Uitwerkingen · Wat weet je nog?

V1 Rekenen en een vergelijking

a Zet de massa's eerst in dezelfde eenheid: 650 g = 0,65 kg.

Tel de massa's op: 1,8 + 0,65 = 2,45.

Antwoord De kist bevat daarna 2,45 kg materiaal.

b Trek aan beide kanten 7 af: $4x = 24$.

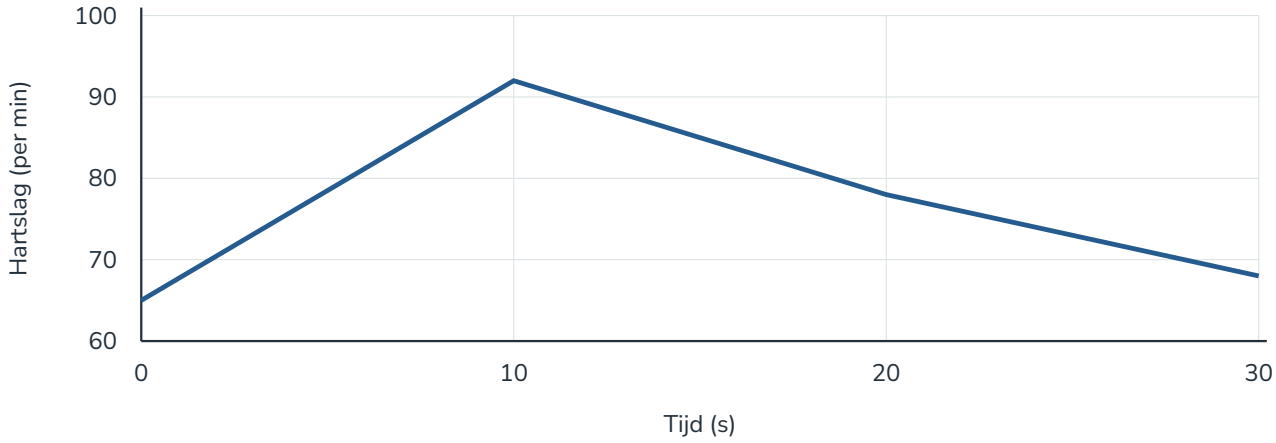
Deel beide kanten door 4: $x = 6$.

Controle: $4 \times 6 + 7 = 31$.

Antwoord De oplossing is $x = 6$.

V2 Aflezen en omrekenen

Hartslagmetingen



a Lees af: bij 10 seconden is de hartslag ongeveer 92 en bij 0 seconden ongeveer 65 slagen per minuut.

Met deze afgelezen waarden is het verschil 92 – 65 = 27 slagen per minuut.

Kleine afleesafwijkingen zijn toegestaan (richtlijn: maximaal 2 slagen per minuut per afgelezen waarde). Beoordeel het berekende verschil in samenhang met de afgelezen waarden.

Antwoord Na 10 seconden is de hartslag ongeveer 92 slagen per minuut; dat is ongeveer 27 slagen per minuut meer dan bij het begin.

V2 Aflezen en omrekenen (vervolg)

Duur (s)
45
120

b Er gaan 60 seconden in één minuut.

45 ÷ 60 = 0,75 en 120 ÷ 60 = 2.

Antwoord 45 seconden is 0,75 minuut en 120 seconden is 2 minuten.

Duur (s)	Duur (min)
45	0,75
120	2

V3 Balans en terugrekenen

a Trek aan beide kanten 7 af: $4x = 24$.

Deel beide kanten door 4: $x = 6$.

Antwoord De oplossing is $x = 6$.

b Vul 6 in op de plaats van x: $4 \times 6 + 7 = 24 + 7 = 31$.

De linker- en rechterkant zijn beide 31.

Antwoord Ja, $x = 6$ voldoet aan $4x + 7 = 31$.

V4 Eenvoudige vergelijkingen

a Deel beide kanten door 5: $x = 35 \div 5 = 7$.

Antwoord $x = 7$.

b Trek 24 af: $-3x = -15$.

Deel door -3: $x = 5$.

Controle: $24 - 3 \times 5 = 24 - 15 = 9$.

Antwoord $x = 5$; ingevuld geeft dit inderdaad 9.

V5 Gelijke porties

a 1,8 liter = 1800 mL.

1800 ÷ 12 = 150.

Antwoord In één beker zit 150 mL water.

b Vijf van de twaalf gelijke bekers vormen $\frac{5}{12}$ van het totaal.

5 × 150 = 750.

Antwoord Het gaat om $\frac{5}{12}$ van het water, dus 750 mL.

V6 Een teller vergelijken

a 383 – 215 = 168.

Antwoord Er zijn 168 voorwerpen gesorteerd.

b De periode duurt 8 minuten.

168 ÷ 8 = 21.

Antwoord Gemiddeld zijn 21 voorwerpen per minuut gesorteerd.

V7 Een bestelling vergelijken

Aantal sets	P: bedrag (€)	Q: bedrag (€)
10	24	30
20	38	40
30	52	50
40	66	60

a Bij 20 sets kost P € 38 en Q € 40.

40 – 38 = 2.

Antwoord Aanbieder P is bij 20 sets € 2 goedkoper.

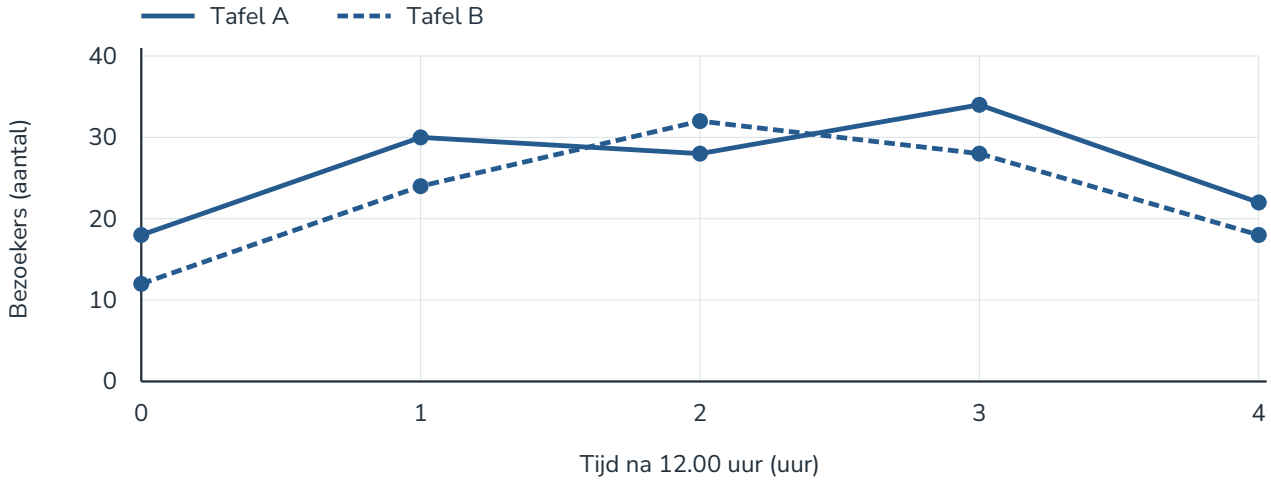
b Bij 40 sets kost Q € 60 en P € 66. De besparing is 66 – 60 = € 6.

Het vergelijkingsbedrag is € 66. Het percentage is 6 ÷ 66 × 100 ≈ 9,0909.

Antwoord De club bespaart ongeveer 9,1% ten opzichte van P.

V8 Een gegeven grafiek lezen

Bezoekers bij twee leestafels



a Bij tijd 2 lees je voor A 28 en voor B 32 bezoekers af.

$32 - 28 = 4$.

Antwoord Bij tafel B zijn op dat tijdstip 4 bezoekers meer.

b Voor A: $34 - 30 = 4$.

Voor B: $28 - 24 = 4$.

Antwoord Bij beide tafels is het aantal in deze periode met 4 bezoekers gestegen.

Uitwerkingen

Paragraaf 3.1 · opgaven 1–18

Een constante verandering herkennen

1 Een proeflift

t (min)	H (cm)
0	18
1	24
2	30
3	36

a De tijd neemt telkens met 1 minuut toe.

De hoogteverschillen zijn $24 - 18 = 6$, $30 - 24 = 6$ en $36 - 30 = 6$ cm.

Bij gelijke tijdstappen is de absolute hoogteverandering telkens +6 cm.

Antwoord De tabel past bij een lineair verband: de hoogte neemt steeds met 6 cm per minuut toe.

1 Een proeflift (vervolg)

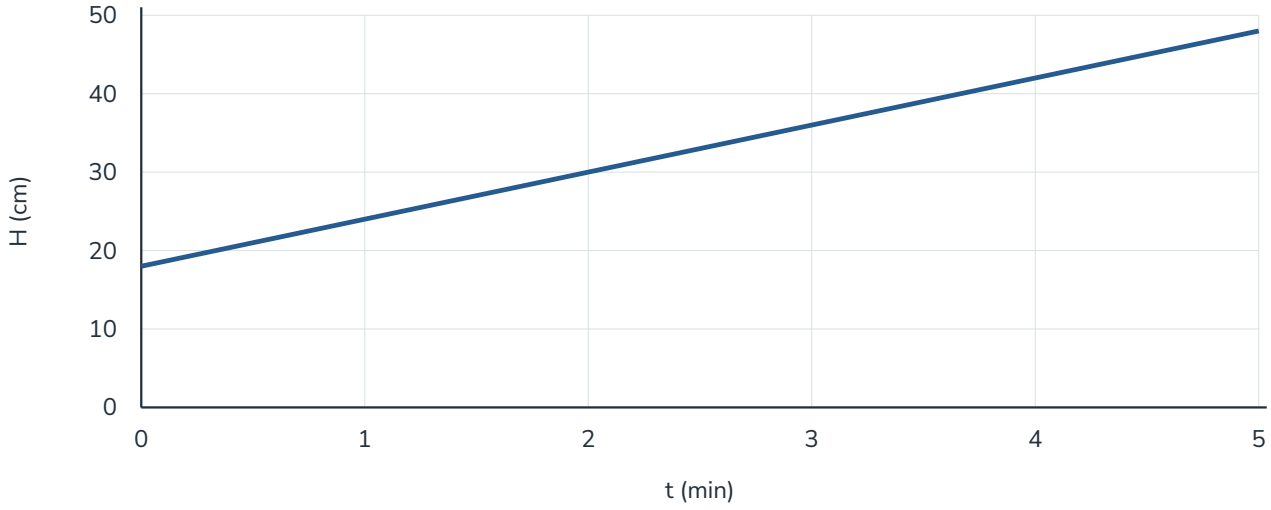
t (min)	H (cm)
0	18
1	24
2	30
3	36

b Bereken H(0) = 6 × 0 + 18 = 18 cm en H(5) = 6 × 5 + 18 = 48 cm.

Zet de punten (0, 18) en (5, 48) in het raster. Verbind ze met een rechte lijn en laat die alleen lopen van t = 0 tot t = 5.

Antwoord De grafiek is het lijnstuk van (0, 18) naar (5, 48).

H = 6t + 18



2 Ongelijke meettijden

t (uur)	T (°C)
0	11
2	17
5	26
9	38

a Tussen 0 en 2 uur is de verandering (17 – 11) ÷ (2 – 0) = 3 °C per uur.

Tussen 2 en 5 uur is de verandering (26 – 17) ÷ (5 – 2) = 3 °C per uur.

Tussen 5 en 9 uur is de verandering (38 – 26) ÷ (9 – 5) = 3 °C per uur.

De rijverschillen 6, 9 en 12 zijn verschillend, maar horen bij tijdstappen van 2, 3 en 4 uur. Per uur is de verandering gelijk.

Antwoord Ja, de tabel past bij een lineair verband met een constante absolute toename van 3 °C per uur.

3 Filterlagen

Aantal lagen	Lichtsterkte (%)
0	100
1	90
2	81
3	72,9
4	65,61

a Het aantal filterlagen neemt steeds met 1 toe.

De eerste twee veranderingen in de lichtsterkte zijn 90 – 100 = –10 en 81 – 90 = –9 procentpunt. Daarna zijn ze –8,1 en –7,29 procentpunt.

De absolute verandering per extra laag is dus niet constant.

Antwoord Nee, de tabel past niet bij een lineair verband; bij gelijke stappen in het aantal lagen zijn de absolute veranderingen verschillend.

4 Een demonstratietank

t (min)	h (cm)
0	54
4	46
8	38
12	30

a De meetmomenten liggen telkens 4 minuten uit elkaar.

De hoogteveranderingen zijn 46 − 54 = −8, 38 − 46 = −8 en 30 − 38 = −8 cm.

Per 4 minuten is de absolute verandering constant; per minuut is die −8 ÷ 4 = −2 cm.

Antwoord Ja, de tabel past bij een lineair model: de waterhoogte neemt telkens met 8 cm per 4 minuten af.

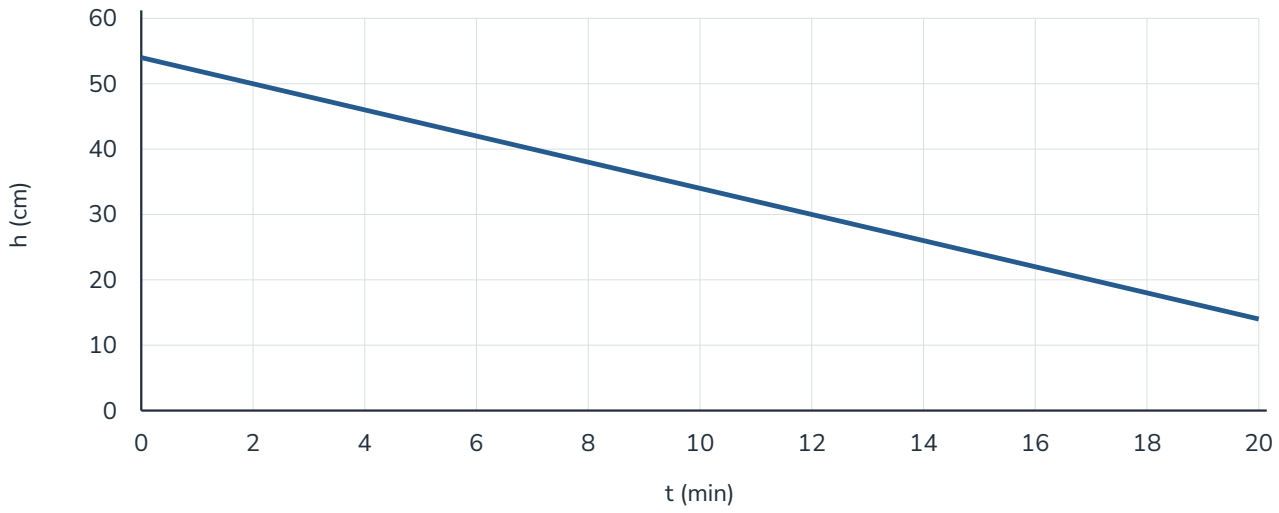
b De beginhoogte is 54 cm en de verandering is −2 cm per minuut. De formule is h = 54 − 2t.

De domeineindpunten zijn (0, 54) en (20, 14), want 54 − 2 × 20 = 14.

Teken het rechte lijnstuk tussen deze punten.

Antwoord De formule is h = 54 − 2t en de grafiek loopt van (0, 54) naar (20, 14).

h = 54 − 2t



4 Een demonstratietank (vervolg)

t (min)	h (cm)
0	54
4	46
8	38
12	30

c Bereken het grensmoment met $54 - 2t = 20$. Dan is $2t = 34$ en $t = 17$.

De hoogte daalt, dus na $t = 17$ is de hoogte kleiner dan 20 cm. Op $t = 17$ is de hoogte precies 20 cm.

Het grensmoment ligt binnen $0 \leq t \leq 20$.

Antwoord De medewerker kan vanaf 17 minuten na het openen van de afvoer beginnen; binnen het model is dat voor $17 \leq t \leq 20$.

