelde is 7; de som van de gekwadrateerde afwijkingen is 16 + 4 + 0 + 0 + 4 + 16 = 40.

$\sigma x = \sqrt{(\frac{40}{6})} = 2{,}581988\ldots$.

Antwoord $\sigma x \approx 2{,}58$ punten.

22 Spreiding na een omzetting (vervolg)

b Oude mediaan = 7; Q1 = 5; Q3 = 9; interkwartielafstand = 4.

Nieuwe mediaan = 3 × 7 − 2 = 19; nieuwe interkwartielafstand = 3 × 4 = 12.

$\sigma_y = 3 \times 2{,}581988\ldots = 7{,}745966\ldots$.

Antwoord De nieuwe mediaan is 19 punten, de interkwartielafstand 12 punten en $\sigma_y \approx 7{,}75$ punten.

c De spreidingsbreedte is maximum min minimum en meet precies het verschil tussen de uitersten.

De oude spreidingsbreedte is 11 − 3 = 8. Na vermenigvuldigen met 3 wordt dit 24; de verschuiving met −2 heeft geen invloed.

Antwoord Kies de spreidingsbreedte. Voor de nieuwe scores is die 24 punten.

Uitwerkingen · Herhaling

H1 Bibliotheekbezoek

a De onderzoeksvraag gaat over alle 240 leerlingen uit 4 havo. Het aantal bezoeken is een telling. Deelnemers melden zichzelf aan.

Antwoord Populatie: de 240 leerlingen uit 4 havo; discreet kwantitatief. Zelfselectie kan leerlingen met veel belangstelling voor de bibliotheek oververtegenwoordigen.

b Er zijn acht waarnemingen. Frequenties voor 0, 1, 2, 3 en 5 zijn 1, 2, 3, 1 en 1.

Ten hoogste twee keer: $1 + 2 + 3 = 6$; $\frac{6}{8} \times 100\% = 75\%$.

Antwoord 75% van deze acht leerlingen ging ten hoogste twee keer.

Bezoeken	Absoluut	Relatief	Cumulatief
0	1	12,5%	1
1	2	25%	3
2	3	37,5%	6
3	1	12,5%	7
5	1	12,5%	8
Totaal	8	100%	—

c Som = 16, dus gemiddelde = $\frac{16}{8} = 2$.

Geordend: 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 5. De twee middelste waarden zijn beide 2.

2 komt drie keer voor.

Antwoord Gemiddelde = 2, mediaan = 2 en modus = 2 bezoeken. De modus beantwoordt de vraag naar het vaakst voorkomende aantal.

H2 Bezorgtijden

a De klassen hebben elk breedte vijf minuten.

De eerste klasse bevat 6, 8 en 8; de tweede 10, 10, 12 en 14; de derde 16.

Antwoord Frequenties: 3, 4 en 1. Binnen de eerste klasse zijn de afzonderlijke tijden niet bewaard.

Tijd t (min)	Frequentie
$5 \le t < 10$	3
$10 \le t < 15$	4
$15 \le t \le 20$	1
Totaal	8

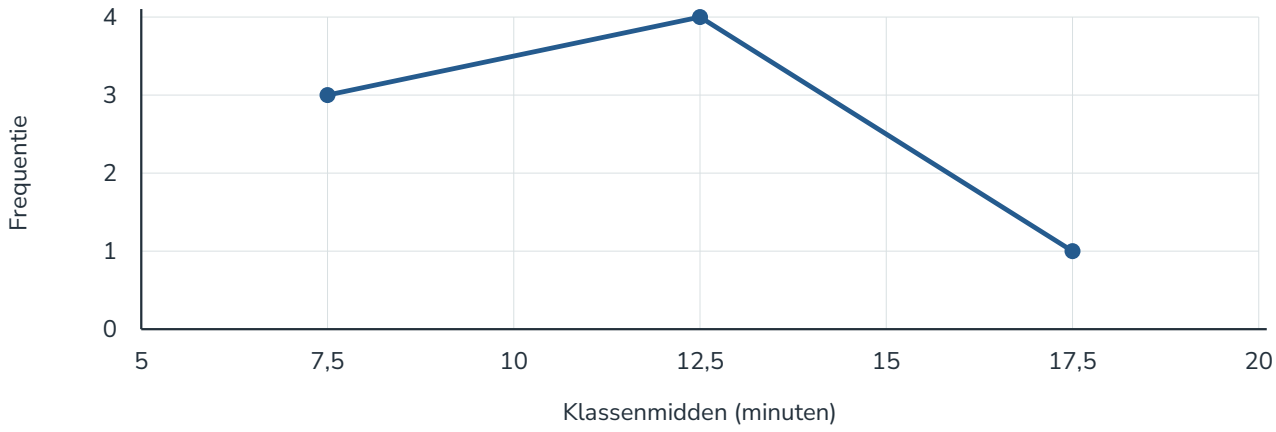
b De klassenmiddens zijn 7,5; 12,5 en 17,5 minuten.

De punten zijn (7,5; 3), (12,5; 4) en (17,5; 1).

Antwoord Het model verbindt de frequenties bij de drie klassenmiddens.

Alternatief: Nulpunten op middens van aansluitende lege klassen zijn toegestaan als de drie gegeven punten behouden blijven.

Bezorgtijden per klasse



c Oorspronkelijke som = 84; $\frac{84}{8} = 10{,}5$.

Vervangen som = $3 \times 7{,}5 + 4 \times 12{,}5 + 1 \times 17{,}5 = 90$; $\frac{90}{8} = 11{,}25$.

Antwoord Exact: 10,5 minuten; met klassenmiddens: 11,25 minuten. Het vervangen van afzonderlijke tijden verandert de gegevens.

