Uitwerkingen · Wat weet je nog?

1 Verschil en verhouding

a $50-40=10; 62{,}5-50=12{,}5$.

Antwoord 10 en 12,5.

b $\frac{50}{40}=1{,}25; \frac{62{,}5}{50}=1{,}25$.

Antwoord Beide 1,25.

2 Procenten ophalen

a $0{,}15\times240=36$.

Antwoord 36 onderdelen.

b $240-36=204$.

Antwoord 204 onderdelen.

3 Een macht en een wortel

a $1{,}2\times1{,}2\times1{,}2=1{,}728$.

Antwoord 1,728.

b $\sqrt{1{,}44}=1{,}2$.

Antwoord 1,2.

4 Het nulpunt van de tijd

a $2027-2024=3; 2022-2024=-2$.

Antwoord $t=3$ en $t=-2$.

b De modelhoeveelheid in het gekozen startjaar.

Antwoord De hoeveelheid in 2024.

5 Halveren en verdubbelen

a $\frac{72}{2^3}=9$.

Antwoord 9 gram.

5 Halveren en verdubbelen (vervolg)

b $2^3=8$.

Antwoord Factor 8.

6 Perioden tellen

a $\frac{15}{6}=2{,}5$.

Antwoord 2,5 perioden.

b $2^{2{,}5}\approx 5{,}65685$.

Antwoord Ongeveer 5,657.

7 Een schaal lezen

a De gelijke afstanden hebben gelijke verschillen van 10.

Antwoord Ja.

b $\frac{(20+30)}{2}=25$.

Antwoord 25.

8 Een voorspelling controleren

a $90-80=10$.

Antwoord 10 eenheden.

b $\frac{10}{80}\times 100=12{,}5$.

Antwoord 12,5%.

Uitwerkingen

Paragraaf 9.1 · opgaven 1–12

Verschillen of verhoudingen

1 Twee patronen

a A: steeds +8; B: steeds ×1,2.

Antwoord A past bij lineaire groei; B bij exponentiële groei.

b A:54+8=62. B:51,84×1,2=62,208.

Antwoord Dezelfde startwaarde betekent niet hetzelfde groeiproces.

2 Ongelijke meetafstanden

a $\frac{(110-90)}{2}=10$ en $\frac{(140-110)}{3}=10$.

Antwoord Ja, de verandering per uur is steeds 10 liter.

b De intervallen duren respectievelijk 2 en 3 uur.

Antwoord Vergelijk veranderingen per gelijke tijdseenheid.

3 Een model uit een tabel

t (uur)	0	1	2	3
Hoeveelheid (mg)	400	320	256	204.8

a Verschillen −80,−64,−51,2 zijn niet gelijk; verhoudingen zijn telkens 0,8.

Antwoord Exponentieel afnemend.

b 204,8×0,8=163,84. De hoeveelheid neemt af.

Antwoord Exponentieel betekent een vaste factor; die kan kleiner dan 1 zijn.

Een factor bevat de hele nieuwe hoeveelheid

4 Van percentage naar factor

a $1+0{,}07=1{,}07; 1-0{,}12=0{,}88$.

Antwoord De 1 staat voor 100% van de oude hoeveelheid.

b $(g-1)\times 100$: 2,5%; −3%; 0%.

Antwoord 2,5% groei, 3% afname en geen verandering.

5 Driemaal zo groot

a $\frac{54}{18}=3$; $(3-1)\times 100=200\%$.

Antwoord Factor 3 betekent een toename van 200%, niet van 300%.

b $\frac{18}{54}=\frac{1}{3}$; afname $=\frac{2}{3}\times 100\approx 66{,}7\%$.

Antwoord Ongeveer 66,7%; terugrekenen heeft een andere basis.

6 Een verkeerd minteken

a Er blijft $100-18=82\%$ over, dus $g=0{,}82$.

Antwoord −0,18 is de relatieve verandering; 0,82 is de vermenigvuldigingsfactor.

b $250\times 0{,}82=205$; $250-205=45=18\%$ van 250.

Antwoord Na de krimp blijft 205 over.

Meer perioden achter elkaar

7 Een sensorarchief

a $500 \times 1.08^3 = 629{,}856$.

Antwoord Ongeveer 629,9 MB.

b $(g^3-1)\times 100 = 25{,}971\%$; $3\times 8{,}0\% = 24{,}0\%$.

Antwoord De basis verandert per periode. Daarom mag je opeenvolgende percentages niet gewoon optellen.

c De verandering is telkens $(g-1)$ maal de hoeveelheid aan het begin van die periode.

Antwoord Nee; bij een andere beginhoeveelheid hoort een andere absolute verandering.

8 Vochtverlies

a $80 \times 0.85^4 = 41{,}760$.

Antwoord Ongeveer 41,8 gram.

b $(g^4-1)\times 100 = -47{,}799\%$; $4\times -15{,}0\% = -60{,}0\%$.

Antwoord De basis verandert per periode. Daarom mag je opeenvolgende percentages niet gewoon optellen.

c De verandering is telkens $(g-1)$ maal de hoeveelheid aan het begin van die periode.

Antwoord Nee; bij een andere beginhoeveelheid hoort een andere absolute verandering.

9 Twee prijswijzigingen

a $40\times 1{,}10\times 0{,}90 = 39{,}60$; factor 0,99.