Helling en beginwaarde bepalen

5 Een warmtekast

a De temperatuurtoename is $82 - 46 = 36$ °C. De tijdstoename is $10 - 4 = 6$ minuten.

De helling is $a = 36 \div 6 = 6$ °C per minuut.

Antwoord De helling is 6 °C per minuut.

b In 4 minuten neemt de temperatuur volgens het model toe met $4 \times 6 = 24$ °C.

Bij $t = 0$ was de temperatuur daarom $46 - 24 = 22$ °C.

Controle met de tweede meting: $22 + 10 \times 6 = 82$ °C.

Antwoord De beginwaarde is 22 °C.

6 Een bakje capsules

a Het massaverschil is $136 - 64 = 72$ g. Het verschil in aantal is $42 - 18 = 24$ capsules.

De helling is $72 \div 24 = 3$ g per capsule.

Antwoord De helling is 3 gram per capsule.

6 Een bakje capsules (vervolg)

b De 18 capsules hebben samen een massa van $18 \times 3 = 54$ g.

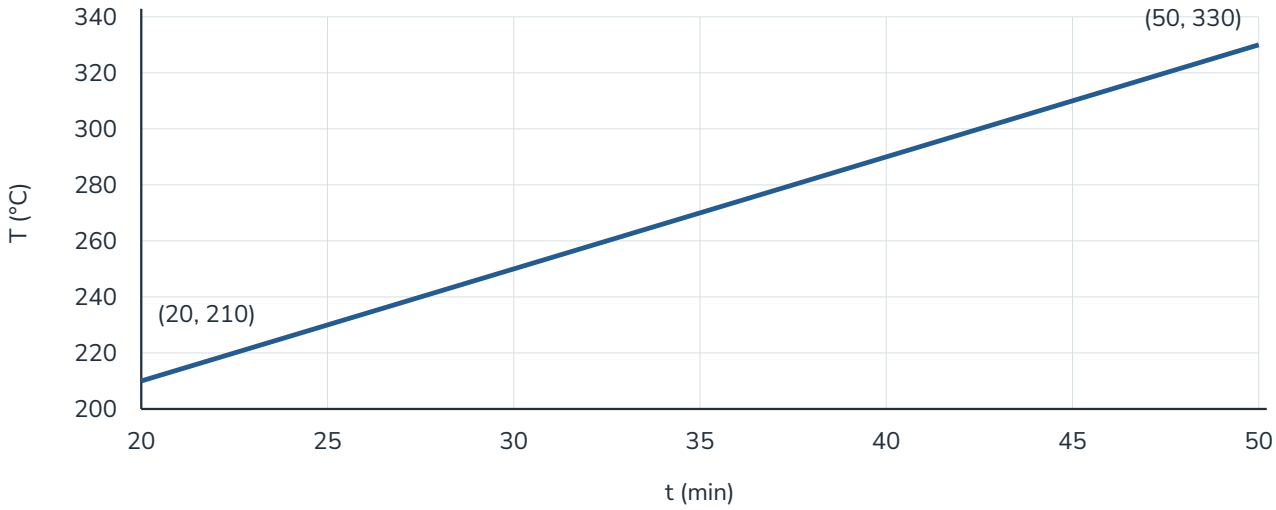
De beginwaarde is $64 - 54 = 10$ g.

Controle: $10 + 42 \times 3 = 136$ g.

Antwoord De beginwaarde is 10 g; dit is de massa van het lege bakje.

7 Een beperkt grafiekvenster

Weergegeven deel van het model



a Gebruik de twee aangeduide punten: de helling is $(330 - 210) \div (50 - 20) = 120 \div 30 = 4$ °C per minuut.

Reken vanaf $t = 20$ terug naar $t = 0$: $b = 210 - 4 \times 20 = 130$ °C.

Controle met het tweede punt: $130 + 4 \times 50 = 330$ °C.

Antwoord De helling is 4 °C per minuut en de beginwaarde is 130 °C. Dat $t = 0$ buiten het venster ligt, verandert de berekening niet.

8 Een testkar en een meetvak

a De snelheid is de verandering van de positie per minuut: $(114 - 42) \div (18 - 6) = 72 \div 12 = 6$ m per minuut.

De startpositie is $42 - 6 \times 6 = 6$ m.

Controle: $6 + 6 \times 18 = 114$ m.

Antwoord De kar rijdt met 6 meter per minuut en bevindt zich bij het starten van de klok op 6 meter vanaf het begin van de rail.

8 Een testkar en een meetvak (vervolg)

b Gebruik de berekende startpositie en snelheid: $s(20) = 6 + 6 \times 20 = 126$ m.

Het meetvak eindigt bij 125 m. De positie 126 m ligt daar 1 m voorbij.

Antwoord Nee, bij $t = 20$ ligt de kar volgens het model op 126 m, dus 1 m buiten het meetvak.

9 Een formule met twee fouten

t (min)	F (m)
2	30
5	42
9	58

a Elin gebruikt een lengteverschil als helling zonder de tijdstap te gebruiken. Van 2 naar 5 minuten duurt 3 minuten, dus de helling is $(42 - 30) \div (5 - 2) = 12 \div 3 = 4$ m per minuut.

De volgende tijdstap is 4 minuten. $(58 - 42) \div (9 - 5) = 16 \div 4 = 4$ m per minuut; de verandering per minuut is constant.

Elin neemt de eerste tabelwaarde als beginwaarde, terwijl 30 hoort bij $t = 2$. Terugrekenen naar $t = 0$ geeft $30 - 4 \times 2 = 22$ m.

Antwoord De helling is 4 meter per minuut en de beginwaarde is 22 meter; Elin vergat de tijdstap en verwarde de eerste meting met $t = 0$.

b Gebruik de herstelde helling $a = 4$ en beginwaarde $b = 22$: $F = 4t + 22$.

De beginwaarde is de al verwerkte papierlengte op het moment dat de klok begon.

Controle: $F(2) = 30$, $F(5) = 42$ en $F(9) = 58$.

Antwoord De juiste formule is $F = 4t + 22$. Bij het starten van de klok was al 22 meter papier verwerkt.

Een formule met betekenis

10 Een bestelling sleutelhangers

a Het bedrag dat afhangt van n is $2{,}50 \times n$. Het vaste bedrag is 12 euro.

Tel beide onderdelen op: $K = 2{,}50n + 12$.

Antwoord De formule is $K = 2{,}50n + 12$.

10 Een bestelling sleutelhangers (vervolg)

b 2,50 is de toename van K voor één extra sleutelhanger: 2,50 euro per sleutelhanger.

12 is het vaste bedrag van de bestelling, in euro; dit is de modelwaarde bij n = 0.

Antwoord De helling is 2,50 euro per sleutelhanger en de beginwaarde is 12 euro aan vaste kosten.

11 Een kabelrol

a De resterende lengte begint bij 96 m en verandert met −8 m per uur.

Neem daarom a = −8 en b = 96 in de lineaire vorm.

Antwoord De formule is R = −8t + 96, of R = 96 − 8t.

b De beginwaarde 96 is de kabellengte bij t = 0, in meter.

De helling −8 is de verandering van R per uur: er blijft elk uur 8 m minder kabel over. Het minteken geeft de afname aan.

Antwoord De beginwaarde is 96 meter; de helling is −8 meter per uur doordat de kabelrol wordt afgewikkeld.

12 Twee ritmodellen

a Een recht evenredig model heeft de vorm y = ax en dus beginwaarde 0.

Bij C = 0,65d is de beginwaarde 0. Bij D = 0,65d + 6 is de beginwaarde 6.

Antwoord Alleen C = 0,65d is recht evenredig; de kosten zijn dan 0 bij afstand 0.

b 0,65 is de toename van de ritkosten per extra kilometer: 0,65 euro per kilometer.

6 is een vast bedrag in euro dat in dit model wordt gerekend voor het reserveren.

Antwoord Bij D zijn de afstandskosten 0,65 euro per kilometer en de vaste reserveringskosten 6 euro.

13 Een repetitiestudio boeken

a De gebruikskosten zijn 18t euro en de vaste boekingskosten zijn 32 euro.

De formule is K = 18t + 32 voor 0,5 ≤ t ≤ 6.

18 is de kostenverandering in euro per extra uur; 32 is het vaste bedrag in euro per boeking. De modelwaarde bij t = 0 is 32, hoewel een boeking van 0 uur niet is toegestaan.

Antwoord K = 18t + 32. De helling is 18 euro per uur en de beginwaarde stelt 32 euro vaste boekingskosten voor.

13 Een repetitiestudio boeken (vervolg)

b Bereken K(2,5) = 18 × 2,5 + 32 = 45 + 32 = 77 euro.

Vergelijk 77 met 80: de voorlopige rekening is 3 euro te hoog.

Antwoord Nee, de juiste rekening is € 77,00; het voorlopige bedrag is € 3,00 te hoog.

c De kosten nemen toe met de duur. Bereken de duur bij het volledige budget: 18t + 32 = 86.

18t = 54, dus t = 3. Dit voldoet aan 0,5 ≤ t ≤ 6.

Bij t = 3 zijn de kosten 18 × 3 + 32 = 86 euro.

Antwoord De groep kan maximaal 3 uur boeken.

Van formule naar grafiek en antwoord

14 Een pomp in een proefopstelling

a V(0) = 48 − 3 × 0 = 48.

V(4) = 48 − 3 × 4 = 36; V(8) = 48 − 3 × 8 = 24; V(12) = 48 − 3 × 12 = 12.

Antwoord Na 0, 4, 8 en 12 minuten is er respectievelijk 48, 36, 24 en 12 liter water.

t (min)	V (liter)
0	48
4	36
8	24
12	12

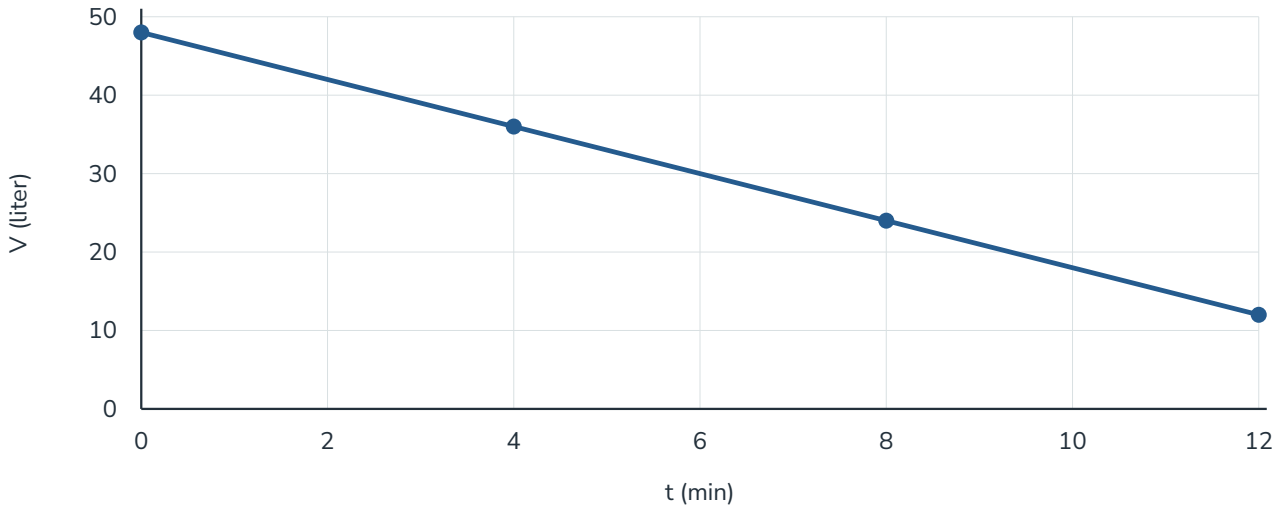
14 Een pomp in een proefopstelling (vervolg)

b Zet de punten (0, 48), (4, 36), (8, 24) en (12, 12) in het raster.

De punten liggen op dezelfde dalende rechte lijn. Teken het lijnstuk van (0, 48) naar (12, 12).

Antwoord De grafiek daalt van 48 liter bij t = 0 naar 12 liter bij t = 12.

V = 48 – 3t



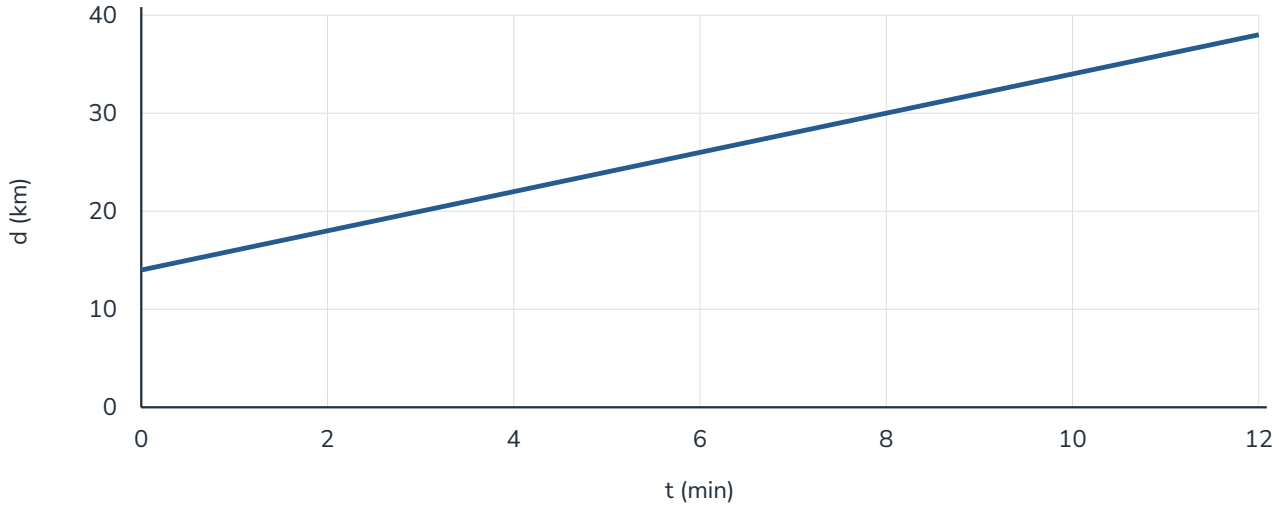
15 Een testtrein

a Bereken bijvoorbeeld de domeineindpunten: d(0) = 14 km en d(12) = 14 + 2 × 12 = 38 km.

Zet (0, 14) en (12, 38) in het raster en verbind ze met een rechte lijn voor 0 ≤ t ≤ 12.

Antwoord De grafiek is het lijnstuk van (0, 14) naar (12, 38).

d = 14 + 2t



15 Een testtrein (vervolg)

b De gevraagde positie is d = 30. Los 14 + 2t = 30 op.

2t = 16, dus t = 8. Dit ligt in het modeldomein.

Controle: 14 + 2 × 8 = 30.

Antwoord De trein bereikt de positie van 30 km na 8 minuten.

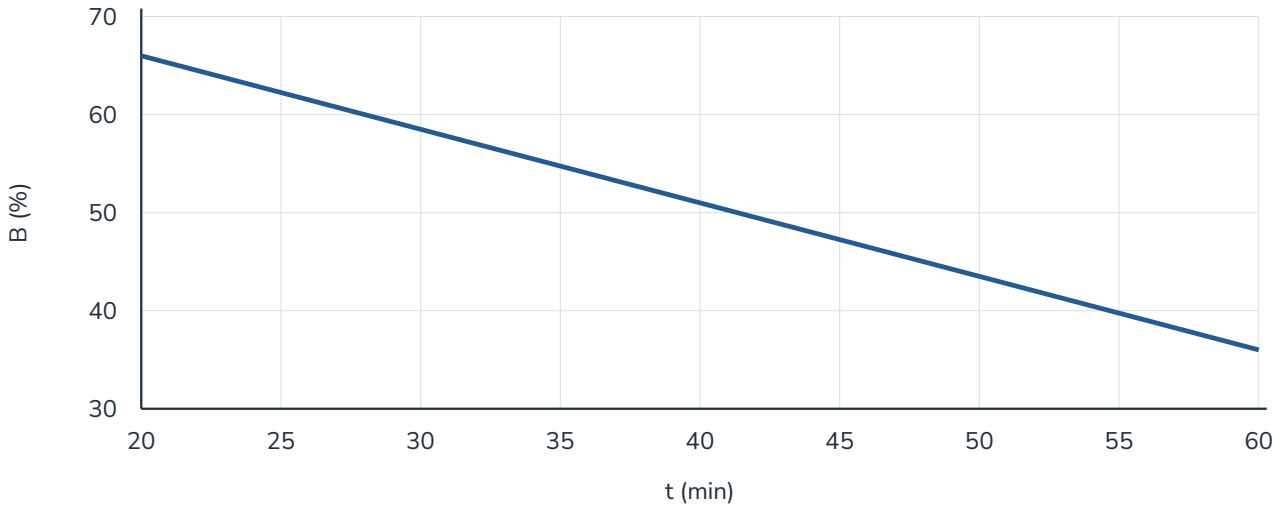
16 Een batterijdisplay

a Bereken de waarden op de grenzen van het schermvenster: B(20) = 81 − 0,75 × 20 = 66 en B(60) = 81 − 0,75 × 60 = 36.