H3 Twee afhaallocaties

Locatie	Aantal klanten	Gemiddeld bedrag	Tevreden
A	5	€ 12	4
B	15	€ 20	9

a Totaalbedrag: $5 \times € 12 + 15 \times € 20 = € 360$.

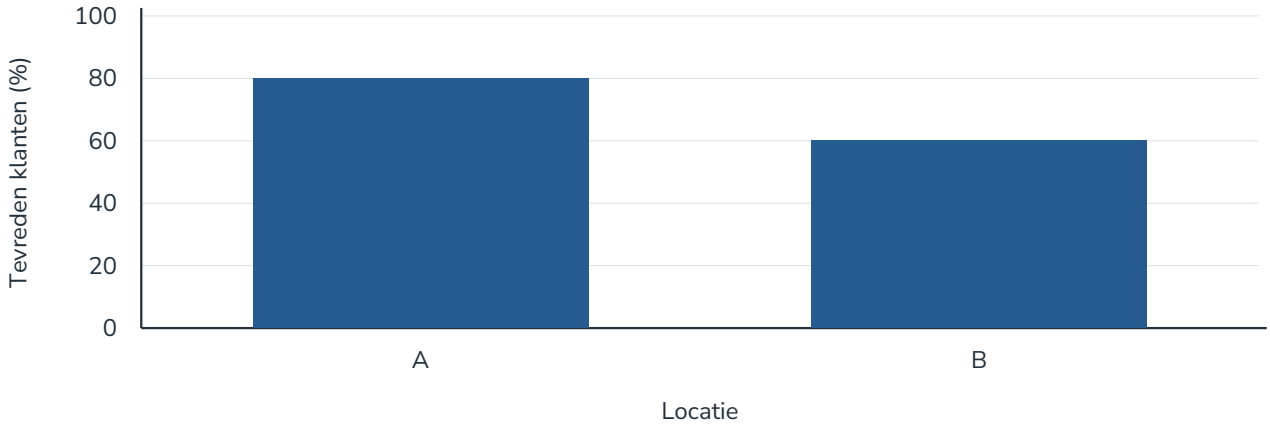
$€ \frac{360}{20} = € 18$.

Antwoord € 18 per klant. Het gewone gemiddelde van € 12 en € 20 geeft de locaties gelijk gewicht, terwijl B drie keer zoveel onderzochte klanten heeft.

b A: $\frac{4}{5} \times 100\% = 80\%$; B: $\frac{9}{15} \times 100\% = 60\%$.

Antwoord De balken zijn 80% en 60%, op één percentageschaal.

Tevreden klanten



c De aantallen komen uit groepen van verschillende omvang.

Het percentage is in A 80% en in B 60%.

Antwoord De gegeven aantallen ondersteunen het bericht niet. Voor vergelijking van deze groepen moeten dezelfde percentagebasis en een vergelijkbare presentatie worden gebruikt.

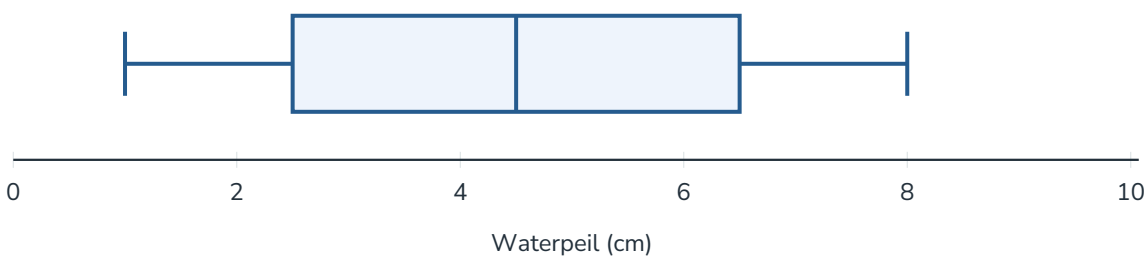
H4 Waterpeilen

a Minimum = 1, Q1 = (2 + 3)/2 = 2,5, mediaan = 4,5, Q3 = (6 + 7)/2 = 6,5 en maximum = 8.

$\sigma x = \sqrt{5{,}25} \approx 2{,}29$ cm.

Antwoord Boxplot volgens het model; $\sigma x = 2{,}29$ cm.

Waterpeilen



b Gemiddelde en mediaan: $2 \times 4{,}5 + 5 = 14$.

Spreidingsbreedte: $2 \times (8 - 1) = 14$. Interkwartielafstand: $2 \times 4 = 8$.

Standaardafwijking: $2 \times \sqrt{5{,}25} \approx 4{,}58$.

Antwoord Gemiddelde en mediaan 14; spreidingsbreedte 14; interkwartielafstand 8; $\sigma x = 4{,}58$, telkens in de eenheid van z.

c Q1 blijft 2,5 en Q3 blijft 6,5: interkwartielafstand = 4.

Spreidingsbreedte = 24 − 1 = 23. Het nieuwe gemiddelde is 6,5; $\sigma x = \sqrt{47{,}25} \approx 6{,}87$.

Antwoord Interkwartielafstand 4 cm; spreidingsbreedte 23 cm; $\sigma x = 6{,}87$ cm. De interkwartielafstand verandert hier niet.

Uitwerkingen · Herstel

R1 Een bruikbare steekproef

a De doelgroep is alle 300 leerlingen in 4 en 5 havo op deze school.

Van iedere onderzochte leerling is de huiswerktijd op een schooldag nodig.