Antwoord €39,60; in totaal 1% goedkoper.

b Factor terug $= \frac{1}{1{,}10} \approx 0{,}90909$; korting $\approx 9{,}0909\%$.

Antwoord Ongeveer 9,09%, geen 10%.

10 Constante groei voorspellen

a L: $200+2\times 30 = 260$. E: $200\times 1{,}12^2 = 250{,}88$.

Antwoord 260 tegenover ongeveer 251 leden.

b 24 is 12% van 200. In het derde jaar is de groei $0{,}12\times 250{,}88 \approx 30{,}11$.

Antwoord Nee; bij het exponentiële model neemt de absolute groei toe.

c Het aantal potentiële leden, de capaciteit of belangstelling is begrensd.

Antwoord Een vaste groei is een modelaanname, geen zekerheid.

11 Nieuwe meetreeks

a Alle verhoudingen zijn 0,8; verschillen zijn niet constant.

Antwoord Exponentieel.

b Dagelijks -20%. Over 3 dagen: $\frac{320}{625} - 1 = -0{,}488$.

Antwoord Dagelijks 20% afname; totaal 48,8% afname.

11 Nieuwe meetreeks (vervolg)

c $\frac{625}{0{,}8}=781{,}25$.

Antwoord 781,25 eenheden.

d De absolute afnamen zijn 125, 100 en 80 eenheden. Dezelfde factor 0,8 werkt steeds op een kleiner beginbedrag.

Antwoord Een vast percentage geeft hier geen vast absoluut verschil.

12 Een claim over groei

a $160\times1{,}25^2=250$; $\frac{(250-160)}{160}\times100=56{,}25\%$.

Antwoord 250 routes; de totale groei is 56,25%.

b $\frac{(250-160)}{2}=45$.

Antwoord 45 routes per jaar; de tussenwaarde zou dan 205 in plaats van 200 zijn.

Uitwerkingen

Paragraaf 9.2 · opgaven 1–16

Een groeiformule opstellen

1 Een formule met beginwaarde

a De beginwaarde is 360 en de factor is 0,94.

Antwoord $M(t)=360\times0{,}94^t$.

b $360\times0{,}94^6\approx248{,}353$.

Antwoord Ongeveer 248,4 gram.

2 Twee waarnemingen

a $g^3=\frac{250}{128}=1{,}953125$; $g=(\frac{250}{128})\text{^}(\frac{1}{3})=1{,}25$.

Antwoord De dagfactor is 1,25.

b Beginwaarde$=\frac{128}{1{,}25^2}=81{,}92$.

Antwoord $A(t)=81{,}92\times1{,}25^t$.

c $81{,}92\times1{,}25^2=128$ en $81{,}92\times1{,}25^5=250$.

Antwoord Beide waarden worden exact gereproduceerd.

3 Een nieuwe tijdschaal

a De factor over 6 dagen is $\frac{320}{180}=\frac{16}{9}$.

Antwoord $N(s)=180\times(\frac{16}{9})\text{^}(\frac{s}{6})$.

b $s=t-4$; $N(t)=180\times(\frac{16}{9})\text{^}(\frac{(t-4)}{6})$. $N(0)\approx122{,}656$.

Antwoord De factor per dag blijft gelijk; alleen de beginwaarde en tijdsvariabele veranderen.

Een factor omrekenen

4 Van jaar naar maand

a $g_{maand}^{12}=1{,}21$; $g_{maand}=1{,}21\text{^}(\frac{1}{12})\approx 1{,}016012$.

Antwoord De maandgroei is ongeveer 1,601%.

b De twaalf maandfactoren worden vermenigvuldigd; de basis groeit iedere maand mee.

Antwoord Delen van percentages negeert de samengestelde groei.

5 Van weken naar dagen

a $g=0{,}7\text{^}(\frac{1}{7})\approx 0{,}950323$.

Antwoord Ongeveer 4,97% afname per dag.

b 21 dagen=3 weken;$0{,}7^3=0{,}343$.

Antwoord Factor 0,343; 65,7% afname.

6 Een uur is zestig minuten

a Vier kwartieren:$1{,}06^4=1{,}26247696$.

Antwoord Factor 1,26248; ongeveer 26,25% groei.

b $g_{min}=1{,}06\text{^}(\frac{1}{15})\approx 1{,}003892$.

Antwoord Een factor over vijftien stappen is een product van vijftien factoren.

7 Twee jaarcijfers vergelijken

a A:$1{,}015^{12}\approx 1{,}195618$; B:1,19.

Antwoord A groeit 19,56% en dus iets meer dan B.

b $1{,}19\text{^}(\frac{1}{12})\approx 1{,}014602$.

Antwoord Ongeveer 1,460% per maand.

Het gekozen nulpunt

8 Vooruit en terug

a $M(5)=91{,}249$; $M(-2)=\frac{75}{1{,}04^2}=69{,}342$.

Antwoord Rond af op 0,1 gram: 91,2 en 69,3.

b Het is een terugwaartse modelvoorspelling. Er is geen meting gegeven.

Antwoord Alleen onder de aanname dat hetzelfde model ook vóór maandag geldt.

9 Een later startmoment

a t=s+3;800×0,9^(s+3)=583,2×0,9^s.

Antwoord $N(s)=583{,}2\times 0{,}9^s$.

b De beginwaarde wordt 583,2; de factor blijft 0,9.