Zet (20, 66) en (60, 36) in het raster en teken het rechte lijnstuk tussen deze punten.

Antwoord Het zichtbare modeldeel loopt van 66% bij 20 minuten naar 36% bij 60 minuten.

B = 81 − 0,75t



b Los 81 − 0,75t = 45 op. Dan is 0,75t = 36, dus t = 36 ÷ 0,75 = 48.

48 ligt binnen het modeldomein en binnen het schermvenster. Controle: 81 − 0,75 × 48 = 45.

Antwoord De melding verschijnt na 48 minuten.

17 Zelftest: herkennen en formuleren

x	y
0	9
4	15
8	22
12	30

a De x-waarden nemen steeds met 4 toe. De bijbehorende y-veranderingen zijn 15 – 9 = 6, 22 – 15 = 7 en 30 – 22 = 8.

De absolute veranderingen bij gelijke x-stappen zijn niet gelijk.

Antwoord Nee, de tabel past niet bij een lineair verband.

b De deelnemerskosten zijn 2,40n euro en het vaste reserveringsbedrag is 7 euro.

De formule is K = 2,40n + 7.

2,40 betekent een toename van 2,40 euro per extra deelnemer. 7 is het vaste bedrag in euro, gelijk aan de modelwaarde bij n = 0.

Antwoord K = 2,40n + 7; de helling is 2,40 euro per deelnemer en de beginwaarde stelt 7 euro reserveringskosten voor.

18 Zelftest: parameters en grafiek

a De helling is (77 – 37) ÷ (13 – 5) = 40 ÷ 8 = 5 °C per minuut.

De beginwaarde is 37 – 5 × 5 = 12 °C.

Controle: 12 + 5 × 13 = 77 °C.

Antwoord De helling is 5 °C per minuut en de beginwaarde is 12 °C.

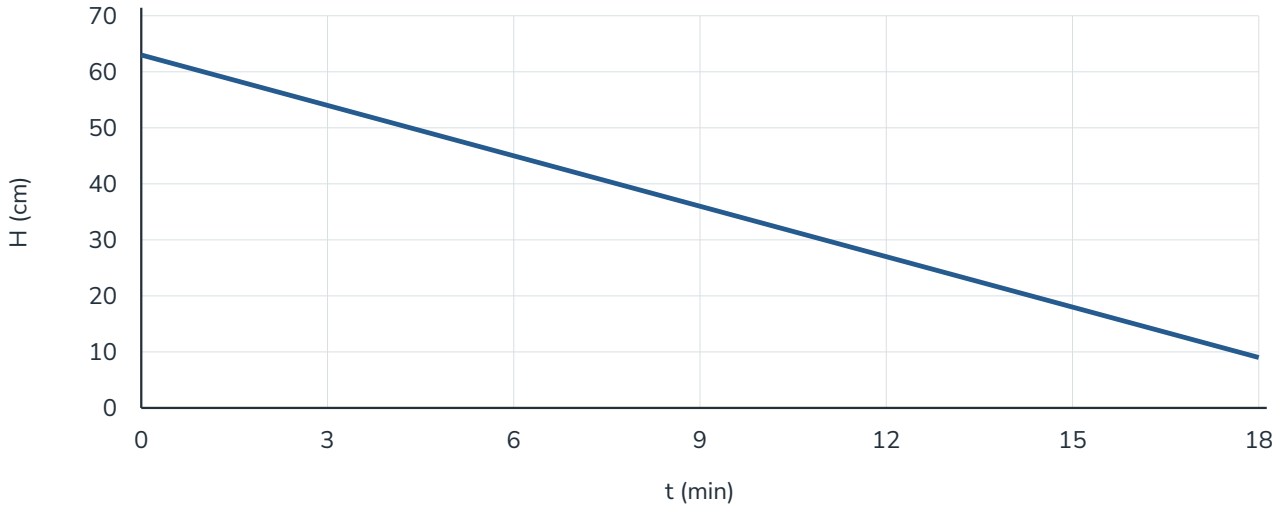
18 Zelftest: parameters en grafiek (vervolg)

b De domeineindpunten zijn H(0) = 63 en H(18) = 63 − 54 = 9.

Zet de punten (0, 63) en (18, 9) in het raster en verbind ze met een rechte lijn voor het gegeven domein.

Antwoord De grafiek is het lijnstuk van (0, 63) naar (18, 9).

H = 63 − 3t



c Los 63 − 3t = 24 op. Dan is 3t = 39 en t = 13.

Dit ligt binnen het domein. Controle: 63 − 3 × 13 = 24.

Antwoord Het platform is na 13 minuten op 24 cm hoogte.

Uitwerkingen

Paragraaf 3.2 · opgaven 1–20

Een gelijkheid omzetten in een vergelijking

1 Lunchpakketten voor een repetitie

a De vaste kosten zijn € 180. Voor n pakketten zijn de variabele kosten 12n euro.

De som van beide bedragen moet € 660 zijn: 180 + 12n = 660.

Antwoord De vergelijking is 180 + 12n = 660.

b 180 + 12n = 660 geeft 12n = 480.

Delen door 12 geeft n = 40.

40 is een geheel getal binnen 0 ≤ n ≤ 60.

Antwoord De groep bestelde 40 lunchpakketten.

c Voor 40 lunchpakketten zijn de lunchkosten 12 × 40 = € 480.

De totale kosten zijn 180 + 480 = € 660. Dit is precies het factuurbedrag.

Antwoord 40 pakketten verklaren de rekening; het bedrag en het toegestane aantal kloppen.

2 Materialen voor een workshop

a Het gezochte aantal voldoet aan 45 + 7m = 178.

7m = 133, dus m = 19.

Controle: 45 + 7 × 19 = 178. Bovendien is 19 een toegestaan geheel aantal.

Antwoord Er zijn 19 materiaalsets; hun totale kosten zijn precies € 178.

3 Porties uit een voorraad

a 480 − 25b = 205.

−25b = −275, dus b = 11.

Controle: 480 − 25 × 11 = 205 gram; 11 is geheel en niet groter dan 19.

Antwoord Na 11 porties is precies 205 gram over.

4 Een onleesbare factuur

a Neem n als het aantal bordjes. Dan moet 64 + 8,50n = 217 gelden.

8,50n = 153, dus n = 18.

18 is een toegestaan geheel aantal tussen 0 en 40.

Antwoord De factuur hoort bij 18 informatiebordjes.

b 18 bordjes kosten samen 18 × € 8,50 = € 153.

Samen met de voorbereiding is dit € 153 + € 64 = € 217.

Het herstelde aantal voldoet bovendien aan de bestelvoorwaarden.

Antwoord De controle verklaart het volledige factuurbedrag van € 217 en bevestigt 18 bordjes.

5 Een onbekend verbruik

a De meting geeft 97 − 35r = 62.

−35r = −35, dus r = 1.

Controle: 97 − 1 × 35 = 62%.

Antwoord De afname is r = 1 procentpunt per minuut.

b Met r = 1 is het model S = 97 − t.

97 − t = 52 geeft t = 45.

Controle: S(45) = 97 − 45 = 52%; 45 ligt binnen het modeldomein.

Antwoord Het model voorspelt 52% na 45 minuten.

De twee coördinaten van een snijpunt

6 Twee huurmodellen

a 28 + 6t = 10 + 9t.

Trek 6t en 10 af: 18 = 3t.

Deel door 3: t = 6.

Antwoord Bij t = 6 uur zijn beide kosten gelijk.

b Vul t = 6 in: A = 28 + 6 × 6 = 64.

Voor B geldt 10 + 9 × 6 = 64.

De eerste coördinaat is de huurduur, de tweede is het bedrag.

Antwoord Het snijpunt is (6; 64): na 6 uur kosten beide mogelijkheden € 64.

6 Twee huurmodellen (vervolg)

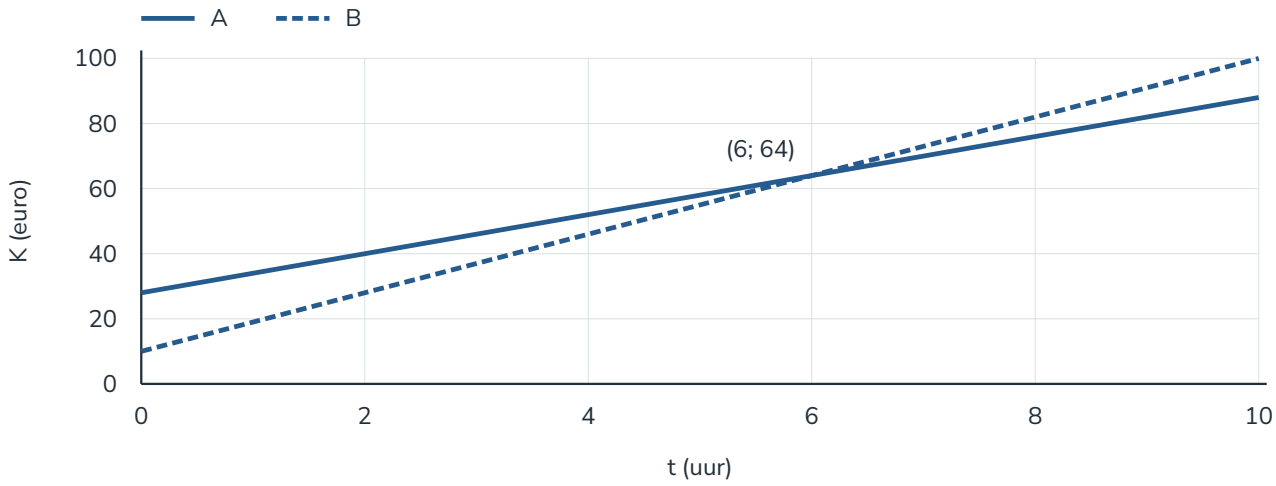
c Voor A zijn domeineindpunten (0; 28) en (10; 88). Voor B zijn dat (0; 10) en (10; 100).

Teken per model de rechte lijn tussen de eindpunten. De twee lijnen kruisen bij (6; 64).

De grafiek bevestigt de berekening: t = 6 en beide kosten zijn € 64.

Antwoord De getekende lijnen gaan beide door (6; 64).

Huurkosten



7 Twee temperatuurmodellen

a Stel de temperaturen gelijk: 18 + 2t = 42 − t.

3t = 24, dus t = 8.

$T_A(8) = 18 + 16 = 34$ en $T_B(8) = 42 - 8 = 34$.

8 minuten ligt in het modeldomein.

Antwoord Het snijpunt is (8; 34). Na 8 minuten zijn beide temperaturen 34 °C.

8 Geen of juist heel veel snijpunten

a Gelijkstellen geeft 8 + 3x = 14 + 3x.

Trek 3x af: 8 = 14. Dit is onmogelijk.

De lijnen hebben dezelfde helling 3 en verschillende beginwaarden; ze zijn evenwijdig.

Antwoord Er is geen snijpunt, ook niet binnen $0 \leq x \leq 3$.

8 Geen of juist heel veel snijpunten (vervolg)

b Werk de haakjes uit: D = 6 − 2x.

Gelijkstellen geeft 6 − 2x = 6 − 2x: dit klopt voor iedere x.

De lijnen vallen samen. Binnen het gegeven domein liggen alle punten (x; 6 − 2x) met 0 ≤ x ≤ 3 op beide lijnen.

Antwoord Er is geen uniek snijpunt: alle punten van het lijnstuk van (0; 6) tot en met (3; 0) zijn gemeenschappelijk.

9 Twee voorraadtanks

a De volumes zijn P = 24 + 3t en Q = 84 − 2t, beide in liter.

Gelijkstellen geeft 24 + 3t = 84 − 2t, dus 5t = 60 en t = 12.

P(12) = 60 liter en Q(12) = 60 liter.

12 minuten ligt in 0 ≤ t ≤ 20. In dat interval varieert P van 24 tot 84 liter en Q van 84 tot 44 liter; beide blijven binnen hun capaciteit.

Antwoord Na 12 minuten bevatten beide tanks 60 liter; het snijpunt is (12; 60) en past bij alle modelvoorwaarden.

Welke waarden voldoen aan een voorwaarde?

10 Water bij de start van een demonstratie

a Minstens 42 liter betekent V ≥ 42.

Vervang V door het model: 90 − 6u ≥ 42.

Antwoord De ongelijkheid is 90 − 6u ≥ 42.

b Trek 90 van beide kanten af: −6u ≥ −48.

Bij delen door −6 draait het ongelijkheidsteken om: u ≤ 8.

Antwoord De algebraïsche oplossing is u ≤ 8.

c Combineer u ≤ 8 met het domein van gehele minuten: u = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 en 8.

Bij u = 8 is V = 90 − 6 × 8 = 42 liter; gelijkheid is toegestaan.

Bij u = 9 is V = 36 liter, minder dan 42.

Antwoord De meetmomenten 0 tot en met 8 minuten voldoen; 9 minuten voldoet niet.

11 Een stapel controlekaarten

a Minder dan 20 betekent $76 - 4k < 20$.

$-4k < -56$. Delen door -4 keert het teken om: $k > 14$.

Antwoord De algebraïsche voorwaarde is $k > 14$.

b k is geheel, dus $k > 14$ geeft $k = 15, 16, 17, 18$ en 19 binnen het domein.

Bij $k = 14$ zijn er $76 - 56 = 20$ kaarten: dit is niet minder dan 20.

Bij $k = 15$ zijn er $76 - 60 = 16$ kaarten: dit voldoet.

Antwoord Vanaf ronde 15 mag het team opruimen; de bruikbare aantallen zijn 15 tot en met 19.

12 Een bewegend punt in een animatie

a $52 - 2{,}5t > 15$ geeft $-2{,}5t > -37$.

Delen door $-2{,}5$ keert het teken om: $t < 14{,}8$.

Samen met het domein is dit $0 \le t < 14{,}8$.

Antwoord Het punt is in de zone vanaf $t = 0$ tot vóór $t = 14{,}8$ seconden; 14,8 zelf hoort er niet bij.

b De opnametijden zijn veelvouden van 0,1. Het grootste daarvan onder 14,8 is 14,7.

$D(14{,}7) = 52 - 2{,}5 \times 14{,}7 = 15{,}25$ cm, dus groter dan 15.

$D(14{,}8) = 15$ cm; gelijkheid voldoet niet aan $D > 15$.

Antwoord De laatste passende opname is bij 14,7 seconden.

13 Bestellen met een reserve

a Met n als het gehele aantal mag de bestelling hoogstens $200 - 20 = €\ 180$ kosten.

$38 + 6n \le 180$ geeft $6n \le 142$ en $n \le \frac{142}{6} = 23\frac{2}{3}$.

Binnen $0 \le n \le 40$ is het grootste gehele aantal $n = 23$.

Bij 23 zijn de kosten $38 + 6 \times 23 = €\ 176$; er blijft € 24 over. Bij 24 zijn de kosten € 182; er blijft slechts € 18 over.