Antwoord Populatie: de 300 leerlingen in 4 en 5 havo; meetvariabele: huiswerktijd per schooldag, bijvoorbeeld in minuten.

Alternatief: Een vooraf eenduidig afgebakend gemiddelde over meerdere schooldagen per leerling is ook bruikbaar.

b Plan B loot uit de volledige lijst.

Clubleden en vrijwilligers kunnen anders met huiswerk omgaan. Ook bij een loting kan selectieve non-respons ontstaan.

Antwoord Plan B selecteert aselect. Plan A kan vertekening door de club en zelfselectie geven. Loting garandeert geen representatieve uiteindelijke respons.

c Leerjaar is een geordende categorie; tevredenheid heeft ook een natuurlijke volgorde.

Het aantal opdrachten is een telling. Tijd is een meting, ook als die wordt afgerond.

Antwoord Leerjaar en tevredenheid: ordinaal. Aantal opdrachten: discreet kwantitatief. Huiswerktijd: continu kwantitatief.

R2 Van gegevens naar frequenties

a Frequenties: 2, 3, 2, 2 en 1; totaal 10.

Hoogstens twee: $\frac{7}{10} \times 100\% = 70\%$.

Antwoord 70% van de tien bezoekers leende hoogstens twee boeken.

Boeken	Absoluut	Relatief	Cumulatief
0	2	20%	2
1	3	30%	5
2	2	20%	7
3	2	20%	9
4	1	10%	10
Totaal	10	100%	—

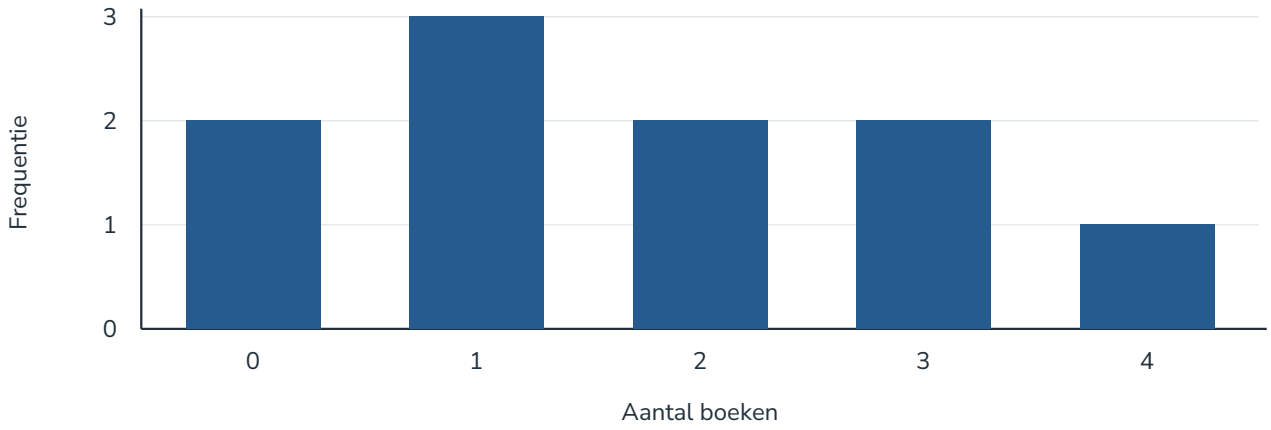
R2 Van gegevens naar frequenties (vervolg)

b Staafhoogten: 2, 3, 2, 2, 1.

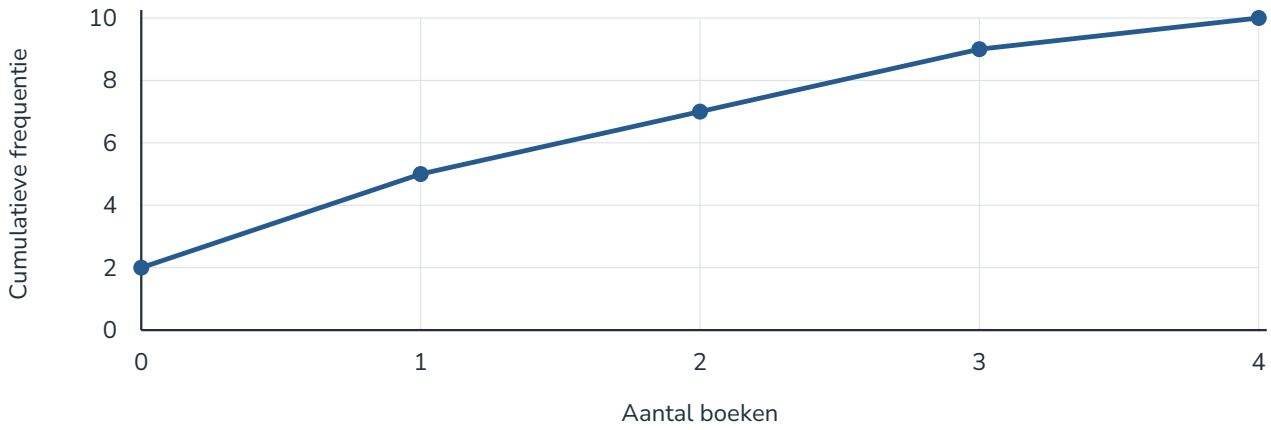
Cumulatieve punten: (0; 2), (1; 5), (2; 7), (3; 9), (4; 10).

Antwoord Beide voorstellingen staan in het model.

Uitgeleende boeken



Cumulatieve uitleenfrequentie



c Eerste klasse: 2 + 3 = 5; tweede klasse: 2 + 2 + 1 = 5.

Antwoord Beide klassefrequenties zijn 5. Het aantal met één boek is niet meer afzonderlijk vastgelegd.