Antwoord Een ander nulpunt verandert niet het procentuele groeitempo.

10 De beginhoeveelheid ontbreekt

a $B\times 0{,}94^8=200$; $B=\frac{200}{0{,}94^8}\approx 328{,}101$.

Antwoord Ongeveer 328,1 gram.

b Vermenigvuldig $\frac{200}{0{,}94^8}$ opnieuw met $0{,}94^8$.

Antwoord Dat geeft precies 200 gram.

11 Twee bestanden samen

a $100\times 1{,}05^t+300\times 1{,}05^t=400\times 1{,}05^t$.

Antwoord Samen is de omvang ook exponentieel met factor 1,05.

b S0=400; S1=105+306=411; S2=110,25+312,12=422,37. Factoren:1,0275 en 1,027664.

Antwoord Nee; de factor van de som is dan niet constant.

Wanneer wordt een grens bereikt?

12 Een grens in de tabel

a Los $120\times1{,}090^t=200$ numeriek op: $t\approx5{,}9276$. Rond voor het eerste gehele tijdstip omhoog.

Antwoord Vanaf $t\approx5{,}93$; het eerste gehele tijdstip is 6.

b $N(5)\approx184{,}635$ en $N(6)\approx201{,}252$.

Antwoord De twee uitkomsten liggen aan weerszijden van de grens.

13 Een opslaglimiet

a Los $500\times1{,}120^t=1000$ numeriek op: $t\approx6{,}1163$. Rond voor het eerste gehele tijdstip omhoog.

Antwoord Vanaf $t\approx6{,}12$; het eerste gehele tijdstip is 7.

b $N(6)\approx986{,}911$ en $N(7)\approx1105{,}341$.

Antwoord De twee uitkomsten liggen aan weerszijden van de grens.

14 Te vroeg afronden

a $N(6)\approx141{,}85$; $N(7)\approx150{,}36$.

Antwoord Voor het eerst op geheel tijdstip 7.

b De vraag gaat om een drempel. Je moet controleren welk gehele tijdstip werkelijk voldoet.

Antwoord Bij een eerste overschrijding met toenemend N rond je de grens naar boven af.

15 Nieuwe afname

a Los $900\times0{,}880^t=250$ numeriek op: $t\approx10{,}0203$. Rond voor het eerste gehele tijdstip omhoog.

Antwoord Vanaf $t\approx10{,}02$; het eerste gehele tijdstip is 11.

b $N(10)\approx250{,}651$ en $N(11)\approx220{,}573$.

Antwoord De twee uitkomsten liggen aan weerszijden van de grens.

16 Een model reconstrueren

a $g^3=\frac{165{,}888}{96}=1{,}728$; $g=1{,}2$; $B=\frac{96}{1{,}2}=80$.

Antwoord $N(t)=80\times1{,}2^t$;20% per maand.

16 Een model reconstrueren (vervolg)

b $g_{week}=1{,}2\text{^}(\frac{1}{4})\approx 1{,}046635$.

Antwoord Gebruik de gegeven modelafspraak van vier weken, niet een kalenderbenadering.

c $N(7)\approx 286{,}65$; $N(8)\approx 343{,}99$.

Antwoord Maand 8.

d De maandfactor is 1,2, dus $N(0)=\frac{96}{1{,}2}=80$.

Antwoord $t=0$ is één maand vóór de meting op $t=1$; de beginwaarde is 80.

Uitwerkingen

Paragraaf 9.3 · opgaven 1–14

Tijd voor een vaste factor

1 Tijd voor een verdubbeling

a Los $1{,}080^t=2$ op; $t\approx 9{,}00647$.

Antwoord Ongeveer 9,01 uur.

b Bij het delen van doelhoeveelheid door beginhoeveelheid valt de beginwaarde weg.

Antwoord Nee; bij een vast exponentieel model wordt de tijd bepaald door de factor.

2 Tijd voor een halvering

a Los $0{,}920^t=0.5$ op; $t\approx 8{,}31295$.

Antwoord Ongeveer 8,31 uur.

b Bij het delen van doelhoeveelheid door beginhoeveelheid valt de beginwaarde weg.

Antwoord Nee; bij een vast exponentieel model wordt de tijd bepaald door de factor.

3 Tijd voor een verdubbeling

a Los $1{,}035^t=2$ op; $t\approx 20{,}14879$.

Antwoord Ongeveer 20,15 uur.

b Bij het delen van doelhoeveelheid door beginhoeveelheid valt de beginwaarde weg.

Antwoord Nee; bij een vast exponentieel model wordt de tijd bepaald door de factor.

4 Een snelle vuistregel

a $1{,}2^t=2$ geeft $t\approx 3{,}8018$. Bij $t=5$ is de factor $1{,}2^5=2{,}48832$.

Antwoord Ongeveer 3,80 perioden; vijf is te lang.

b Zij behandelt procentuele groei alsof er steeds 20% van de oorspronkelijke hoeveelheid bijkomt.

Antwoord Bij exponentiële groei groeit de basis mee.

Een formule uit een vaste tijd

5 Van verdubbeling naar factor

a $g^9=2$; g=2^($\frac{1}{9}$)≈1,080060.

Antwoord Dagelijks ongeveer 8,01% groei.

b Na t dagen zijn $\frac{t}{9}$ verdubbelingsperioden verstreken.