Antwoord Er kunnen maximaal 23 katernen worden besteld. Bij 24 wordt de vereiste reserve onderschreden.

14 Volledige uren in een studio

a Met h als het aantal uren zijn de kosten F = 85 + 9h en G = 145 + 3h.

F < G geeft 85 + 9h < 145 + 3h, dus 6h < 60 en h < 10.

Combineer met gehele uren en 2 ≤ h ≤ 12: h = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9.

Bij h = 10 kosten beide € 175. Omdat F strikt goedkoper moet zijn, telt 10 uur niet mee. Bij 9 uur is F = € 166 en G = € 172.

Antwoord F is strikt goedkoper bij 2 tot en met 9 volledige uren.

Controleren met de oorspronkelijke gegevens

15 Een voorgesteld snijpunt

a P(4) = 5 + 2 × 4 = 13.

Q(4) = 17 − 4 = 13.

Beide uitkomsten zijn gelijk; x = 4 hoort dus bij een snijpunt.

Antwoord De eerste coördinaat 4 is goed, want beide uitkomsten zijn 13.

b Een punt (4; 4) vraagt een uitkomst 4, maar bij x = 4 is de uitkomst voor beide lijnen 13.

Het volledige snijpunt is daarom (4; 13). Alleen x bepalen geeft nog niet de verticale coördinaat.

Antwoord Het voorstel (4; 4) is onjuist; het snijpunt is (4; 13).

16 Controle van een modelantwoord

a S(4) = 3 + 1,5 × 4 = 9 volt.

R(4) = 15 − 1,5 × 4 = 9 volt.

De tijd 4 seconden ligt in 0 ≤ t ≤ 8; de genoemde tweede coördinaat is ook 9.

Antwoord (4; 9) voldoet aan beide modellen en ligt in het domein; het verslag klopt.

16 Controle van een modelantwoord (vervolg)

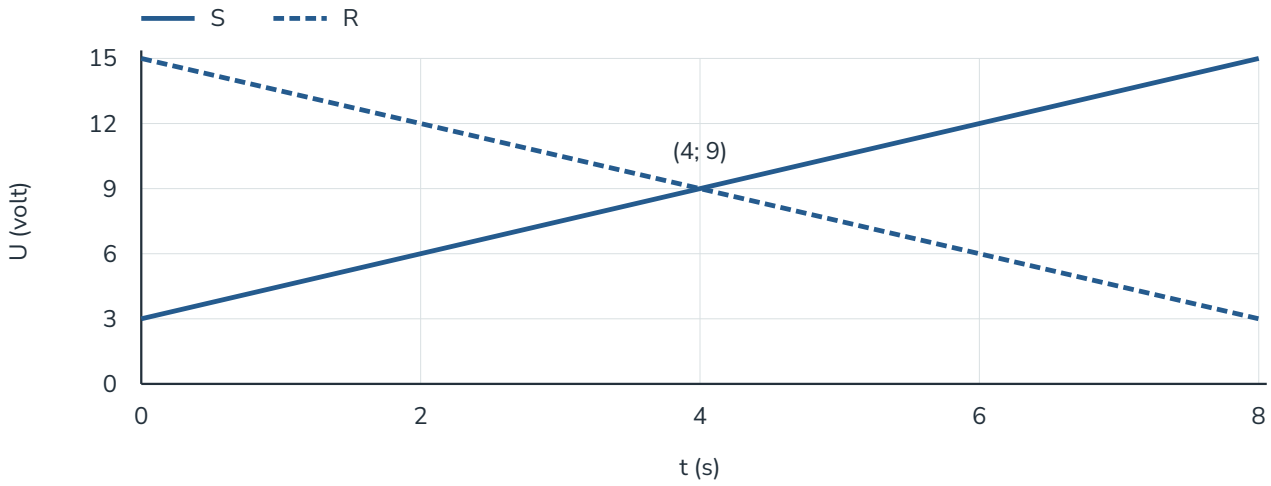
b Voor S gebruik je (0; 3) en (8; 15); voor R gebruik je (0; 15) en (8; 3).

De rechte modelgrafieken snijden elkaar bij (4; 9).

Deze grafische controle ondersteunt de exacte substitutiecontrole uit a.

Antwoord Beide getekende modellen kruisen bij 4 seconden en 9 volt.

Sensormodellen



17 Twee controles die iets missen

a De eerste twee regels zijn juist. De fout ontstaat bij delen door −7: het teken moet omkeren.

De correcte uitkomst is $t > 7$. Gehele tijden in het domein zijn 8, 9, 10, 11 en 12 minuten.

Controle: bij $t = 7$ is $V = 35$ liter, dus niet minder dan 35. Bij $t = 8$ is $V = 28$ liter, dus wel minder dan 35.

Een waarde aan de verkeerde kant, bijvoorbeeld $t = 6$, geeft 42 liter en voldoet niet.

Antwoord De fout is het niet omkeren van het teken. De toegestane meetmomenten zijn 8 tot en met 12 minuten.

b Vul $x = 5$ in de eerste lijn in: $y = 2 \times 5 + 8 = 18$.

Voor de tweede lijn geldt $y = 5 \times 5 - 7 = 18$.

De eerste coördinaat klopt; de tweede moet de gemeenschappelijke uitkomst 18 zijn.

Het punt ligt binnen het modeldomein.

Antwoord Het juiste snijpunt is (5; 18); $x = 5$ alleen is nog geen volledig snijpunt.

18 Een verzending

a Neem n voor het aantal pakketten. De vergelijking is 27 + 4,50n = 81.

4,50n = 54, dus n = 12.

12 is een geheel aantal in het domein.

Antwoord Er zijn 12 pakketten verzonden.

b Bij 16 pakketten geeft het oorspronkelijke kostenmodel 27 + 4,50 × 16 = 27 + 72 = € 99.

16 is een toegestaan geheel aantal.

Antwoord De tweede factuur klopt: 16 pakketten kosten volgens de gegevens € 99.

19 Robots op een rail

a 5 + 2t = 35 − t geeft 3t = 30 en t = 10.

$p_P(10) = 25$ meter en $p_Q(10) = 25$ meter.

10 seconden ligt in het domein.

Antwoord Het snijpunt is (10; 25). Na 10 seconden zijn beide robots op 25 meter vanaf het nulpunt.

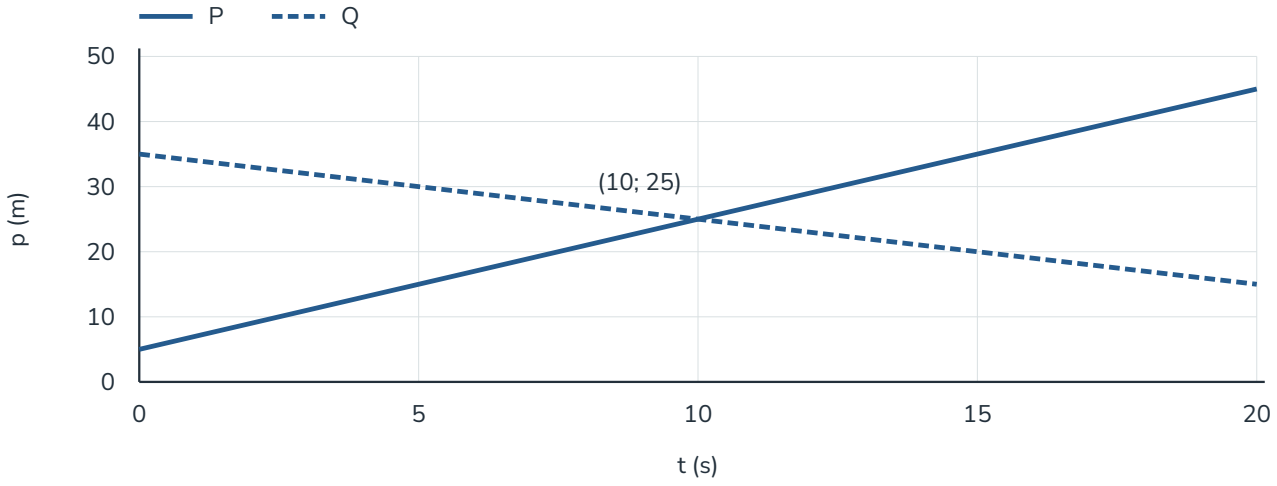
b De lijn van P loopt door (0; 5) en (20; 45). De lijn van Q loopt door (0; 35) en (20; 15).

De modelgrafieken kruisen bij (10; 25).

Dit bevestigt de berekende tijd en plaats.

Antwoord De grafiek bevestigt het snijpunt (10; 25).

Posities op een rail



20 Energiepunten in een spel

a Met n als het aantal opdrachten is de voorwaarde $132 - 5n > 47$.

$-5n > -85$. Delen door -5 draait het teken om: $n < 17$.

Gehele aantallen in $0 \leq n \leq 26$ die hieraan voldoen zijn 0 tot en met 16.

Bij 16 opdrachten blijven 52 punten over. Bij 17 blijven 47 punten over, wat niet meer dan 47 is.

Antwoord De bonus is beschikbaar na 0 tot en met 16 voltooide opdrachten.

Uitwerkingen

Paragraaf 3.3 · opgaven 1–12

Een waarde tussen twee gegevens

1 Een schuifdoseerder

x (cm)	D (mL)
2	18,4
8	31,6

a De positie neemt toe met $8 - 2 = 6$ cm; de dosis neemt toe met $31{,}6 - 18{,}4 = 13{,}2$ mL.

De gemiddelde verandering is $13{,}2 \div 6 = 2{,}2$ mL per cm.

Vanaf 2 cm is de afstand $5{,}5 - 2 = 3{,}5$ cm.

$D = 18{,}4 + 2{,}2 \times 3{,}5 = 26{,}1$ mL.

Antwoord De lineaire schatting bij 5,5 cm is 26,1 mL. De positie ligt binnen het gegevensinterval van 2 tot 8 cm.

b Het model neemt aan dat de dosis bij iedere extra centimeter steeds met hetzelfde aantal milliliters toeneemt.

Bij 5,5 cm is geen meetwaarde gegeven; 26,1 mL is berekend uit het gekozen model.

De twee gegeven doses zijn afgeronde meetwaarden. Ook bij een passende rechte lijn geven zij geen onbeperkte meetnauwkeurigheid. Twee punten bewijzen bovendien geen constante verandering tussen de punten.

Antwoord 26,1 mL is een modelvoorspelling onder de aanname van constante verandering, geen exact gemeten dosis.

2 De dikte van een proeflaag

d (cm)	M (g)
1,6	22,0
5,6	38,0

a De gemiddelde verandering is (38,0 − 22,0) ÷ (5,6 − 1,6) = 16,0 ÷ 4,0 = 4,0 g per cm.

Vanaf 22,0 g is nog 32,0 − 22,0 = 10,0 g nodig. Dat hoort bij 10,0 ÷ 4,0 = 2,5 cm extra dikte.

d = 1,6 + 2,5 = 4,1 cm.

Antwoord Volgens het lineaire model hoort 4,1 cm bij 32,0 g. Dit is interpolatie: 4,1 cm ligt tussen 1,6 en 5,6 cm.

b M = 22,0 + 4,0 × (3,6 − 1,6) = 30,0 g.

De aanvullende meting ligt 31,0 − 30,0 = 1,0 g hoger. Afronding van de drie metingen op 0,1 g kan dit verschil niet volledig verklaren.

Deze drie meetwaarden passen niet bij een exact constante verandering. De lijn kan nog als benadering dienen als de benodigde nauwkeurigheid dat toelaat; daarvoor zijn meer gegevens en een passende foutmarge nodig.

Antwoord Het model voorspelt 30,0 g, terwijl 31,0 g is gemeten. Exacte lineariteit is niet houdbaar op basis van deze gegevens; bruikbaarheid als benadering hangt af van de vereiste nauwkeurigheid.

3 Een strook bedrukken

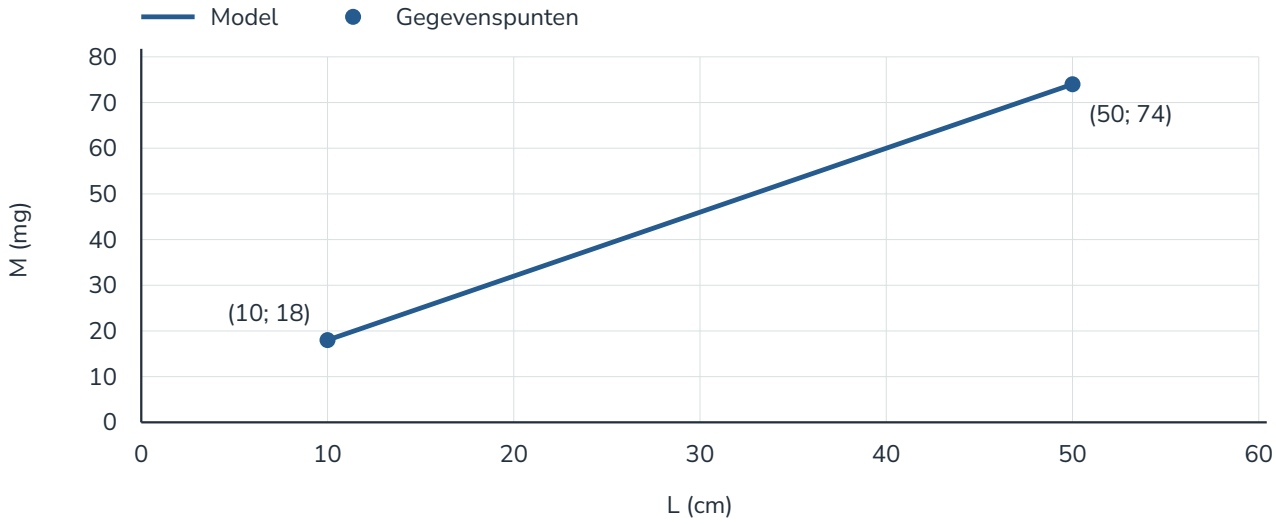
L (cm)	M (mg)
10	18
50	74

a Zet de gegevenspunten (10; 18) en (50; 74) op het raster.

Verbind de punten met een rechte lijn. Beperk de lijn tot lengtes van 10 tot 50 cm.

Antwoord De grafiek is het lijnstuk van (10; 18) naar (50; 74), met L in cm en M in mg.

Lineair model binnen het gegevensinterval



b De gemiddelde verandering is (74 − 18) ÷ (50 − 10) = 56 ÷ 40 = 1,4 mg per cm.

De extra massa ten opzichte van 18 mg is 46 − 18 = 28 mg. De extra lengte is 28 ÷ 1,4 = 20 cm.

L = 10 + 20 = 30 cm.

Antwoord Volgens het lineaire model is de lengte 30,0 cm. Deze lengte ligt binnen het gegevensinterval.

De rechte lijn verlengen

4 Opslagruimte plannen

w (weken)	S (GB)
2	48
6	72

a De verandering is (72 − 48) ÷ (6 − 2) = 24 ÷ 4 = 6 GB per week.

Vanaf week 6 is de afstand 9 − 6 = 3 weken.

S = 72 + 6 × 3 = 90 GB.

Antwoord Volgens het model is in week 9 ongeveer 90 GB in gebruik.

b De meetwaarden horen bij week 2 en week 6, dus het gegevensinterval loopt van 2 tot 6 weken.

Week 9 ligt buiten dat gegevensinterval. Daarom wordt de lijn verlengd: extrapolatie.

Het afgesproken modeldomein loopt van 2 tot 12 weken. Dat domein is groter dan het interval waarvoor de twee meetwaarden beschikbaar zijn.

Antwoord Het is extrapolatie buiten $2 \le w \le 6$, maar wel binnen het voorlopige modeldomein $2 \le w \le 12$. Binnen dat domein blijft de uitkomst een voorspelling onder aannames.

5 Een testreservoir

t (dagen)	V (liter)
2	620
7	545

a De gemiddelde verandering is (545 − 620) ÷ (7 − 2) = −75 ÷ 5 = −15 liter per dag.

V = 545 − 15 × (12 − 7) = 545 − 75 = 470 liter.