R3 Een lange wachttijd

a Som = 42; gemiddelde = 7. Mediaan = (5 + 6)/2 = 5,5.

5 en 6 komen beide twee keer voor. Q1 = 5; Q3 = 6.

Antwoord Gemiddelde 7 min; mediaan 5,5 min; modi 5 en 6 min; Q1 = 5 min, Q3 = 6 min; interkwartielafstand 1 min; spreidingsbreedte 12 min.

R3 Een lange wachttijd (vervolg)

b Som van de gekwadrateerde afwijkingen van 7 is 100; $\sigma x = \sqrt{(\frac{100}{6})} \approx 4{,}08$ min.

Vijf wachttijden liggen tussen 4 en 6 minuten, één is 16.

Antwoord $\sigma x = 4{,}08$ min. Mediaan 5,5 min en interkwartielafstand 1 min zijn bruikbaar voor de gebruikelijke tijden, doordat de lange wachttijd daar weinig invloed op heeft.

Alternatief: De modi 5 en 6 minuten zijn aanvaardbaar met een motivering als de meest voorkomende wachttijden, in combinatie met de interkwartielafstand van 1 minuut voor de spreiding van de middelste helft. De motivering blijft gericht op de gebruikelijke tijden.

c Nieuwe som = 33; gemiddelde = 5,5. Mediaan, modi en kwartielen blijven gelijk.

Nieuwe spreidingsbreedte = 7 − 4 = 3. Nieuwe $\sigma x = \sqrt{(\frac{5{,}5}{6})} \approx 0{,}96$.

Antwoord Gemiddelde verandert naar 5,5 min; spreidingsbreedte naar 3 min; σx naar 0,96 min. De andere gevraagde maten blijven gelijk.

Uitwerkingen · Controle

C1 Kruidenpotten op balkons

a De populatie bestaat uit de 600 bewoners van het complex. Potten worden geteld.

Vrijwilligers uit een tuinclub kunnen vaker kruiden kweken dan andere bewoners.

Antwoord Discreet kwantitatief; zelfselectie binnen een beperkte groep, dus geen aselecte selectie en een plausibel risico op oververtegenwoordiging van bewoners met veel kruidenpotten.

b Frequenties 1, 2, 3, 4: 2, 3, 2, 1. Hoogstens twee: $\frac{5}{8} \times 100\% = 62{,}5\%$.

Antwoord 62,5% van de acht reacties bevat hoogstens twee potten.

Potten	Absoluut	Relatief	Cumulatief
1	2	25%	2
2	3	37,5%	5
3	2	25%	7
4	1	12,5%	8
Totaal	8	100%	—

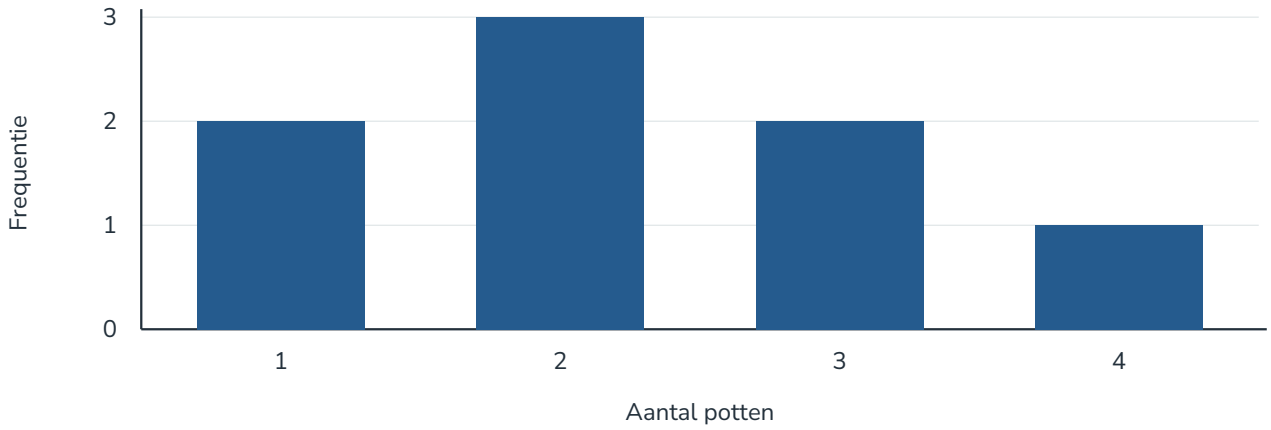
C1 Kruidenpotten op balkons (vervolg)

c Een staafdiagram houdt de verschillende aantallen potten en hun frequenties afzonderlijk zichtbaar.

Antwoord Het model is een staafdiagram met hoogten 2, 3, 2 en 1.

Alternatief: Een juist getekende dotplot is ook passend voor deze kleine dataset. Een cirkeldiagram kan als de aandelen duidelijk zijn en de absolute aantallen correct worden vermeld.

Kruidenpotten



d Frequenties: 2 + 3 = 5 en 2 + 1 = 3.

De verdeling van waarden binnen een klasse ontbreekt.

Antwoord Frequenties 5 en 3. Binnen de klassen kunnen verschillende aantallen potten dezelfde klassefrequenties geven, maar een ander gemiddelde.

C2 Pakketgewichten

a Som = 44; gemiddelde = $\frac{44}{8}$ = 5,5. De middelste waarden zijn 4 en 6.

4 komt twee keer voor en de andere waarden één keer.

Antwoord Gemiddelde 5,5 kg; mediaan 5 kg; modus 4 kg.