Antwoord $N(t)=45\times2^{(\frac{t}{9})}$.

6 Een halveringstijd kiezen

a $C(t)=160\times0,5^{(\frac{t}{4,5})}$; $g=0,5^{(\frac{1}{4,5})}\approx0,857244$.

Antwoord Gebruik bij berekeningen de ongeronde factor.

b $\frac{9}{4,5}=2$ halveringen;$160\times0,5^2=40$.

Antwoord 40 $\frac{mg}{l}$.

7 Een ontbrekende startwaarde

a 24 dagen zijn 3 halveringen;$18\times2^3=144$.

Antwoord $M(t)=144\times0,5^{(\frac{t}{8})}$.

b $144\times0,5^3=18$.

Antwoord De gegeven 18 gram volgt terug.

8 Een strengere eis

a Een kwart is twee halveringen;$\frac{12}{2}=6$.

Antwoord Hoogstens 6 uur.

b $g^{12}\leq0,25$; $g\leq0,25^{(\frac{1}{12})}=0,5^{(\frac{1}{6})}\approx0,890899$.

Antwoord De uurfactor moet hoogstens ongeveer 0,890899 zijn.

Ook tussen de vaste tijdstippen

9 Een deel van een periode

a $90\times2\text{^}(\frac{15}{10})=90\times2^{1},5\approx254,558$.

Antwoord Ongeveer 254,6 eenheden.

b Anderhalve verdubbelingsperiode vraagt factor $2^{1},5$, niet factor 1+1,5.

Antwoord Een exponentieel model groeit niet met een vast bedrag per uur.

10 Een kwart en een achtste

a 16 is $\frac{1}{4}$ van 64: twee halveringen=6 uur. 8 is $\frac{1}{8}$: drie halveringen=9 uur.

Antwoord Na 6 en 9 uur.

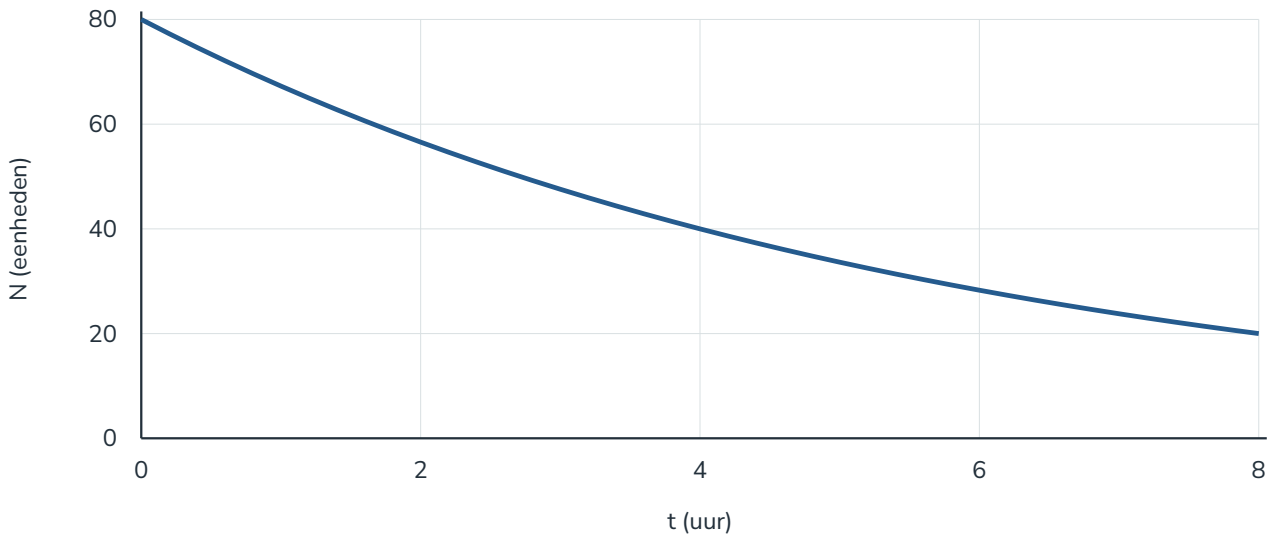
b $64\times0,5\text{^}(\frac{4}{3})\approx25,3984$.

Antwoord Ongeveer 25,4 $\frac{\text{mg}}{\text{l}}$.

11 Een grafiek met halveringen

a Waarden:80;56,57;40;28,28;20.

Antwoord Teken een vloeiende afnemende kromme door de punten.



11 Een grafiek met halveringen (vervolg)

b Dezelfde procentuele afname werkt op een kleinere hoeveelheid.

Antwoord De absolute afname per uur wordt kleiner.

12 Twee groeiprocessen

a $A=50\times2^{3}=400$; $B=120\times2^{1},5\approx339,41$.

Antwoord Proces A.

b $50\times2\text{^}(\frac{t}{6})=120\times2\text{^}(\frac{t}{12})$; $2\text{^}(\frac{t}{12})=2,4$; numeriek $t\approx15,1564$.

Antwoord Na ongeveer 15,16 uur.

c De processen hebben verschillende groeitempo's.

Antwoord Een kleinere start kan door snellere groei later worden ingehaald.

13 Nieuwe halvering

a $0,96^{t}=0,5$ geeft $t\approx16,97975$.

Antwoord Ongeveer 16,98 uur.

b $300\times0,5^{1},5\approx106,066$.