Antwoord Het model voorspelt 470 liter op dag 12. Dit is extrapolatie, want 12 ligt buiten het gegevensinterval van dag 2 tot dag 7.

5 Een testreservoir (vervolg)

t (dagen)	V (liter)
2	620
7	545

b Dag 0 ligt buiten het gegevensinterval van dag 2 tot dag 7, dus de berekening verlengt de lijn achteruit.

Het gebruikte model geldt alleen van dag 1 tot en met dag 20. Het lek begon pas op dag 1; vóór dat moment mag dezelfde afname niet worden aangenomen.

Antwoord Nee. De 650 liter is een uitkomst van achterwaartse extrapolatie buiten het modeldomein. De omstandigheden op dag 0 voldoen niet aan de aanname van het model.

6 Een druppel laten drogen

t (minuten)	m (mg)
4	83
10	59

a De gemiddelde verandering is (59 − 83) ÷ (10 − 4) = −24 ÷ 6 = −4 mg per minuut.

Vanaf t = 4 moet er 83 mg verdwijnen. Bij 4 mg per minuut duurt dat 83 ÷ 4 = 20,75 minuten.

t = 4 + 20,75 = 24,75 minuten.

Antwoord De doorgetrokken rechte lijn bereikt nul bij t = 24,75 minuten. Dit tijdstip is een extrapolatie buiten de meetgegevens.

b 24,75 minuten ligt buiten het afgesproken modeldomein van 4 tot 18 minuten.

De afname hoeft later niet constant te blijven. Het nulpunt van de verlengde lijn is geen meting van het verdwijnen van de druppel.

Antwoord Nee. Met dit model mag 24,75 minuten niet als werkelijk droogtijdstip worden vastgesteld; daarvoor zijn latere metingen of een passend ander model nodig.

Hoe bruikbaar is de voorspelling?

7 Een lichte kabeltas kiezen

L (cm)	M (g)
20	84
50	126

a De gemiddelde verandering is (126 − 84) ÷ (50 − 20) = 42 ÷ 30 = 1,4 g per cm.

De grens van 110 g hoort bij L = 20 + (110 − 84) ÷ 1,4 = 38,5714… cm.

Omdat de lengtes hele centimeters zijn en de grens niet overschreden mag worden, is de grootste lengte 38 cm.

Bij 38 cm is M = 84 + 1,4 × 18 = 109,2 g; bij 39 cm is M = 110,6 g.

Antwoord Volgens de modelschatting is 38 cm de grootste bestelbare lengte onder de grens van 110 g.

b Bij 38 cm voorspelt het model 109,2 g. Met de werkmarge rekent het atelier op 109,2 + 2 = 111,2 g.

111,2 g is meer dan de toegestane 110 g, dus deze bestelling voldoet niet aan de bestelregel.

De lijn is gebaseerd op slechts twee proefmetingen over een interval van 30 cm. Een constante verandering voor iedere tussenmaat is een aanname. De werkmarge is niet uit deze twee waarden bewezen; de werkelijke massa moet na productie worden gemeten.

Antwoord Het atelier accepteert 38 cm volgens deze regel niet. Ook een geaccepteerde tas heeft een voorspelde massa met onzekerheid, totdat hij werkelijk is gewogen.

8 Twee robotroutes

t (minuten)	Acculading (%)
10	78
30	62

a De gemiddelde verandering is (62 − 78) ÷ (30 − 10) = −16 ÷ 20 = −0,8 procentpunt per minuut.

Bij t = 55 is de modelschatting 62 − 0,8 × (55 − 30) = 62 − 20 = 42,0%.

42,0% is meer dan 30% en minuut 55 ligt binnen het afgesproken modeldomein.

Antwoord Volgens het model blijft 42,0% over. Route A voldoet onder de beschreven aannames aan de planningsregel.

b Minuut 65 ligt buiten het gegevensinterval van 10 tot 30 minuten én buiten het modeldomein van 10 tot 60 minuten.

Na minuut 60 verandert de bedrijfsstand. Dezelfde afname is daar niet onderbouwd; positief zijn en boven 30% liggen maken de modeluitkomst niet geldig.

Route B ligt 35 minuten na de laatste meetwaarde; route A ligt 25 minuten na die meetwaarde. Beide zijn extrapolaties, maar alleen route A valt binnen de beschreven modelafspraak.

De 42,0% voor route A volgt uit een veronderstelde constante afname en is niet aan het einde van de route gemeten.

Antwoord De redenering over route B is onvoldoende. Route A kan binnen de modelafspraak worden gepland; voor route B zijn aanvullende gegevens nodig. Ook voor route A blijft 42,0% een voorspelling.

9 Een groot gat en een kleine stap

Groep	t (uren)	m (g)
A	1	96
A	9	48
B	4	78
B	5	72

a Groep A: verandering $(48 - 96) \div (9 - 1) = -48 \div 8 = -6$ g per uur. Bij $t = 5$ is $m = 96 - 6 \times (5 - 1) = 72{,}0$ g.

5 ligt tussen 1 en 9, dus de schatting van groep A is interpolatie.

Groep B: verandering $(72 - 78) \div (5 - 4) = -6$ g per uur. Bij $t = 5{,}2$ is $m = 72 - 6 \times 0{,}2 = 70{,}8$ g.

5,2 ligt buiten 4 tot 5, dus de schatting van groep B is extrapolatie.

Antwoord Groep A voorspelt 72,0 g met interpolatie; groep B voorspelt 70,8 g met extrapolatie.

b Bij groep A zit $9 - 1 = 8$ uur tussen de meetpunten. Er is geen informatie over het verloop binnen dat grote gat.

Bij groep B ligt de voorspelling slechts $5{,}2 - 5 = 0{,}2$ uur na de laatste meting. Ook dan moet de afname constant blijven.

De afstand tot gegevens is maar één argument. De omstandigheden, mogelijke veranderingen binnen het interval en meetonzekerheid zijn eveneens nodig. Bovendien gaat het om twee verschillende proeven.

Antwoord Interpolatie over een gat van 8 uur is niet automatisch nauwkeuriger dan extrapolatie van 0,2 uur. Met alleen deze gegevens kan de nauwkeurigheid niet worden gerangschikt.

c Groep A kan bijvoorbeeld een extra massameting rond uur 5 doen. Daarmee controleert de groep de constante afname in het grote ontbrekende deel van het interval.

Groep B kan bijvoorbeeld opnieuw rond uur 5,2 meten of vaststellen of de droogomstandigheden na uur 5 veranderen. Daarmee controleert de groep de verlenging buiten de bestaande meetgegevens.

Herhaalde metingen of informatie over meetnauwkeurigheid helpen beide groepen om een foutmarge te beoordelen.

Antwoord Een meting in het ontbrekende midden helpt A; een meting net na de laatste waarneming helpt B. Een andere concrete aanvulling met een passende uitleg is ook goed.

10 De verkeerde afstand

a De gemiddelde verandering is (8 − 11) ÷ (10 − 4) = −0,5 cm per minuut.

De beginwaarde 8 cm hoort bij t = 10, dus de gebruikte tijdsafstand moet 13 − 10 = 3 minuten zijn.

h = 8 − 0,5 × 3 = 6,5 cm.

13 ligt buiten het gegevensinterval van 4 tot 10 minuten. Ook een kleine stap daarbuiten heet extrapolatie.

Antwoord De juiste modelhoogte is 6,5 cm. De leerling gebruikte de tijd 13 in plaats van de afstand 3 en noemde een extrapolatie ten onrechte interpolatie.

b 30 minuten ligt buiten het modeldomein van 0 tot 18 minuten, zodat dezelfde afname daar niet verantwoord is op basis van de opgave.

Een waterhoogte boven de bodem kan niet negatief zijn. −2 cm overschrijdt een praktische grens.

Antwoord De voorspelling valt buiten het afgesproken domein en is fysiek onmogelijk als waterhoogte. De lijn moet uiterlijk vóór zulke uitkomsten worden herzien of begrensd.

11 Zelftest: een instelbare waterbak

p (cm)	V (liter)
3	12,8
7	23,2

a De verandering is (23,2 − 12,8) ÷ (7 − 3) = 10,4 ÷ 4 = 2,6 liter per cm.

V = 12,8 + 2,6 × (5,8 − 3) = 12,8 + 7,28 = 20,08 liter.

20,08 liter afgerond op 0,1 liter is 20,1 liter.

Antwoord Het model voorspelt 20,1 liter bij 5,8 cm. Deze instelling ligt tussen de twee gegeven instellingen.

b De oorspronkelijke lijn voorspelt bij p = 5: V = 12,8 + 2,6 × (5 − 3) = 18,0 liter.

De extra meting is 18,8 − 18,0 = 0,8 liter hoger. Afronding op 0,1 liter verklaart dit verschil niet volledig.

Interpolatie zegt waar de gevraagde instelling ligt. Het woord bewijst geen constante verandering en maakt een voorspelling niet exact of gemeten.

Antwoord De uitspraak is onjuist. De lijn voorspelt 18,0 liter en de extra meting geeft 18,8 liter; de aanname van een exact constante verandering past niet bij alle drie de meetwaarden.

12 Zelftest: filtermateriaal op voorraad

w (weken)	F (kg)
2	164
6	128

a De verandering is $(128 - 164) \div (6 - 2) = -36 \div 4 = -9$ kg per week.

$F = 128 - 9 \times (10{,}5 - 6) = 128 - 40{,}5 = 87{,}5$ kg.

Antwoord Het model voorspelt 87,5 kg in week 10,5. Dit is een extrapolatie buiten het gegevensinterval van week 2 tot week 6.

b Week 10,5 ligt 4,5 weken na de laatste meting, maar wel binnen het afgesproken modeldomein van week 2 tot week 14. De voorspelling is bruikbaar onder de aanname van constant verbruik; zij is geen gemeten voorraad.

Week 22 ligt 16 weken na de laatste meting en buiten het domein. Na week 14 verandert het productieprogramma, waardoor dezelfde afname niet onderbouwd is.

−16 kg is bovendien onmogelijk als aanwezige voorraad. Voorraad kan niet lager dan nul worden.

Antwoord 87,5 kg kan als voorlopige voorspelling binnen de modelafspraak dienen. −16 kg voor week 22 is onbruikbaar: de afstand is groter, de omstandigheden veranderen en de voorraadgrens wordt overschreden.

Uitwerkingen

Paragraaf 3.4 · opgaven 1–14

Vergelijken op drie punten

1 Opnamekits huren

a A heeft een beginbedrag van € 36 en neemt met € 4 per uur toe; B begint bij € 60 en neemt met € 2,50 per uur toe.

$C_A(8) = 36 + 4 \times 8 = 68$. $C_B(8) = 60 + 2{,}5 \times 8 = 80$.

$80 - 68 = 12$.

Antwoord Bij 8 uur is A € 12 goedkoper, hoewel B minder kost per extra uur.

b $C_A(20) = 36 + 4 \times 20 = 116$.

$C_B(20) = 60 + 2{,}5 \times 20 = 110$. Het verschil is $116 - 110 = 6$.

Antwoord Kies B: voor 20 uur voorspelt dit model € 110, dus € 6 minder dan A.

c Het nieuwe model is $C_{B,nieuw} = 60 + 2t$. De beginwaarde verandert niet; de helling daalt met 0,5.

De voorspelling daalt bij 20 uur met $0{,}5 \times 20 = €\ 10$.

$C_{B,nieuw}(20) = 60 + 2 \times 20 = €\ 100$; dit is € 10 minder dan de oorspronkelijke € 110.

Antwoord Bij 20 uur daalt de voorspelde huurprijs met € 10 tot € 100.

1 Opnamekits huren (vervolg)

t (uur)	Controlebedrag (€)
0	60
8	81
20	114
32	140

d Voor t = 0, 8, 20 en 32 voorspelt het oorspronkelijke model B achtereenvolgens € 60, € 80, € 110 en € 140.

De absolute afwijkingen zijn € 0, € 1, € 4 en € 0. Bij 20 uur is € 4 groter dan de toegestane € 2.

36 uur valt buiten het opgegeven domein van 0 tot en met 32 uur. De waargenomen afwijking bewijst op zichzelf niet waardoor het model en het bedrag verschillen.

Antwoord B voldoet niet aan de controleafspraak voor alle gegevens. Voor 36 uur is de geldigheid met deze informatie niet onderbouwd.

2 Water in twee reservoirs

a A begint met 120 liter en neemt met 30 liter per uur toe. B begint met 210 liter en neemt met 20 liter per uur toe.

$V_A(6) = 120 + 30 \times 6 = 300$ liter. $V_B(6) = 210 + 20 \times 6 = 330$ liter.

$330 - 300 = 30$.

Antwoord B bevat na 6 uur volgens de modellen 30 liter meer; A heeft de grootste toename per uur.

b $V_A(8) = 360$ liter en $V_B(8) = 370$ liter.

A wijkt $|347 - 360| = 13$ liter af: meer dan 10. B wijkt $|369 - 370| = 1$ liter af: maximaal 10.

12 uur ligt buiten het domein $0 \leq t \leq 10$. Een berekenbare uitkomst buiten het domein is nog geen onderbouwde voorspelling.

Antwoord A voldoet bij 8 uur niet aan de afspraak; B wel. Voor 12 uur is geen van beide modellen met deze informatie onderbouwd.

3 Een warme drank bewaren

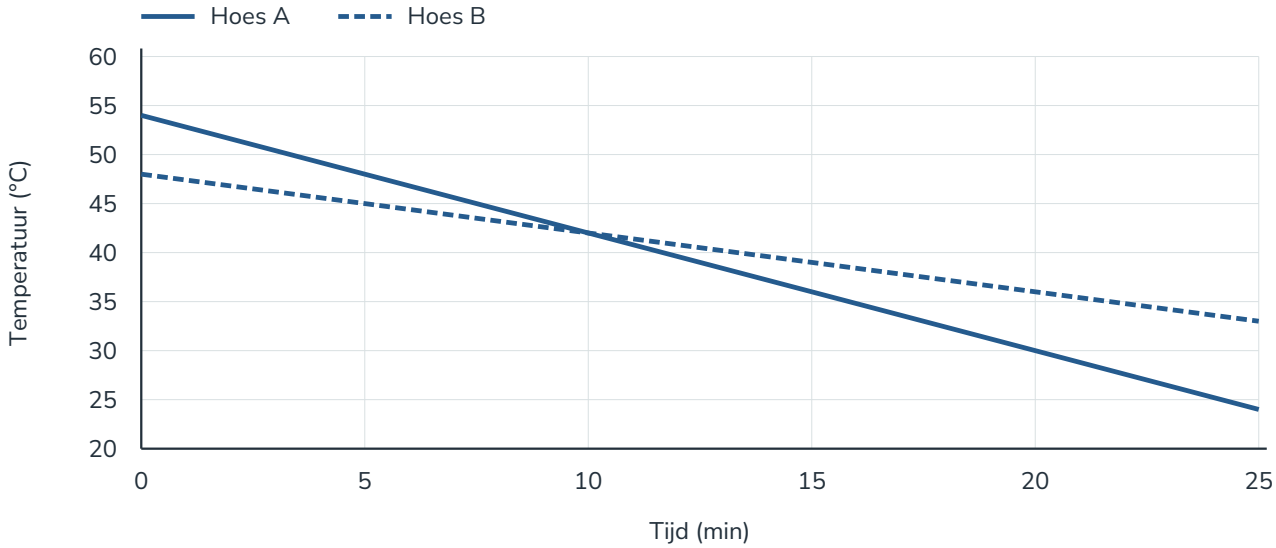
a A begint bij 54 °C en daalt met 1,2 °C per minuut. B begint bij 48 °C en daalt met 0,6 °C per minuut.

Teken voor A de lijn door (0, 54) en (25, 24), en voor B de lijn door (0, 48) en (25, 33), binnen het opgegeven domein.

Bij 8 minuten: $T_A = 44{,}4$ °C en $T_B = 43{,}2$ °C, verschil 1,2 °C. Bij 18 minuten: $T_A = 32{,}4$ °C en $T_B = 37{,}2$ °C, verschil 4,8 °C.