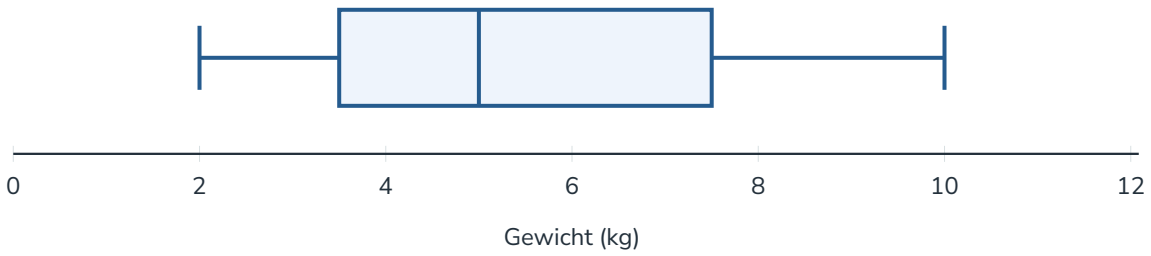
C2 Pakketgewichten (vervolg)

b Q1 = (3 + 4)/2 = 3,5; Q3 = (7 + 8)/2 = 7,5.

Interkwartielafstand = 4; spreidingsbreedte = 10 − 2 = 8.

Antwoord Q1 = 3,5 kg, Q3 = 7,5 kg; interkwartielafstand 4 kg; spreidingsbreedte 8 kg. Boxplot volgens het model.

Pakketgewichten



c Som gekwadrateerde afwijkingen van 5,5 = 52; $\sigma x = \sqrt{(\frac{52}{8})} \approx 2{,}55$.

Antwoord $\sigma x = 2{,}55$ kg. Standaardafwijking gebruikt alle waarden; spreidingsbreedte alleen de uitersten en interkwartielafstand alleen de kwartielen.

d Gemiddelde: 1,5 × 5,5 + 2 = 10,25. Mediaan: 1,5 × 5 + 2 = 9,5.

Interkwartielafstand: 1,5 × 4 = 6; σx: 1,5 × $\sqrt{6{,}5} \approx 3{,}82$.

Antwoord Gemiddelde 10,25; mediaan 9,5; interkwartielafstand 6; standaardafwijking 3,82 in de eenheid van z.

Uitwerkingen · Test jezelf

T1 Naar school

Vervoermiddel	Aantal reacties
Lopen	12
Fiets	18
Bus	6
Auto	4
Totaal	40

a De doelgroep is alle 180 leerlingen uit 4 havo op deze school.

Antwoord Populatie: de 180 leerlingen uit 4 havo. Variabelen: gebruikelijk vervoermiddel en enkele reistijd in minuten.

b De oproep bereikt een fietsenclub; bovendien kiezen deelnemers zelf of ze reageren.

Antwoord Geen aselecte selectie. Fietsers kunnen daardoor oververtegenwoordigd zijn; de percentages van de veertig reacties hoeven niet voor alle 180 leerlingen te gelden.

Alternatief: Andere concrete selectie-effecten zijn geldig als het mechanisme bij deze werving wordt uitgelegd.

c Vervoermiddelen hebben geen natuurlijke rangorde. De oordelen hebben die wel.

Fietsdagen worden geteld; tijd wordt gemeten.

Antwoord Vervoermiddel: nominaal. Oordeel: ordinaal. Aantal fietsdagen: discreet kwantitatief. Reistijd: continu kwantitatief.

d Delen door de veertig reacties geeft 30%, 45%, 15% en 10%.

De categorieën hebben geen natuurlijke volgorde.

Antwoord Lopen 30%; fiets 45%; bus 15%; auto 10%. Een cumulatieve frequentie heeft hier geen inhoudelijk zinvolle ordening.

e Een staafdiagram vergelijkt de aantallen of percentages van de nominale categorieën.

De meest voorkomende categorie kan als modus worden aangegeven.

Antwoord Staafdiagram; modus fiets. Een gemiddelde of mediaan van deze nominale categorieën is niet zinvol.

Alternatief: Een cirkeldiagram is passend wanneer de verhouding van de delen tot alle veertig reacties wordt toegelicht.

T2 Broodjes wegen

a De verschillende gewichten zijn 98, 102, 108, 112, 118, 122 en 128.

Antwoord De tabel bevat in totaal twaalf broodjes.

Gewicht (g)	Frequentie
98	1
102	2
108	3
112	2
118	2
122	1
128	1
Totaal	12

b Een mogelijke indeling heeft breedte 10 g en grenzen 90, 100, 110, 120 en 130 g.

Gewichten op een grens worden alleen bij de klasse rechts van die grens ingedeeld.

Antwoord Voor deze indeling zijn de frequenties 1, 5, 4 en 2.

Alternatief: Andere even brede, aansluitende indelingen zijn goed als de getallen correct bij de gekozen grenzen worden geteld. Bijvoorbeeld breedte 15 g: $90 \leq x < 105$: 3; $105 \leq x < 120$: 7; $120 \leq x \leq 135$: 2.

Gewicht x (g)	Frequentie
$90 \leq x < 100$	1
$100 \leq x < 110$	5
$110 \leq x < 120$	4
$120 \leq x \leq 130$	2
Totaal	12

c Alleen aantallen per interval blijven over; de afzonderlijke gewichten zijn niet bekend.

Antwoord Nee. Verschillende gewichten binnen dezelfde klassen kunnen dezelfde klassefrequenties hebben en verschillende gemiddelden opleveren.

T2 Broodjes wegen (vervolg)

d Som = 1336; gemiddelde = $\frac{1336}{12} \approx 111{,}3$.