Antwoord Ongeveer 106,1 gram.

14 Een grens met verdubbelingen

a $N(t)=75\times2\text{^}(\frac{t}{5})$; $g=2\text{^}(\frac{1}{5})\approx1,148698$.

Antwoord Ongeveer 14,87% groei per dag.

b $75\times2\text{^}(\frac{t}{5})=500$ geeft $t\approx13,6848$. $N(13)\approx454,715$; $N(14)\approx522,330$.

Antwoord Na ongeveer 13,68 dagen; eerste hele dag 14.

Uitwerkingen

Paragraaf 9.4 · opgaven 1–16

Een logaritmische as

1 Gelijke afstanden, gelijke factoren

a $\frac{100}{10}=10$; over twee afstanden $10^2=100$.

Antwoord Factor 10 en factor 100.

b De factor is $\sqrt{10}$; $100\sqrt{10}\approx316{,}228$.

Antwoord Ongeveer 316,2; niet 550.

c Halverwege de lijnen 100 en 1000.

Antwoord De positie hoort bij het meetkundig gemiddelde.

2 Een derde van een afstand

a $100\times10\text{^}(\frac{1}{3})\approx215{,}443$.

Antwoord Ongeveer 215,4.

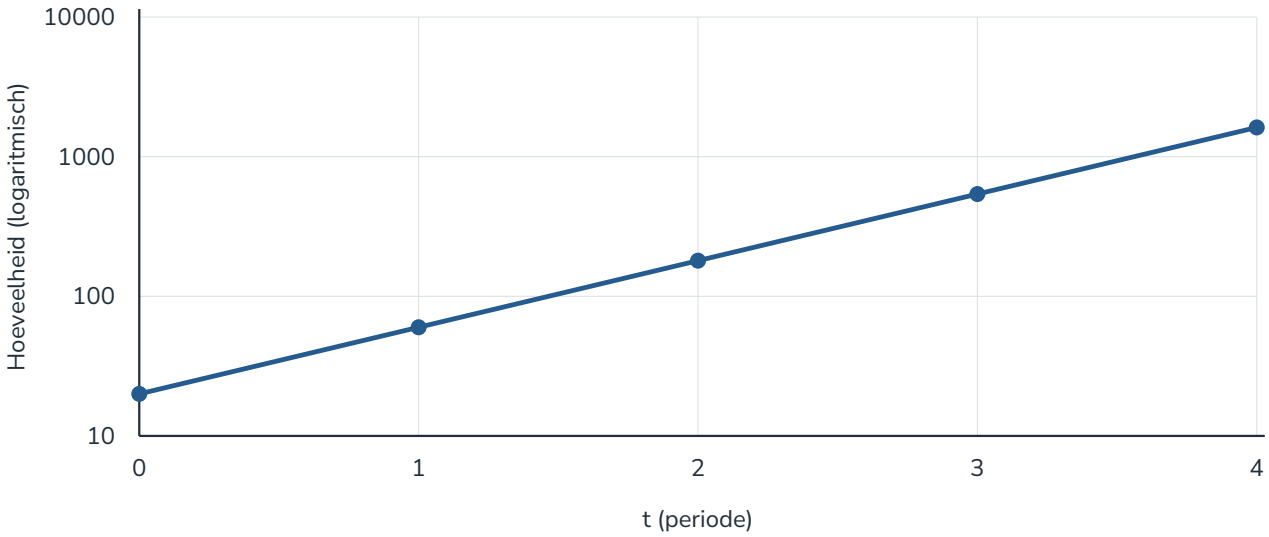
b $100\times10^r=400$; $10^r=4$; $r\approx0{,}60206$.

Antwoord Op ongeveer 60,2% van de afstand vanaf 100.

3 Vier meetpunten

a De hoeveelheid wordt telkens verdrievoudigd; de logaritmische hoogte neemt steeds met dezelfde afstand toe.

Antwoord De punten liggen op één rechte lijn.



b $540 \times 3 = 1620$.

Antwoord (4,1620) ligt op het verlengde van de rechte lijn.

4 Een misleidende middenwaarde

a 55 is het rekenkundig gemiddelde. Gelijke afstanden op een logaritmische as geven gelijke factoren: $\sqrt{(10 \times 100)} \approx 31{,}623$.

Antwoord Ongeveer 31,6.

b Nee, geen positieve macht van 10 is nul; de logaritme van 0 is niet gedefinieerd.