Antwoord Na 8 minuten voorspelt A een 1,2 °C hogere temperatuur; na 18 minuten voorspelt B een 4,8 °C hogere temperatuur.

Temperatuurmodellen



b Bij 18 minuten voorspelt B 37,2 °C en A 32,4 °C: de eerste uitspraak over de hoogste modeltemperatuur klopt.

De absolute afwijking bij A is $|31{,}7 - 32{,}4| = 0{,}7$ °C en bij B $|39{,}0 - 37{,}2| = 1{,}8$ °C. A sluit bij deze controle nauwkeuriger aan en voldoet aan de afspraak; B niet. Een hogere voorspelling betekent dus geen nauwkeuriger model.

30 minuten ligt buiten $0 \le t \le 25$. Deze gegevens verlengen dat domein niet en geven geen verklaring voor de afwijking bij B.

Antwoord Alleen de uitspraak over B als hoogste voorspelling na 18 minuten is onderbouwd. B is bij deze controle niet het nauwkeurigste model; gebruik na 30 minuten is hiermee evenmin onderbouwd.

Een keuze onderbouwen

4 Twee energieschattingen

a R heeft beginwaarde 12 kWh en neemt met 0,7 kWh per uur toe.

S heeft beginwaarde 4 kWh en neemt met 1,1 kWh per uur toe.

Antwoord S begint lager; R heeft de kleinste toename per uur.

b Bij 15 uur: $E_R = 12 + 0{,}7 \times 15 = 22{,}5$ kWh; $E_S = 4 + 1{,}1 \times 15 = 20{,}5$ kWh.

Bij 25 uur: $E_R = 29{,}5$ kWh; $E_S = 31{,}5$ kWh.

Antwoord Kies bij 15 uur S (2 kWh lager), en bij 25 uur R (2 kWh lager).

c $E_S(20) = 4 + 1{,}1 \times 20 = 26$ kWh. De absolute afwijking is $27 - 26 = 1$ kWh.

$1 \leq 1{,}5$, dus deze controlewaarde voldoet.

36 uur ligt buiten het domein. Bovendien is één passende controlewaarde geen bewijs dat het model onder alle omstandigheden goed past.

Antwoord De controle bij 20 uur voldoet; gebruik bij 36 uur is hiermee niet onderbouwd.

5 Bezoeken aan een werkplaats

a $M(12) = 48 + 3 \times 12 = €\ 84$.

$N(12) = 18 + 5 \times 12 = €\ 78$; $84 - 78 = €\ 6$.

Antwoord Kies N: bij 12 bezoeken is het maandbedrag € 6 lager.

b Het verschil $M - N$ is $(48 + 3n) - (18 + 5n) = 30 - 2n$.

Bij $n = 18$ is dit verschil -6; bij $n = 24$ is het -18. Het verschil daalt met € 2 per extra bezoek en is in het hele bereik negatief.

Antwoord M is bij elk aantal van 18 tot en met 24 goedkoper, met een voordeel van € 6 tot € 18.

Alternatief: Uit $M = N$ volgt $n = 15$. Voor ieder $n > 15$ is M goedkoper, dus voor het volledige gevraagde bereik.

6 Fotokaarten voor een filmclub

a $C_K(480) = 21 + 0{,}18 \times 480 = €\ 107{,}40$.

$C_L(480) = 42 + 0{,}12 \times 480 = €\ 99{,}60$. Het verschil is € 7,80.

Antwoord L past binnen het budget en is € 7,80 goedkoper; K overschrijdt het budget met € 2,40.

6 Fotokaarten voor een filmclub (vervolg)

b Gelijke kosten: 21 + 0,18n = 42 + 0,12n, dus 0,06n = 21 en n = 350.

Bij 100 kaarten is K € 39 en L € 54. Bij 700 kaarten is K € 147 en L € 126.

K heeft de laagste constante term maar de grootste toename. Het verschil $C_K - C_L = -21 + 0{,}06n$ wisselt bij 350 van teken. Een echte bestelling van 0 kaarten valt buiten het domein.

Antwoord De bewering is onjuist. Kies K voor 100 tot en met 349 kaarten, beide zijn gelijk bij 350, en kies L voor 351 tot en met 700 kaarten.

7 Een energiereserve kiezen

a Bij 9 uur: $E_A = 240 - 12 \times 9 = 132$ Wh; $E_B = 180 - 6 \times 9 = 126$ Wh. Beide voldoen, maar A voorspelt 6 Wh meer.

Bij 12 uur: $E_A = 96$ Wh en $E_B = 108$ Wh. Beide liggen onder 120 Wh.

Antwoord Kies bij 9 uur A. Bij 12 uur voldoet A niet, en ook B voldoet dan niet aan de reserve-eis.

Een modelparameter veranderen

8 Een gewijzigde warmte-instelling

a De nieuwe beginwaarde is 8 + 3 = 11.

De nieuwe helling is 1,6 – 0,25 = 1,35.

Antwoord $W_{nieuw} = 11 + 1{,}35t$. De voorspelling bij 0 uur is 3 kWh hoger; per extra uur neemt het gebruik 0,25 kWh minder toe.

b Het verschil $W_{nieuw} - W$ is $3 - 0{,}25t$. Bij 10 uur is dit 3 – 2,5 = 0,5 kWh; bij 12 uur is dit 3 – 3 = 0.

Controle: bij 10 uur is W = 24 en $W_{nieuw} = 24{,}5$ kWh. Bij 12 uur zijn beide 27,2 kWh.

Antwoord Bij 10 uur is de nieuwe voorspelling 0,5 kWh hoger, dus niet zuiniger. Bij 12 uur zijn de voorspellingen gelijk.

9 Decorstukken verplaatsen

a De beginwaarde wordt 35 – 10 = 25 minuten.

De tijd per extra stuk wordt 2,5 + 0,75 = 3,25 minuut.

Antwoord $M_{nieuw} = 25 + 3{,}25k$. De vaste voorbereiding wordt korter, maar het tijdsvoordeel neemt per stuk met 0,75 minuut af.

9 Decorstukken verplaatsen (vervolg)

b $M_{nieuw} - M = -10 + 0{,}75k$. Bij $k = 16$ is dit $-10 + 12 = 2$ minuten. Controle: $M(16) = 75$ en $M_{nieuw}(16) = 77$ minuten.

De nieuwe voorspelling is lager als $-10 + 0{,}75k < 0$, dus $k < 10 \div 0{,}75 = 13{,}333...$

Bij $k = 13$ is de nieuwe voorspelling 0,25 minuut lager; bij $k = 14$ is zij 0,5 minuut hoger.

Antwoord Bij 16 stukken voorspelt de andere werkwijze 2 minuten meer, geen 10 minuten winst. Zij voorspelt een kortere tijd bij 0 tot en met 13 stukken.

10 Ventilatie anders instellen

a $V_{nieuw} = 60 + 24t$, dus $V_{nieuw} - V = -30 + 6t$.

Bij $t = 2$ is het verschil $-30 + 12 = -18$ m^3.

Gelijke voorspellingen: $-30 + 6t = 0$, dus $t = 5$. Dan voorspellen beide 180 m^3.

Antwoord Bij 2 uur voorspelt de nieuwe instelling 18 m^3 minder. Bij 5 uur zijn de voorspellingen gelijk; dit tijdstip valt in beide domeinen.

b Rekenkundig geeft $V_{nieuw}(7) = 228$ m^3 en $V(7) = 216$ m^3, dus verschil 12 m^3.

Maar 7 uur ligt buiten het onderbouwde domein van het gewijzigde model.

Antwoord Nee. Het berekende verschil is juist als formule-uitkomst, maar is voor deze gebruiksduur niet als vergelijking van twee geldige modellen onderbouwd.

11 Twee redeneringen herstellen

a Bij $x = 10$ is $C_A = 15 + 40 =$ € 55 en $C_B = 27 + 20 =$ € 47. B is daar € 8 goedkoper; de hogere beginwaarde betekent dus niet altijd hogere kosten.

Het gewijzigde model is $C_{B,nieuw} = 27 + 1{,}5x$. De beginwaarde blijft € 27; de helling daalt van 2 naar 1,5 euro per gebruiksmoment.

De verandering is $-0{,}5x$. Bij $x = 0$ verandert het bedrag met € 0; bij $x = 10$ daalt het met € 5. Alleen bij $x = 6$ is de daling € 3.

Antwoord De rangorde hangt af van het aantal gebruiksmomenten. Een lager tarief verandert de helling; de prijsdaling is € 0,50 per gebruiksmoment en dus niet overal € 3.

Past het model bij de situatie?

12 Controle van spoelwater

n (cycli)	Controlewaarde (liter)
0	25
2	39
4	49
6	65
8	75

a Bij n = 0, 2, 4, 6 en 8 voorspelt het model 25, 37, 49, 61 en 73 liter.

De absolute afwijkingen zijn 0, 2, 0, 4 en 2 liter.

Antwoord De grootste absolute afwijking is 4 liter, bij 6 cycli.

b Bij 6 cycli is de afwijking 4 liter, terwijl maximaal 3 liter is toegestaan. De overige waarden voldoen.

De gegevens tonen een overschrijding van de afspraak. Zonder verdere gegevens kun je geen specifieke oorzaak aanwijzen.

Antwoord Het model voldoet niet voor alle controlewaarden; de overschrijding toont een verschil tussen model en controle, zonder de oorzaak vast te stellen.

c 10 cycli ligt buiten het domein 0 tot en met 8.

Een andere sproeier wijkt bovendien af van de opgegeven omstandigheden.

Antwoord Nee: zowel het aantal cycli als de sproeier valt buiten de geldigheidsvoorwaarden.

13 Zelftest: vergelijken en wijzigen

a A heeft beginwaarde 180 meter en toename 24 meter per uur; B heeft beginwaarde 260 meter en toename 14 meter per uur.

Bij 6 uur: $R_A = 324$ meter en $R_B = 344$ meter. Verschil 20 meter.

Bij 10 uur: $R_A = 420$ meter en $R_B = 400$ meter. Verschil 20 meter.

Antwoord B heeft bij 6 uur 20 meter meer; A heeft bij 10 uur 20 meter meer. A begint lager maar neemt per uur sneller toe.

13 Zelftest: vergelijken en wijzigen (vervolg)

b $R_{A,nieuw} = (180 - 30) + (24 + 5)t = 150 + 29t$.

Het verschil met het oorspronkelijke model is $-30 + 5t$. Bij 6 uur is dat 0 meter; bij 10 uur is dat 20 meter.

Controle: $R_{A,nieuw}(6) = 324$ meter en $R_{A,nieuw}(10) = 440$ meter.

Antwoord Bij 6 uur blijft de voorspelling gelijk; bij 10 uur is de nieuwe voorspelling 20 meter hoger.

14 Zelftest: keuze en geldigheid

a $T_U(120) = 16 + 0{,}8 \times 120 = 112$ minuten.

$T_V(120) = 40 + 0{,}5 \times 120 = 100$ minuten. Het verschil is 12 minuten.

Antwoord V voldoet met een voorspelling van 100 minuten; U niet. V voorspelt 12 minuten minder dan U.

n (zakken)	Controletijd (min)
40	61
80	83
120	104

b Bij n = 40, 80 en 120 voorspelt V 60, 80 en 100 minuten.

De absolute afwijkingen zijn 1, 3 en 4 minuten. De waarde bij 120 zakken overschrijdt de toegestane 3 minuten.

200 zakken ligt buiten het domein van 20 tot en met 160. De gegevens onderbouwen die uitbreiding niet. Uit de afwijking volgt geen specifieke oorzaak.

Antwoord V voldoet niet aan de controleafspraak voor alle gegevens. De uitspraak over 200 zakken is niet onderbouwd.

Uitwerkingen · Herhaling

73 Doek voor een lichtinstallatie

t (s)	L (cm)
0	18
3	42
6	66
9	90

a Aanpak: vergelijk de lengteveranderingen bij gelijke tijdsintervallen; constante absolute verandering kenmerkt een lineair verband.

De tijd neemt telkens 3 s toe.

De lengte neemt telkens 24 cm toe: $42 - 18 = 24$, $66 - 42 = 24$ en $90 - 66 = 24$.

Per seconde is de verandering steeds $24 \div 3 = 8$ cm.

Antwoord De constante absolute toename is 8 cm per seconde; de tabel past bij een lineair verband.

b Aanpak: bepaal de verandering per seconde uit twee punten en reken daarna terug naar $t = 0$.

De helling is $(90 - 42) \div (9 - 3) = 48 \div 6 = 8$ cm per seconde.

Bij $t = 3$ is 24 cm bijgekomen. De beginwaarde is dus $42 - 8 \times 3 = 18$ cm.

Antwoord De helling is 8 cm per seconde en de beginwaarde is 18 cm.

73 Doek voor een lichtinstallatie (vervolg)

t (s)	L (cm)
0	18
3	42
6	66
9	90

c Aanpak: combineer beginwaarde en helling tot een formule; gebruik het domein voor de grafiek en substitutie voor de gevraagde waarde.

De formule is L = 18 + 8t. De 18 cm is de uitgerolde lengte bij t = 0; de 8 cm per seconde is de snelheid.

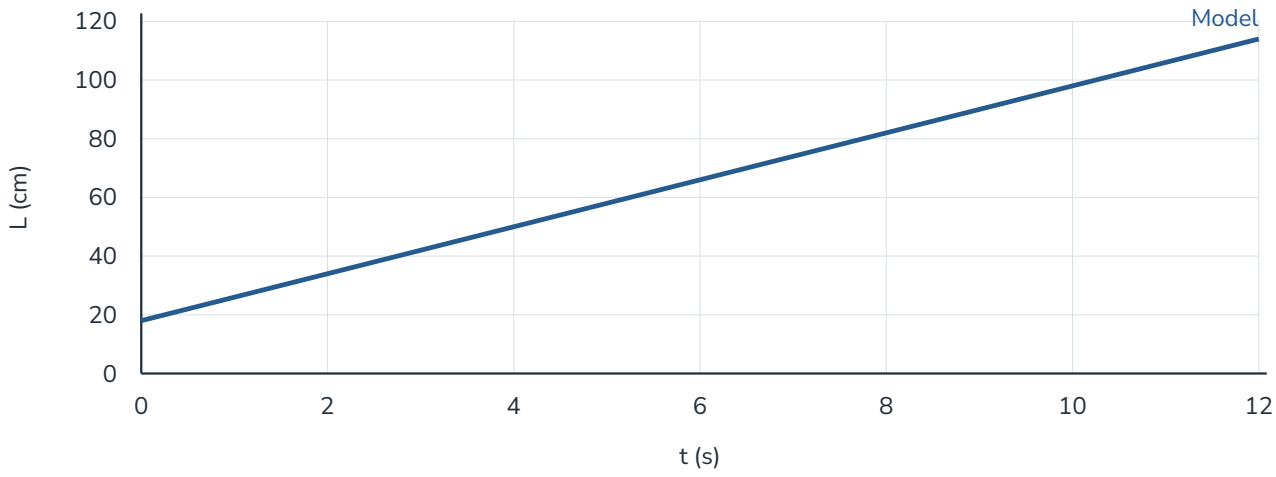
Voor de domeineindpunten geldt L(0) = 18 en L(12) = 18 + 8 × 12 = 114.

Teken het lijnstuk van (0, 18) naar (12, 114).

Bij t = 11 is L = 18 + 8 × 11 = 106 cm.

Antwoord Bij t = 11 is 106 cm doek uitgerold; de getekende grafiek geldt alleen voor 0 ≤ t ≤ 12.

Uitgerold doek



74 Water verplaatsen

a Aanpak: stel de gegeven hoeveelheid gelijk aan het model, los de vergelijking op en toets de gevonden tijd met substitutie.

Stel $210 - 14t = 42$.

Dan is $-14t = -168$ en $t = 12$.

Substitutie geeft $210 - 14 \times 12 = 42$. De tijd 12 ligt in het domein.

Antwoord Na 12 minuten bevat vat A 42 liter; substitutie bevestigt de uitkomst.

b Aanpak: het snijpunt heeft gelijke hoeveelheden; stel daarom de twee formules gelijk en bereken daarna de hoeveelheid.