Geordend: 98, 102, 102, 108, 108, 108, 112, 112, 118, 118, 122, 128.

Mediaan = (108 + 112)/2 = 110; 108 komt drie keer voor.

Antwoord Gemiddelde 111,3 g; mediaan 110 g; modus 108 g.

e De dotplot heeft één stip per broodje.

Stammen zijn 9, 10, 11 en 12; bladeren zijn de eenheden.

Antwoord Beide voorstellingen bewaren alle twaalf geregistreerde gewichten. Sleutel: 10 | 8 betekent 108 g.

Alternatief: Een andere plaats van de scheiding tussen stam en blad is geldig bij een expliciete correcte sleutel en volledige gegevens.

Stam	Bladeren
9	8
10	2 2 8 8 8
11	2 2 8 8
12	2 8

Broodjesgewichten



T3 Batterijduur

Laptop	Tabbladen	Batterijduur (uur)
1	1	6
2	2	7
3	2	5
4	3	4
5	4	6
6	4	3
7	5	4
8	6	2

a Bij ten hoogste drie tabbladen is één duur korter dan vijf uur en zijn er drie minstens vijf uur.
Bij minstens vier tabbladen zijn die aantallen drie en één.
Antwoord De totalen zijn in beide indelingen vier en vier; totaal acht laptops.

Tabbladen	Duur < 5 uur	Duur ≥ 5 uur	Totaal
≤ 3	1	3	4
≥ 4	3	1	4
Totaal	4	4	8

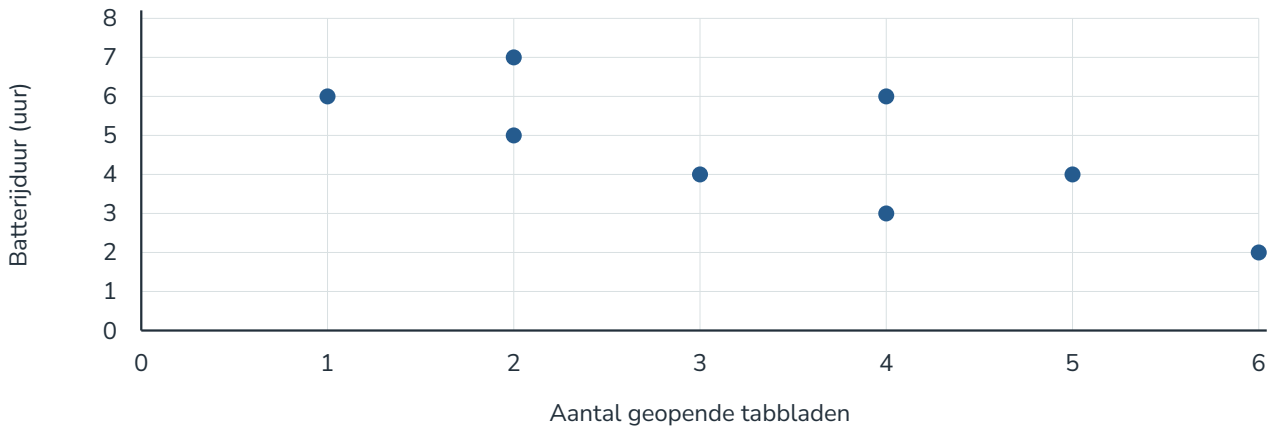
T3 Batterijduur (vervolg)

Laptop	Tabbladen	Batterijduur (uur)
1	1	6
2	2	7
3	2	5
4	3	4
5	4	6
6	4	3
7	5	4
8	6	2

b Iedere laptop levert één punt met tabbladen op de horizontale en batterijduur op de verticale as.

Antwoord De puntenwolk vertoont een globaal negatief verband: bij meer tabbladen is de gemeten batterijduur vaak lager. Het verband is niet perfect.

Tabbladen en batterijduur



T3 Batterijduur (vervolg)

Laptop	Tabbladen	Batterijduur (uur)
1	1	6
2	2	7
3	2	5
4	3	4
5	4	6
6	4	3
7	5	4
8	6	2

c Onderzoeksvraag: hoe hangen tabbladen en batterijduur samen? Data verzamelen: beide waarden per laptop meten.

Data analyseren: kruistabel/puntenwolk maken en vergelijken. Conclusies trekken: de zichtbare samenhang beschrijven en de reikwijdte begrenzen.

Antwoord Er is in deze acht metingen een negatieve samenhang. De gegevens bewijzen niet dat tabbladen de oorzaak zijn; de conclusie over elk extra tabblad is bovendien te stellig.

Alternatief: Andere concrete analysehandelingen met dezelfde gegevens zijn geldig.

d Boven de aswaarde 3,50 zijn de balkhoogten 2,00 en 0,25 uur; hun verhouding is acht.

De werkelijk gemeten duren verhouden zich als $\frac{5{,}50}{3{,}75} \approx 1{,}47$.

Antwoord De afgebroken as vergroot het visuele verschil. De batterijduur is ongeveer 1,47 keer zo groot, niet acht keer.

e Totale batterijduur = $4 \times 5{,}50 + 12 \times 3{,}75 = 67$ uur.

$\frac{67}{16} = 4{,}1875$ uur.

Antwoord Gemiddelde 4,19 uur. De groep met twaalf laptops moet driemaal zoveel gewicht krijgen als de groep met vier.

T4 Een reparatieloket

a Mediaan = (5 + 6)/2 = 5,5.

Q1 = (4 + 5)/2 = 4,5; Q3 = (7 + 7)/2 = 7.

Interkwartielafstand = 7 − 4,5 = 2,5; spreidingsbreedte = 24 − 3 = 21.