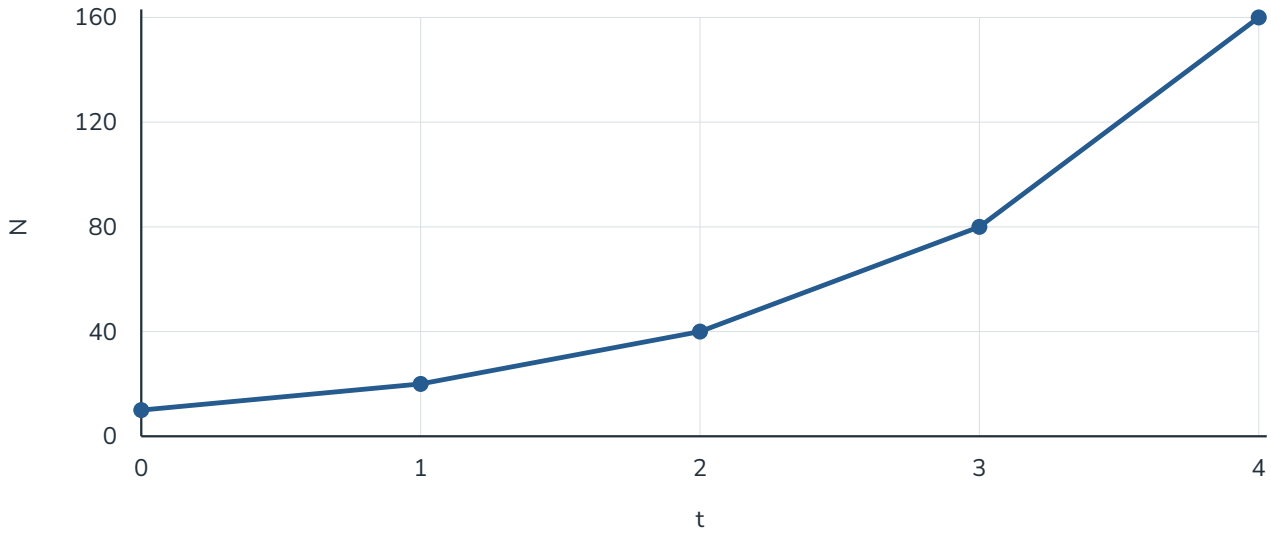
Antwoord Nul heeft hier geen eindige positie.

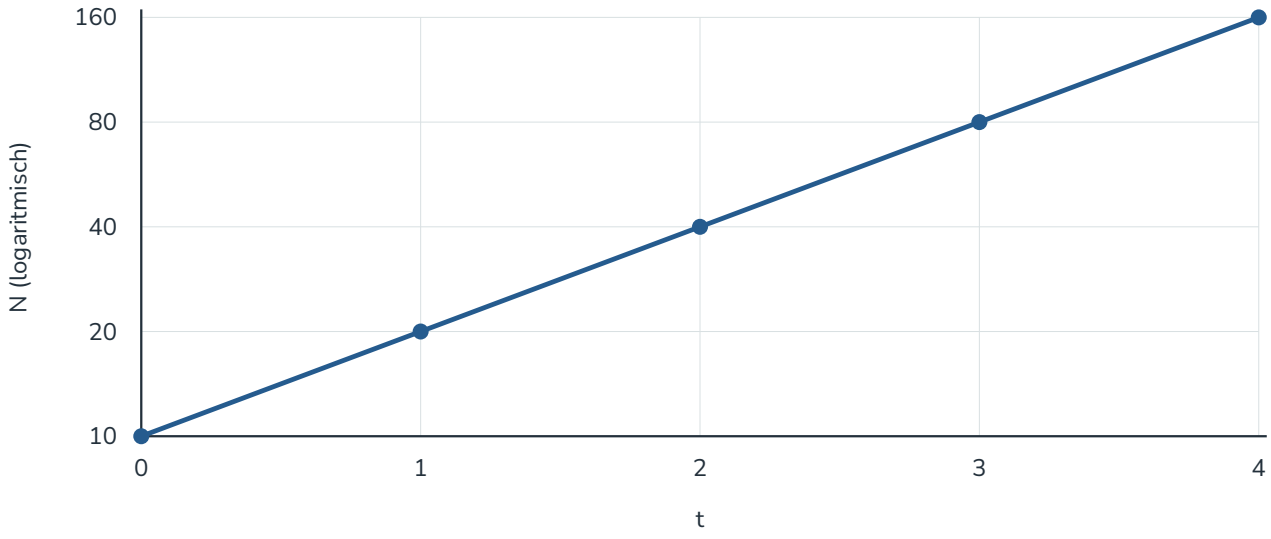
De schaal verandert de vorm

5 Dezelfde gegevens anders getekend

a Waarden:10,20,40,80,160.

Antwoord Lineaire as: stijgende kromme; logaritmische y-as: rechte lijn.





b Nee, dezelfde tijdstippen en hoeveelheden zijn gebruikt.

Antwoord Alleen de afbeelding van de y-waarden verandert.

6 Een rechte lijn interpreteren

a Gelijke horizontale stappen geven gelijke logaritmische hoogteverschillen en dus gelijke factoren.

Antwoord Een exponentieel model past bij die vier punten.

b Nee, een vaste verhouding betekent een groeiend absoluut verschil.

Antwoord Lineaire groei herken je aan een rechte lijn met twee lineaire assen.

7 Een ogenschijnlijk kleine groei

a Absoluut+100 en+1000; beide factor 2 dus+100%.

Antwoord Het absolute verschil is anders, de relatieve groei gelijk.

b Beide hebben factor 2 en daarom dezelfde logaritmische afstand.

Antwoord Een logaritmische as benadrukt relatieve verschillen.

Metingen met voorspellingen vergelijken

8 Een model naast de metingen

a Model:50,70,98,137,2. Afwijkingen:0,1,0,1,8.

Antwoord De grootste absolute afwijking is 1,8.

b Alle afwijkingen vallen binnen±2.

Antwoord Niet op basis van deze vier metingen; het model blijft een benadering.

9 Een trend in de fouten

a 0,−2,−7,−19,8,−40,36.

Antwoord Het model overschat steeds sterker.

b De systematisch toenemende negatieve afwijking wijst op een model dat de latere groei niet goed volgt.