Gelijkstellen geeft $210 - 14t = 90 + 9t$.

Dus $120 = 23t$ en $t = 120 \div 23 \approx 5{,}22$ minuten.

Gebruik de onafgeronde tijd: $A = 210 - 14 \times (120 \div 23) = 3150 \div 23 \approx 136{,}96$ liter.

Ook $B = 90 + 9 \times (120 \div 23) = 3150 \div 23$.

Antwoord Het snijpunt is ongeveer (5,22; 136,96): na 5,22 minuten bevatten beide vaten ongeveer 136,96 liter.

c Aanpak: vertaal “niet meer” als $\leq$, los de ongelijkheid op en pas daarna het gehele tijdsdomein toe.

Los $210 - 14t \leq 90 + 9t$ op.

Dit geeft $120 \leq 23t$, dus $t \geq 120 \div 23 \approx 5{,}217$.

Bij $t = 5$ geldt $A = 140$ en $B = 135$; bij $t = 6$ geldt $A = 126$ en $B = 144$.

Neem de gehele tijden binnen het domein.

Antwoord Bij $t = 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14$ en 15 bevat A niet meer water dan B.

75 Droogproef met textiel

t (uur)	M (kg)
2	1,84
6	1,36
10	0,88

a Aanpak: gebruik de twee omringende meetpunten en hun constante verandering; 7 uur ligt binnen het meetinterval.

Gebruik de punten bij 6 en 10 uur.

De verandering is $(0{,}88 - 1{,}36) \div (10 - 6) = -0{,}12$ kg per uur.

Van 6 naar 7 uur gaat 0,12 kg verloren: $M = 1{,}36 - 0{,}12 \times 1 = 1{,}24$ kg.

Antwoord Na 7 uur is de geïnterpoleerde massa 1,24 kg.

b Aanpak: verleng de verandering uit de metingen voorbij 10 uur en houd de voorspelling buiten het meetinterval apart van een meting.

Het model verliest 0,12 kg per uur.

Van 10 naar 12 uur liggen 2 uur buiten het gemeten interval.

$M = 0{,}88 - 0{,}12 \times 2 = 0{,}64$ kg.

Antwoord De voorspelling is 0,64 kg na 12 uur; dit is extrapolatie.

c Aanpak: toets een verre voorspelling zowel aan de afstand tot de gegevens als aan een noodzakelijke contextgrens.

De voorspelling bij 30 uur is $0{,}88 - 0{,}12 \times 20 = -1{,}52$ kg.

Een massa kan niet negatief zijn. Het verlies kan dus niet onbeperkt constant doorgaan.

7 uur ligt tussen metingen; 12 uur ligt 2 uur buiten het interval en 30 uur ligt 20 uur erbuiten.

Ook bij 12 uur is de constante afname buiten het gemeten interval nog niet gecontroleerd.

Antwoord De voorspelling voor 30 uur is onbruikbaar. Die bij 7 uur is het best ondersteund; die bij 12 uur is een voorlopige extrapolatie.

Alternatief: Een onderbouwd antwoord dat de droogstofmassa als ondergrens noemt is ook goed; die massa is hier niet gemeten.

76 Snijtijd in een panelenatelier

a Aanpak: vergelijk vaste tijd en tijd per paneel afzonderlijk en bereken daarna beide tijden bij dezelfde partijgrootte.

A heeft 18 minuten vaste omsteltijd en 1,6 minuut per paneel; B heeft 38 minuten vaste omsteltijd en 1,1 minuut per paneel.

A heeft 20 minuten minder vaste tijd, maar 0,5 minuut meer tijd per paneel.

Bij n = 50 is A = 98 en B = 93.

Antwoord Bij 50 panelen is B 5 minuten sneller; A heeft de lagere beginwaarde en B de lagere helling.

b Aanpak: vergelijk de totale tijd voor het werkelijke partijprofiel, omdat alle twaalf partijen op één station worden gemaakt.

Voor een partij van 20 panelen: A = 50 en B = 60 minuten.

Voor een partij van 70 panelen: A = 130 en B = 115 minuten.

Voor alle partijen: A = 10 × 50 + 2 × 130 = 760 minuten.

B = 10 × 60 + 2 × 115 = 830 minuten.

Antwoord Kies station A: het totale werk duurt 760 minuten, 70 minuten minder dan op B.

c Aanpak: pas de vaste tijd eenmaal per partij aan en toets daarna een modelvoorspelling aan de afgesproken meetmarge.

Elke partij duurt 10 minuten langer, dus de totale tijd stijgt met 12 × 10 = 120 minuten.

Het totaal wordt 760 + 120 = 880 minuten. De gewijzigde formule is A = 28 + 1,6n.

Bij n = 70 voorspelt dit model 28 + 1,6 × 70 = 140 minuten.

De afwijking is 160 − 140 = 20 minuten; dat is groter dan de toegestane 5 minuten.

Antwoord De voorspelde totale tijd is 880 minuten. De proefmeting ondersteunt dit nieuwe model niet binnen de afgesproken marge.

Uitwerkingen · Herstel

81 Een meetkaart herstellen

x (cm)	z (mm)
0	26
2	23
6	17
10	11

a Aanpak: de x-intervallen verschillen; vergelijk daarom de verandering per centimeter in plaats van de losse dalingen.

Van 0 naar 2 cm: (23 − 26) ÷ (2 − 0) = −1,5 mm per cm.

Van 2 naar 6 cm: (17 − 23) ÷ (6 − 2) = −1,5 mm per cm.

Van 6 naar 10 cm: (11 − 17) ÷ (10 − 6) = −1,5 mm per cm.

De intervallen in x zijn niet even groot. Vergelijk daarom de verandering bij eenzelfde toename van x.

Antwoord De uitspraak is onjuist: de correctie daalt steeds 1,5 mm per centimeter en het verband is lineair.

b Aanpak: koppel de waarde bij x = 0 aan de vaste term en de verandering per centimeter aan de coëfficiënt van x.

Bij x = 0 is z = 26 mm, dus 26 is de beginwaarde.

De verandering per centimeter is −1,5 mm per cm, dus −1,5 is de helling.

De correcte formule is z = 26 − 1,5x.

Controle bij x = 6: 26 − 1,5 × 6 = 17 mm, zoals in de tabel.

Antwoord De formule is z = 26 − 1,5x: 26 mm is de begincorrectie en per centimeter verschuiven daalt de correctie 1,5 mm.

81 Een meetkaart herstellen (vervolg)

x (cm)	z (mm)
0	26
2	23
6	17
10	11

c Aanpak: gebruik substitutie voor de waarde en teken de lijn alleen tussen de twee gegeven domeingrenzen.

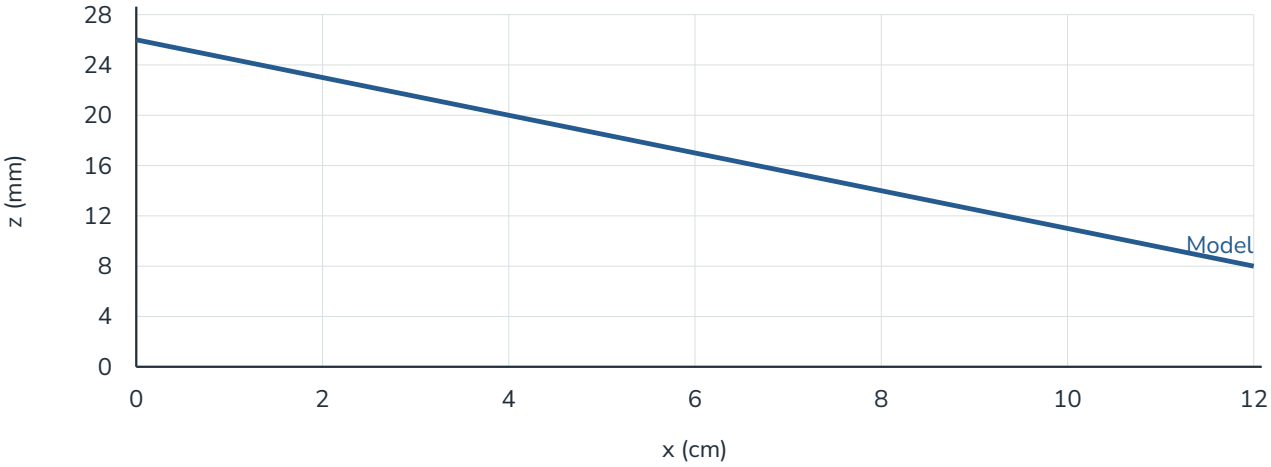
Bij $x = 8$ geldt $z = 26 - 1{,}5 \times 8 = 14$ mm.

De domeineindpunten zijn (0, 26) en (12, 8), want $26 - 1{,}5 \times 12 = 8$.

Teken het lijnstuk tussen die punten en controleer dat (8, 14) erop ligt.

Antwoord Bij $x = 8$ is de correctie 14 mm. Het lijnstuk loopt van (0, 26) tot (12, 8).

Scherptecorrectie



82 De grens is niet hetzelfde als goedkoop

a Aanpak: controleer of de eerste algebraïsche bewerking aan beide kanten hetzelfde doet, herstel haar en substitueer de oplossing.

Om de 72 links te verwijderen moet aan beide kanten 72 worden afgetrokken, niet opgeteld.

Dus $4{,}8n = 240 - 72 = 168$ en $n = 168 \div 4{,}8 = 35$.

Controle: $72 + 4{,}8 \times 35 = 72 + 168 = 240$.

35 is geheel en ligt binnen 0 tot en met 60.

Antwoord De eerste fout is $4{,}8n = 312$. De correcte oplossing is 35 werkplekken; substitutie geeft precies € 240.

b Aanpak: bepaal waar de twee kosten gelijk zijn en bereken vervolgens de bijbehorende gezamenlijke prijs.

Stel $72 + 4{,}8n = 180 + 2{,}4n$.

Dan is $2{,}4n = 108$, dus $n = 45$.

De kosten zijn $72 + 4{,}8 \times 45 = 288$ euro.

Ook $180 + 2{,}4 \times 45 = 288$ euro.

Antwoord Het snijpunt is (45, 288): bij 45 werkplekken kosten beide pakketten € 288.

c Aanpak: strikt goedkoper vereist een strikte ongelijkheid; houd gelijkheidsgeval en gehele aantallen uit elkaar.

Goedkoper betekent $B < A$, dus $180 + 2{,}4n < 72 + 4{,}8n$.

Hieruit volgt $108 < 2{,}4n$ en $n > 45$.

Bij $n = 45$ zijn de kosten gelijk.

Met gehele n binnen het domein blijft $n = 46$ tot en met 60 over.

Antwoord B is goedkoper bij 46 tot en met 60 werkplekken; bij 45 werkplekken zijn beide pakketten even duur.

83 Een koeladvies verbeteren

a Aanpak: bepaal de verandering uit de twee metingen en gebruik de ligging binnen of buiten hun interval om de voorspellingen te benoemen en te wegen.

De verandering is (14 − 18) ÷ (10 − 5) = −0,8 °C per minuut.

Bij 7 minuten is de temperatuur 18 − 0,8 × 2 = 16,4 °C; dit is interpolatie.

Bij 15 minuten is de temperatuur 14 − 0,8 × 5 = 10,0 °C; dit is extrapolatie.

7 ligt tussen de metingen; 15 ligt 5 minuten buiten het gemeten interval. Constante afkoeling tot 15 minuten is nog niet gemeten.

Antwoord De voorspellingen zijn 16,4 °C bij 7 minuten en 10,0 °C bij 15 minuten. De interpolatie bij 7 minuten wordt beter ondersteund.

b Aanpak: vergelijk eerst de parameters en bepaal voor beide koelkasten wanneer de vereiste temperatuur wordt bereikt.

Beide starten bij 22 °C. P koelt 0,8 °C per minuut af en Q 0,6 °C per minuut.

P bereikt 10 °C bij 22 − 0,8t = 10, dus t = 15 minuten.

Q bereikt 10 °C bij 22 − 0,6t = 10, dus t = 20 minuten.

Beide berekende tijden liggen in de bijbehorende modeldomeinen.

Antwoord Kies P: die bereikt 10 °C na 15,0 minuten. Q heeft 20,0 minuten nodig en haalt de termijn niet.

c Aanpak: wijzig alleen de beginwaarde, toets de vereiste tijd en vergelijk daarna voorspellingen met meetmarge en thermostaatgrens.

Het nieuwe model is P = 24 − 0,8t. Voor 10 °C geldt 0,8t = 14, dus t = 17,5 minuten.

Het duurt 2,5 minuten langer dan eerst; de termijn van 16 minuten wordt niet gehaald.

Bij t = 10 voorspelt het model 16,0 °C, met afwijking 0,2 °C. Bij t = 20 voorspelt het 8,0 °C, met afwijking 0,1 °C. Beide passen binnen de meetmarge.

De thermostaatgrens geeft 24 − 0,8t ≥ 8, dus t ≤ 20. Samen met t ≥ 0 is het nieuwe modeldomein 0 ≤ t ≤ 20 minuten.

Bij t = 25 zou de formule 4,0 °C geven. Dat strijdt met de thermostaatgrens, ook al passen de eerdere metingen.

Antwoord De partij bereikt 10 °C na 17,5 minuten. De twee metingen passen bij het gewijzigde model tot 20 minuten, maar bij 25 minuten is een lineaire voortzetting ongeldig.

Uitwerkingen · Nieuwe controle

84 Een meetframe opnieuw controleren

x (cm)	F (N)
0	38
2	43
4	48

a Aanpak: onderzoek of bij gelijke toenamen van x steeds dezelfde absolute toename van F hoort.

Bij iedere toename van 2 cm stijgt de kracht 5 N: $43 - 38 = 5$ en $48 - 43 = 5$.

De absolute verandering per centimeter is constant: $5 \div 2 = 2{,}5$ N per cm.

Antwoord De tabel past bij een lineair verband met 2,5 N toename per centimeter.

b Aanpak: bereken de verhouding van de coördinaatverschillen en reken vanuit een punt terug naar $x = 0$.

De helling is $(62{,}5 - 47{,}5) \div (9 - 3) = 15 \div 6 = 2{,}5$ N per cm.

De beginwaarde is $47{,}5 - 2{,}5 \times 3 = 40$ N.

Antwoord De helling is 2,5 N per centimeter en de beginwaarde is 40 N.

c Aanpak: zet de waarde bij $x = 0$ en de verandering per centimeter op hun eigen plaats in een lineaire formule.

De vaste term is de kracht bij $x = 0$: 35 N.

De coëfficiënt van x is 3 N per cm.

Daarom is $F = 35 + 3x$.

Antwoord $F = 35 + 3x$; 35 N is de beginkracht en 3 N per centimeter is de helling.

84 Een meetframe opnieuw controleren (vervolg)

d Aanpak: bepaal de domeineindpunten voor de grafiek en substitueer de gevraagde verplaatsing voor de kracht.

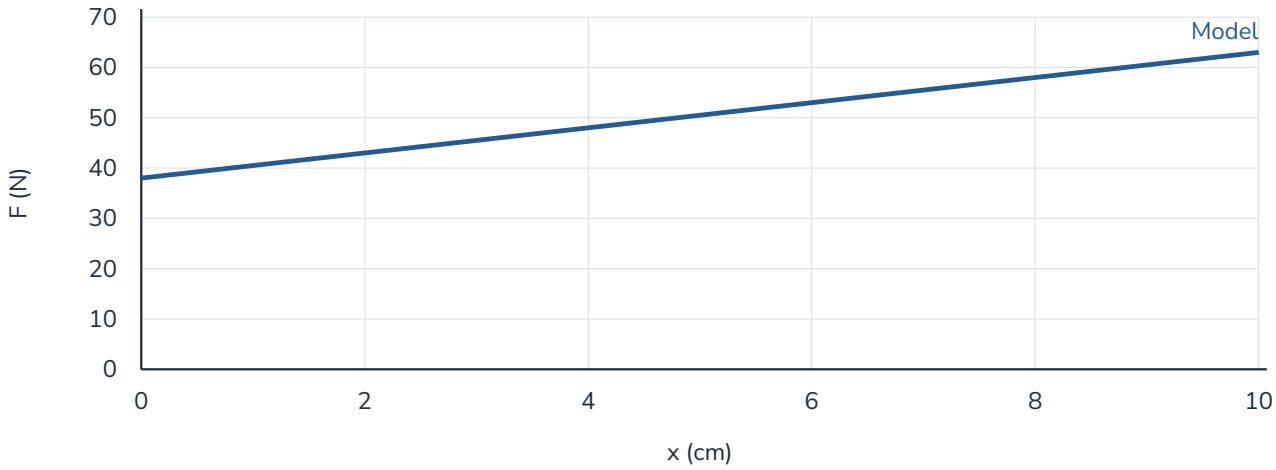
F(0) = 38 N en F(10) = 63 N.