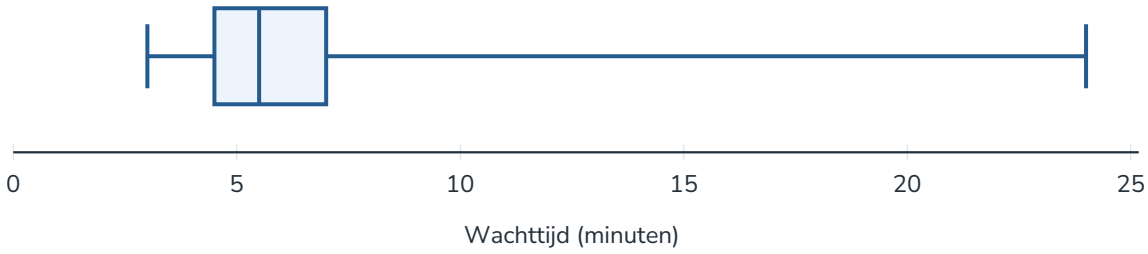
Antwoord Mediaan 5,5 min; Q1 = 4,5 min; Q3 = 7 min; interkwartielafstand 2,5 min; spreidingsbreedte 21 min.

b De vijf waarden zijn 3; 4,5; 5,5; 7 en 24.

De boxplot toont de kwartielwaarden, maar geen individuele herhalingen.

Antwoord Boxplot volgens het model. Het exacte aantal strikt tussen de kwartielen is niet uit alleen de boxplot af te leiden; de oorspronkelijke lijst geeft er vijf.

Wachttijden reparatieloket



c Eén tijd van 24 minuten ligt ver boven de andere tijden.

De mediaan is 5,5 minuten en is minder gevoelig voor deze hoge tijd dan het gemiddelde van 7 minuten.

Antwoord Mediaan 5,5 minuten is een passende keuze voor de gebruikelijke wachttijd.

Alternatief: Modus 5 minuten is aanvaardbaar met expliciete motivering als meest voorkomende wachttijd. De motivering moet dezelfde onderzoeksvraag over de gebruikelijke wachttijd beantwoorden.

d Nieuwe som = 84 − 24 + 9 = 69; gemiddelde = $\frac{69}{12}$ = 5,75.

De middelste waarden blijven 5 en 6; 5 blijft het vaakst voorkomen.

Antwoord Het gemiddelde daalt van 7 naar 5,75 min; de mediaan blijft 5,5 min en de modus blijft 5 min.

T4 Een reparatieloket (vervolg)

e Mediaan: $2 \times 5{,}5 + 3 = 14$. Q1: $2 \times 4{,}5 + 3 = 12$; Q3: $2 \times 7 + 3 = 17$.

Interkwartielafstand $= 17 - 12 = 5$; spreidingsbreedte $= 2 \times 21 = 42$.

Antwoord Mediaan 14; Q1 = 12; Q3 = 17; interkwartielafstand 5; spreidingsbreedte 42, in de eenheid van z.

T5 Restafval

Afval (kg)	Aantal huishoudens
2	1
4	2
6	2
8	2
10	1
Totaal	8

T5 Restafval (vervolg)

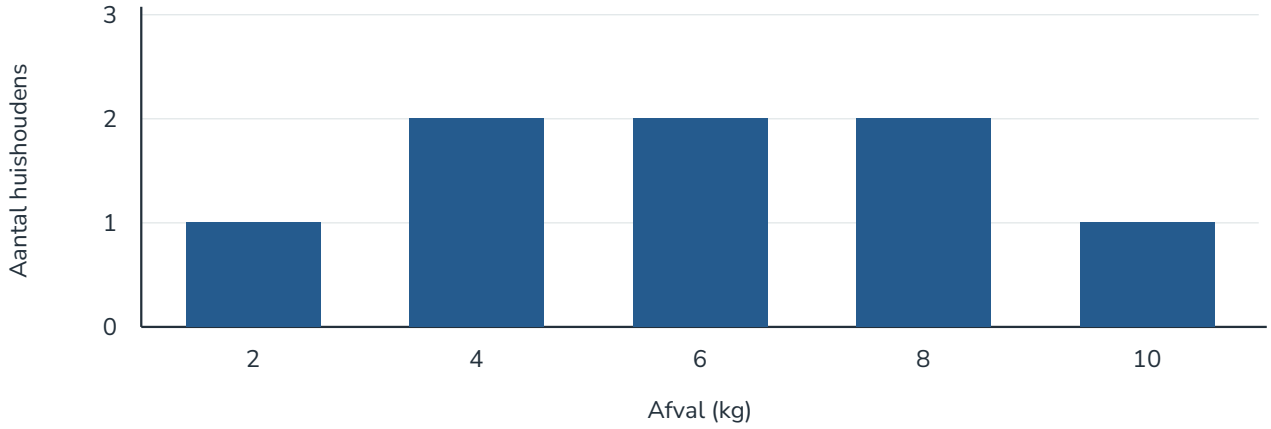
a De frequenties bij 2, 4, 6, 8 en 10 kg zijn 1, 2, 2, 2 en 1.

Het frequentiepolygoon verbindt de punten met die kilogramwaarden en frequenties.