Antwoord Een vaste groeifactor lijkt over de hele periode onvoldoende.

10 Afronding of andere groei?

a Model:100,110,121,133,1; afgerond 133.

Antwoord Ja, dit verschil kan volledig door afronding komen.

10 Afronding of andere groei? (vervolg)

b Beide gegeven aantallen kunnen afgeronde waarnemingen zijn.

Antwoord De berekende jaarfactor kan door de afgeronde waarden licht variëren.

11 Dezelfde beginperiode

a Model=165,888; verschil=0,012; relatief≈0,0072%.

Antwoord Het past zeer nauwkeurig in deze beginperiode.

b Er is geen onderbouwing dat groeifactor, capaciteit en omstandigheden zo lang gelijk blijven.

Antwoord Een goede fit op vier weken rechtvaardigt niet automatisch zeer verre extrapolatie.

Verder voorspellen vraagt een aanname

12 Twee modellen uit dezelfde start

a t=0:100; t=1:120.

Antwoord Bij t=0 en t=1.

b L=200; E=248,832.

Antwoord E voorspelt 48,832 meer, ongeveer 24,4% meer dan L.

13 Een fysieke bovengrens

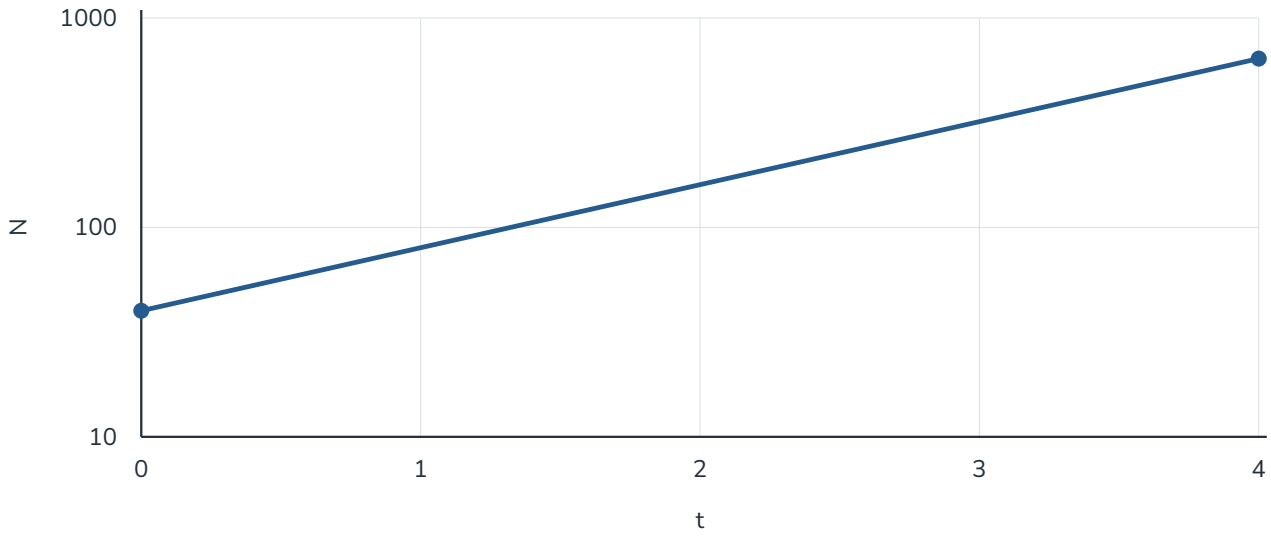
a $300\times1{,}3^t=2000$ geeft $t\approx7{,}2309$.

Antwoord Na ongeveer 7,23 uur.

b Een voorspelling boven 2000 overschrijdt de gegeven fysieke grens.

Antwoord Het kan zonder aanpassing geen werkelijk bassinvolume weergeven.

14 Een logaritmische voorspelling



a $g^4=\frac{640}{40}=16$; $g=2$.

Antwoord $N(t)=40\times2^t$.

b $40\times2^2=160.340$ is het lineaire midden tussen 40 en 640.

Antwoord 160; de waarde halverwege op de logaritmische as is het meetkundig gemiddelde.

15 Een grens aan het model

a $N(t)=200\times1{,}15^t$; $N(6)\approx462{,}61$; $N(7)\approx532{,}00$.

Antwoord Tijdstip 7.

b Het kan de opgegeven groeifase beschrijven; in de buurt van capaciteit moet het worden getoetst of aangepast.

Antwoord Een voorspelling boven 500 kan niet zonder meer als werkelijke waarde worden gelezen.

c Lineair $L=200+30t$, dus $L(3)=290$. Exponentieel $N=200\times1{,}15^t$, dus $N(3)=304{,}175$.

Antwoord Het exponentiële model past bij deze derde latere waarde; het lineaire model voorspelt 14,175 minder.

16 Welke claim past?

a Exponentieel: factor 2 per periode, $N(6)=640$. Lineair: helling$(160-10)/4=37{,}5$; $L(6)=235$.

Antwoord 640 tegenover 235.

16 Welke claim past? (vervolg)

b Exponentieel: N(2)=40. Lineair: L(2)=85.

Antwoord Het exponentiële model past beter bij deze drie punten; verdere geldigheid is niet bewezen.