Teken het lijnstuk van (0, 38) naar (10, 63).

F(8) = 38 + 2,5 × 8 = 58 N.

Antwoord De grafiek is het getekende lijnstuk; bij x = 8 is de kracht 58 N.

Krachtmeting



e Aanpak: gebruik de constante verandering tussen de twee omringende kalibratiemetingen.

De helling tussen de twee metingen is (84 − 72) ÷ (20 − 12) = 1,5 N per cm.

17 ligt 5 cm na 12 en tussen de metingen.

F(17) = 72 + 1,5 × 5 = 79,5 N.

Antwoord De geïnterpoleerde kracht bij x = 17 is 79,5 N.

f Aanpak: verleng het model buiten het gegevensinterval en beoordeel daarna zowel de gegevensafstand als de veilige gebruiksgrens.

De helling is 1,5 N per cm.

F(24) = 84 + 1,5 × (24 − 20) = 90 N; dit is extrapolatie.

24 ligt 4 cm buiten het gemeten interval en buiten de veilige grens van 22 cm.

17 ligt binnen het gegevensinterval; bij 24 is constant gedrag niet gecontroleerd en mag het frame niet worden gebruikt.

Antwoord Het model voorspelt 90 N, maar deze voorspelling is niet bruikbaar als veilige gebruikswaarde. De interpolatie bij 17 cm is beter door de gegevens onderbouwd.

85 Twee mobiele meetkarren

a Aanpak: vertaal de exacte prijs naar een vergelijking en toets de oplossing aan het gehele domein.

Stel 64 + 3,2n = 224.

Dan is 3,2n = 160 en n = 50.

50 is geheel en ligt binnen 0 tot en met 90.

Antwoord Bij 50 meetrondes kost A precies € 224,00.

b Aanpak: op het snijpunt zijn de kosten gelijk; los de vergelijking op en bereken de gezamenlijke prijs.

64 + 3,2n = 154 + 1,7n geeft 1,5n = 90.

Dus n = 60 en de kosten zijn 64 + 3,2 × 60 = 256 euro.

B geeft eveneens 154 + 1,7 × 60 = 256 euro.

Antwoord Het snijpunt is (60, 256): bij 60 meetrondes kosten beide karren € 256,00.

c Aanpak: schrijf een strikte kostenongelijkheid en beperk de oplossing tot de toegestane gehele aantallen.

Los 64 + 3,2n < 154 + 1,7n op.

Dan is 1,5n < 90 en n < 60.

Combineer dit met het gehele domein 0 ≤ n ≤ 90.

Antwoord A is goedkoper bij n = 0 tot en met 59; bij n = 60 zijn de kosten gelijk.

d Aanpak: vul het beweerde aantal rondes in de kostenformule in en vergelijk die uitkomst met het exacte budget.

Substitueer n = 33 in B = 154 + 1,7n.

B(33) = 154 + 56,1 = 210,1 euro.

€ 210,10 is € 0,10 meer dan het budget; er geldt geen budgetmarge.

Antwoord De bewering is onjuist: 33 meetrondes kosten € 210,10 en overschrijden het budget.

e Aanpak: vergelijk de parameters en de twee kosten bij het werkelijke gebruik van 75 rondes.

A heeft € 64 vaste kosten en € 3,20 per ronde; B heeft € 154 vaste kosten en € 1,70 per ronde.

A start € 90 lager, maar stijgt € 1,50 meer per ronde.

A(75) = 64 + 240 = 304 euro; B(75) = 154 + 127,5 = 281,5 euro.

Antwoord Kies B bij 75 meetrondes: € 281,50 tegenover € 304,00 bij A, een besparing van € 22,50.

85 Twee mobiele meetkarren (vervolg)

f Aanpak: pas alleen de helling aan; het effect is de hellingstoename maal het aantal rondes.

De beginwaarde blijft € 154; de helling neemt € 0,30 per ronde toe.

De prijsstijging bij 75 rondes is 75 × 0,30 = 22,50 euro.

Nieuw B(75) = 154 + 2 × 75 = 304 euro, gelijk aan A(75).

Antwoord B wordt € 22,50 duurder en kost nu € 304,00; bij 75 rondes zijn beide karren even duur.

g Aanpak: vergelijk elke meetwaarde met de modelwaarde en controleer het domein afzonderlijk van de meetmarge.

B(20) = 188 euro; de absolute afwijking is € 0,20 en past binnen de marge.

B(80) = 290 euro; de absolute afwijking is € 4,40 en is groter dan de marge.

De twee metingen ondersteunen het model dus niet allebei.

n = 100 ligt buiten het gegeven domein 0 tot en met 90; de formule mag daar niet als geldig tarief worden gebruikt.

Antwoord Het oorspronkelijke B-model voldoet bij n = 80 niet aan de meetmarge. Een voorspelling bij n = 100 valt bovendien buiten het modeldomein.

Uitwerkingen · Test jezelf

77 Vier proefopstellingen

t (s)	s (cm)
0	3,2
4	6,4
8	9,6
12	12,8

a Aanpak: vergelijk de absolute afstandstoenamen bij de gelijke tijdstoenamen.

De tijd neemt telkens 4 s toe.

De afstand neemt telkens 3,2 cm toe: 6,4 − 3,2 = 3,2; 9,6 − 6,4 = 3,2; 12,8 − 9,6 = 3,2.

De absolute verandering is dus 3,2 cm per 4 s, oftewel 0,8 cm per seconde.

Antwoord De tabel past bij een lineair verband met constante absolute toename 0,8 cm per seconde.

b Aanpak: bepaal liters per minuut uit de twee punten en reken daarna terug naar de hoeveelheid bij t = 0.

De helling is (26 − 11) ÷ (7 − 2) = 15 ÷ 5 = 3 liter per minuut.

De beginwaarde is 11 − 3 × 2 = 5 liter.

Antwoord De helling is 3 liter per minuut en de beginwaarde is 5 liter.

c Aanpak: combineer de beginmassa en de massatoename per meter en geef beide parameters hun eigen eenheid.

De massa bij x = 0 is 0,35 kg.

De massa stijgt 0,08 kg per meter, dus de coëfficiënt van x is 0,08.

De formule is M = 0,35 + 0,08x.

Antwoord M = 0,35 + 0,08x; 0,35 kg is de beginmassa en 0,08 kg per meter is de toename.

77 Vier proefopstellingen (vervolg)

d Aanpak: bereken de twee domeineindpunten om het lijnstuk te tekenen en gebruik substitutie voor t = 9.

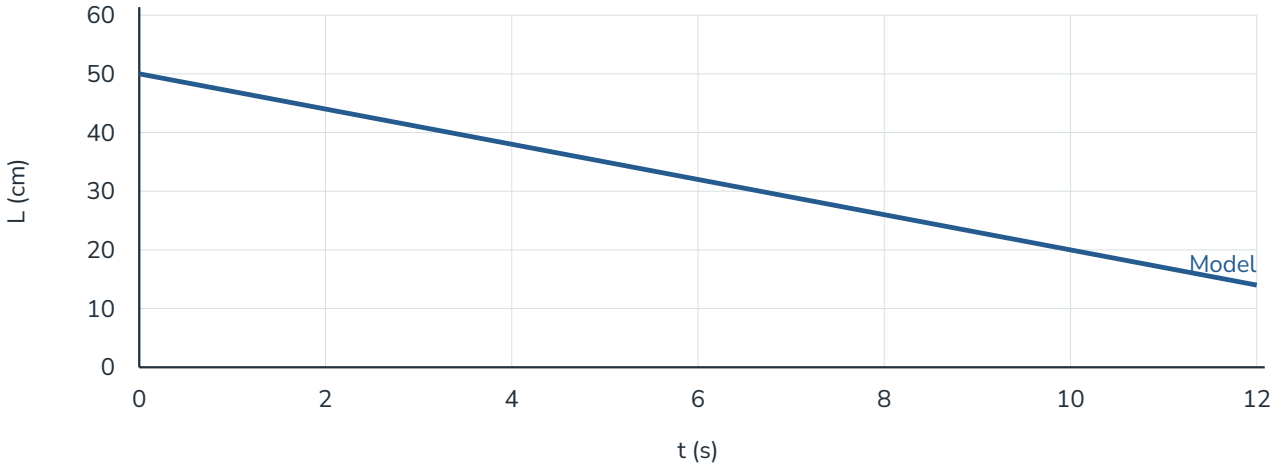
De domeineindpunten zijn (0, 50) en (12, 14), want 50 − 3 × 12 = 14.

Teken het lijnstuk tussen die twee punten.

L(9) = 50 − 3 × 9 = 23 cm.

Antwoord De grafiek loopt van (0, 50) tot (12, 14); na 9 seconden is de band 23 cm lang.

Band in een proefopstelling



78 Oplossingen in vier situaties

a Aanpak: combineer beginhoeveelheid en constante toevoer, stel de doelhoeveelheid gelijk aan het model en los op.

De hoeveelheid na t minuten is 35 + 1,6t liter.

Voor 83 liter geldt 35 + 1,6t = 83.

Dan is 1,6t = 48 en t = 30.

30 ligt binnen 0 tot en met 40.

Antwoord Na 30 minuten zit er 83 liter in het reservoir.

b Aanpak: stel de tijden gelijk voor het snijpunt en bereken vervolgens de gemeenschappelijke bewerkingstijd.

Gelijkstellen geeft 48 + 2,4n = 108 + 0,9n.

Dus 1,5n = 60 en n = 40.

De tijd is 48 + 2,4 × 40 = 144 minuten; B geeft ook 144.

Antwoord Het snijpunt is (40, 144): bij 40 werkstukken duren beide bewerkingen 144 minuten.

78 Oplossingen in vier situaties (vervolg)

c Aanpak: maximaal budget betekent ≤; los eerst algebraïsch op en kies daarna de toegestane gehele aantallen.

Met n deelnemers geldt $46 + 3{,}5n \le 100$.

Dan is $3{,}5n \le 54$ en $n \le 54 \div 3{,}5 = 108 \div 7 \approx 15{,}4286$.

Combineer met gehele n en $1 \le n \le 30$.

Bij 15 deelnemers kost het € 98,50; bij 16 deelnemers € 102,00.

Antwoord Alle gehele aantallen van 1 tot en met 15 deelnemers zijn toegestaan.

d Aanpak: toets de voorgestelde oplossing door haar rechtstreeks in de linkerkant van de vergelijking te substitueren.

Vul $t = 6{,}5$ in de linkerkant in: $39 - 4 \times 6{,}5 = 39 - 26 = 13$.

De rechterkant is 11 en $13 \neq 11$.

Dat $t = 6{,}5$ binnen het domein ligt, maakt de vergelijking nog niet waar.

Antwoord $t = 6{,}5$ is geen oplossing, want de substitutie geeft 13 in plaats van 11.

79 Temperatuur voorspellen

a Aanpak: gebruik de verandering tussen de twee omringende metingen en overbrug de tijd vanaf de eerste meting.

De verandering per minuut is $(12{,}0 - 18{,}4) \div (14 - 6) = -6{,}4 \div 8 = -0{,}8$ °C per minuut.

9 ligt 3 minuten na 6 en tussen de gegeven tijden.

$\theta(9) = 18{,}4 - 0{,}8 \times 3 = 16{,}0$ °C.

Antwoord De geïnterpoleerde temperatuur na 9 minuten is 16,0 °C.

b Aanpak: verleng de verandering uit de twee metingen tot de gevraagde tijd buiten het meetinterval.

De helling is $(22{,}0 - 26{,}0) \div (5 - 0) = -0{,}8$ °C per minuut.

Het model is $\theta = 26{,}0 - 0{,}8t$.

$\theta(17) = 26{,}0 - 0{,}8 \times 17 = 12{,}4$ °C.

17 ligt buiten het gegevensinterval 0 tot en met 5, maar binnen de bedrijfsgrens van 18 minuten.

Antwoord De voorlopige extrapolatie geeft 12,4 °C na 17 minuten; de constante afkoeling tot dan is niet gemeten.

79 Temperatuur voorspellen (vervolg)

c Aanpak: beoordeel de extrapolatieafstand en toets of het constante veranderingsmodel bij de fysieke ondergrens past.

Bij t = 6 voorspelt het model 21,2 °C. Dit ligt 1 minuut buiten het gegevensinterval en boven de omgevingstemperatuur.

Deze korte extrapolatie is aannemelijker, maar constant afkoelen na 5 minuten is nog niet gecontroleerd.

Bij t = 30 voorspelt het model 2,0 °C. Dit ligt 25 minuten buiten het interval en onder de omgevingstemperatuur.

Passieve afkoeling kan in deze context niet tot 2,0 °C leiden; de daling kan niet onbeperkt constant blijven.

Antwoord De voorspelling bij 6 minuten is voorlopig aannemelijk; die bij 30 minuten is in deze context ongeldig.

Alternatief: Een onderbouwd oordeel dat beide extrapolaties onzeker noemt is goed, mits het verschil in afstand tot de data en de onmogelijke 2,0 °C bij 30 minuten wordt genoemd.

80 Modellen van partijbewerkingen

a Aanpak: vergelijk vaste kosten en kosten per onderdeel apart en bereken daarna beide modellen bij hetzelfde aantal.

A heeft € 28 beginwaarde en € 1,40 per onderdeel; B heeft € 46 beginwaarde en € 0,80 per onderdeel.

A heeft € 18 lagere beginwaarde, maar € 0,60 grotere helling.

Bij n = 20: A = 28 + 28 = 56 en B = 46 + 16 = 62.

Antwoord Bij 20 onderdelen kost A € 56,00 en B € 62,00; A is € 6,00 goedkoper.

b Aanpak: gebruik het gegeven partijprofiel, bereken beide kosten en kies de kleinste uitkomst.

C(50) = 12 + 2,2 × 50 = 122 euro.

D(50) = 36 + 1,6 × 50 = 116 euro.

Het verschil is 122 − 116 = 6 euro.

Antwoord Kies D: € 116,00 tegenover € 122,00 bij C, dus € 6,00 goedkoper.

80 Modellen van partijbewerkingen (vervolg)

c Aanpak: wijzig alleen de vaste term; bepaal het gevolg bij het gevraagde aantal zonder de helling te veranderen.

De beginwaarde wordt 30 + 8 = 38; de helling blijft 1,1.

De nieuwe formule is E = 38 + 1,1n.

Bij n = 40 was E = 30 + 44 = 74 en wordt E = 38 + 44 = 82.

Antwoord De nieuwe formule is E = 38 + 1,1n. Bij 40 onderdelen stijgen de kosten met € 8,00, van € 74,00 naar € 82,00.

d Aanpak: toets modelwaarden aan de meetmarge en controleer daarnaast of de gevraagde invoer binnen het domein valt.

F(20) = 28 euro; de afwijking € 0,20 ligt binnen de marge.

F(50) = 43 euro; de afwijking € 0,90 is groter dan de marge.

Het model voldoet dus niet bij alle gegeven metingen.

n = 100 ligt buiten het gegeven domein; F(100) = 68 euro is alleen een formele uitkomst en geen geldige modelvoorspelling voor deze context.

Antwoord Het model wordt bij n = 50 niet ondersteund binnen de meetmarge. De voorspelling voor n = 100 valt buiten het domein.