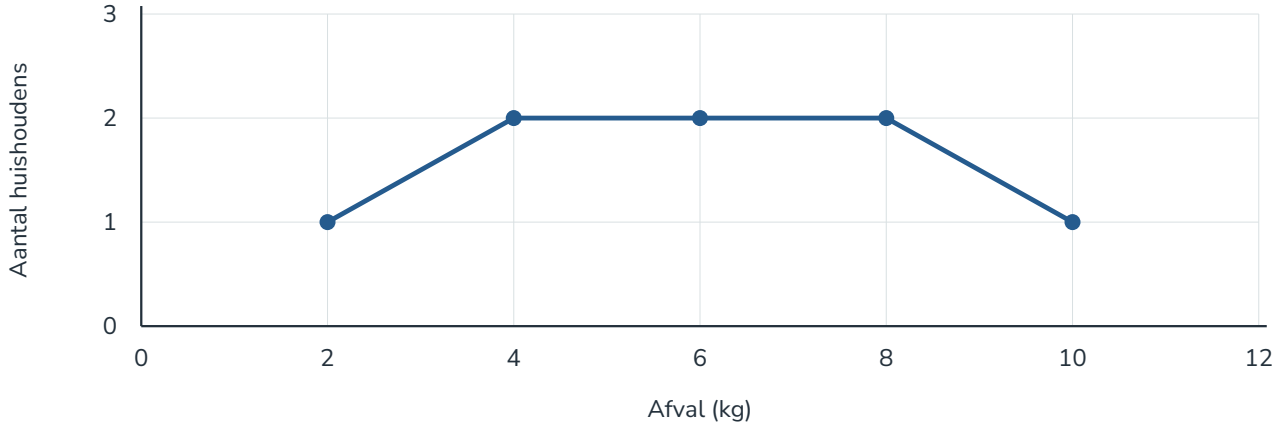
Antwoord Beide diagrammen staan in het model.

Alternatief: Aansluitende nulpunten aan de frequentiepolygoon zijn toegestaan; de vijf bronpunten moeten correct blijven.

Wekelijkse hoeveelheid restafval



Frequentiepolygoon restafval



T5 Restafval (vervolg)

b Cumulatieve aantallen: 1, 3, 5, 7 en 8.

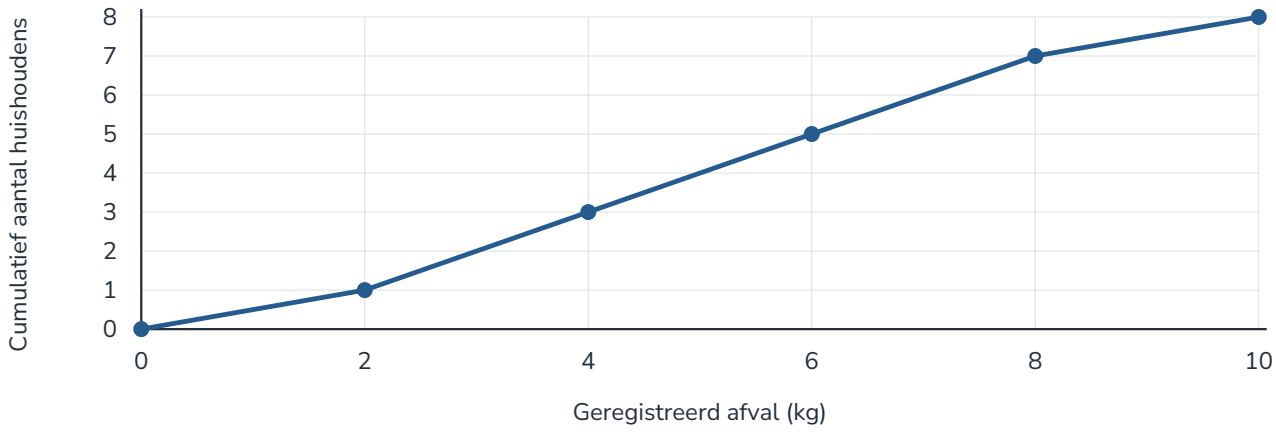
Hoogstens 6 kg: $\frac{5}{8} \times 100\% = 62{,}5\%$.

Antwoord 62,5% heeft een geregistreerde hoeveelheid van hoogstens 6 kg.

Alternatief: Een beginpunt (0; 0) mag worden toegevoegd of weggelaten; de vijf punten bij geregistreerde waarden zijn vereist.

Afval (kg)	Cumulatief aantal
2	1
4	3
6	5
8	7
10	8

Cumulatief frequentiepolygoon restafval



c Gemiddelde = 6 kg. De som van de gekwadrateerde afwijkingen is 48.

$\sigma x = \sqrt{(\frac{48}{8})} = \sqrt{6} \approx 2{,}45$ kg.

Antwoord $\sigma x = 2{,}45$ kg. Deze maat beschrijft hoe sterk de acht hoeveelheden rond hun gemiddelde van 6 kg uiteenliggen.

T5 Restafval (vervolg)

Afval (kg)	Aantal huishoudens
2	1
4	2
6	2
8	2
10	1
Totaal	8

d De standaardafwijking verwerkt de afwijking van iedere waarneming ten opzichte van het gemiddelde.

Interkwartielafstand gebruikt de twee kwartielen; spreidingsbreedte de uitersten.

Antwoord Standaardafwijking voldoet aan het genoemde doel.

e Oorspronkelijk: spreidingsbreedte 8 kg, Q1 = 4 kg, Q3 = 8 kg, interkwartielafstand 4 kg en σx = 2,45 kg.

Nieuw: spreidingsbreedte = 26 − 2 = 24 kg; Q1 en Q3 blijven 4 en 8 kg.

Nieuw gemiddelde = 8 kg; som gekwadrateerde afwijkingen = 400; $\sigma x = \sqrt{(\frac{400}{8})} = \sqrt{50} \approx 7{,}07$ kg.

Antwoord Spreidingsbreedte stijgt van 8 naar 24 kg en σx van 2,45 naar 7,07 kg. De interkwartielafstand blijft hier 4 kg.