Uitwerkingen · Gemengd oefenen

1 Een meetreeks herhalen

a $240 \times 1.03^6 = 286{,}573$.

Antwoord Ongeveer 286,6 eenheden.

b $(g^6-1)\times 100 = 19{,}405\%$; $6\times 3{,}0\% = 18{,}0\%$.

Antwoord De basis verandert per periode. Daarom mag je opeenvolgende percentages niet gewoon optellen.

c De verandering is telkens $(g-1)$ maal de hoeveelheid aan het begin van die periode.

Antwoord Nee; bij een andere beginhoeveelheid hoort een andere absolute verandering.

2 Een nieuwe opslaggrens

a Los $90\times 1{,}180^t = 250$ numeriek op: $t \approx 6{,}1726$. Rond voor het eerste gehele tijdstip omhoog.

Antwoord Vanaf $t \approx 6{,}17$; het eerste gehele tijdstip is 7.

b $N(6) \approx 242{,}960$ en $N(7) \approx 286{,}693$.

Antwoord De twee uitkomsten liggen aan weerszijden van de grens.

3 Twee halveringen terug

a Twee halveringen terug: $32\times 4 = 128$.

Antwoord 128 gram.

b $32\times 0{,}5^{1{,}5} \approx 11{,}314$.

Antwoord Ongeveer 11,3 gram.

4 Procenten en de as

a $\frac{100}{25} = 4$; $(4-1)\times 100 = 300$.

Antwoord Factor 4 en 300% stijging.

b $\sqrt{(25\times 100)} = 50$.

Antwoord 50.

Uitwerkingen · Gericht verder oefenen

5 Een factor herstellen

a $g=0{,}92$; $g^3=0{,}778688$.

Antwoord In drie perioden 22,1312% afname.

b Het geeft alleen de relatieve verandering en niet het overblijvende deel.

Antwoord De juiste factor is $1-0{,}08=0{,}92$.

6 De tijdseenheid herstellen

a $1{,}16\text{^}(\frac{1}{4})\approx 1{,}037802$.

Antwoord Een vierdemachtswortel, geen deling door vier.

b $(1{,}16\text{^}(\frac{1}{4}))^4=1{,}16$.

Antwoord De vierweekfactor komt terug.

7 Een halve periode herstellen

a $80\times 0{,}5\text{^}(\frac{3}{6})=80\sqrt{0{,}5}\approx 56{,}569$.

Antwoord 56,6 gram.

b 60 ontstaat door lineair halveren tussen 80 en 40; exponentiële afname heeft een vaste factor.

Antwoord Gebruik de macht $0{,}5^0{,}5$.

Uitwerkingen · Nieuwe controle

8 Nieuwe controle op groei

a Los $320\times1{,}045^{t}=500$ numeriek op: $t\approx10{,}1390$. Rond voor het eerste gehele tijdstip omhoog.

Antwoord Vanaf $t\approx10{,}14$; het eerste gehele tijdstip is 11.

b $N(10)\approx496{,}950$ en $N(11)\approx519{,}313$.

Antwoord De twee uitkomsten liggen aan weerszijden van de grens.

9 Nieuwe controle op schaal

a $40\times2^{1}{,}5\approx113{,}137$.

Antwoord 113,1 eenheden.

b $\sqrt{(40\times160)}=80$.

Antwoord 80.

Uitwerkingen · Test jezelf

10 Een sensornetwerk

a De verhoudingen zijn telkens 1,25; de verschillen zijn niet gelijk.

Antwoord Exponentieel.

b $(1{,}25-1)\times 100=25$.

Antwoord 25%.

c $(1{,}25^3-1)\times 100=95{,}3125$.

Antwoord Ongeveer 95,3%.

d $N(t)=80\times 1{,}25^t$; $N(-1)=64$.

Antwoord 64 GB volgens hetzelfde model.

11 Een afkoelend signaal

a $\sqrt{0{,}81}=0{,}9$.

Antwoord 10% afname per halfuur.

b $\frac{240}{0{,}81}\approx 296{,}296$.

Antwoord 296,3 eenheden één uur vóór de start, als het model daar al geldig was.

c De grens ligt op 4,1546; $S(4)\approx 103{,}312$; $S(5)\approx 83{,}683$.

Antwoord Uur 5.

d $0{,}81^t=0{,}5$; $t\approx 3{,}28941$.

Antwoord 3,29 uur.

12 Een groeicultuur

a Iederet/8 perioden geven factor $2\text{^}(\frac{t}{8})$.

Antwoord $N(t)=30\times 2\text{^}(\frac{t}{8})$.

b $30\times 2^{1{,}5}\approx 84{,}853$.

Antwoord Ongeveer 84,9 eenheden.

c $\sqrt{(30\times 120)}=60$.

Antwoord 60.

12 Een groeicultuur (vervolg)

d Met lineaire y-as is een stijgende kromme te zien; met logaritmische y-aseen rechte lijn.

Antwoord Dezelfde gegevens krijgen een ander uiterlijk.

13 Een grens aan groei

a L voorspelt 100,130,160,190; E voorspelt 100,130,169,219,7. Absolute afwijkingstotalen: L=35; E=3,7.

Antwoord E past beter bij de gegeven meetpunten.

b L(10)=400; E(10)≈1378,58.

Antwoord E overschrijdt de capaciteit; ook de L-voorspelling is alleen bruikbaar als de omstandigheden passen.