Uitwerkingen · Wat weet je nog?

1 Een deel van welke groep?

a $\frac{24}{60}\times100=40$.

Antwoord 40%.

b $\frac{24}{100}\times100=24$.

Antwoord 24%; dit beantwoordt een andere vraag.

2 Vier vakken

a Lid:20 en 30. Niet-lid:12 en 18.

Antwoord Totaal 80.

b $\frac{20}{50}=40\%;\frac{12}{30}=40\%$.

Antwoord De aandelen zijn gelijk.

3 Opstapelen

a 10;30;60;100.

Antwoord De laatste is het totaal 100.

b Deel door 100 en vermenigvuldig met 100.

Antwoord 10%;30%;60%;100%.

4 Afstand op dezelfde hoogte

a $|45-70|=25$.

Antwoord 25 procentpunt.

b Dan vergelijk je verschillende grenzen.

Antwoord Een verticaal verschil hoort bij dezelfde x-waarde.

5 Een verschil in gemiddelden

a $24-18=6$.

Antwoord 6 eenheden.

5 Een verschil in gemiddelden (vervolg)

b $\frac{(4+8)}{2}=6$.

Antwoord 6 eenheden.

6 Kwartielen ophalen

a $25-12=13$.

Antwoord 13.

b Debox loopt van Q 1 tot en met Q 3.

Antwoord Ja, degrens teltmee.

7 Gekoppelde gegevens

a Alleen het paar beschrijft dezelfde waarneming.

Antwoord Los sorteren kan een kunstmatige samenhang maken.

b Afstand op de ene as, tijd op de andere.

Antwoord Een puntenwolk.

8 Een andere verklaring

a De temperatuur kan beide beïnvloeden.

Antwoord Warm weer.

b Nee, samenhang kan uit derde variabele ontstaan.

Antwoord Oorzaak is niet aangetoond.

Uitwerkingen

Paragraaf 10.1 · opgaven 1–14

De juiste groepen en noemers

1 Een kruistabel opbouwen

a App:45 op tijd,30 niet; geen app:18 op tijd,27 niet. Kolommen 63 en 57.

Antwoord Rijtotalen 75 en 45; totaal 120.

b $\frac{45}{75}=60\%;\frac{18}{45}=40\%$.

Antwoord Een verschil van 20 procentpunt; gebruik niet 120 als beide noemers.

2 Een ontbrekend vak

a 150−36−24−45=45. A=60; B=90; ja=81; nee=69.

Antwoord B-nee=45.

b $A=\frac{36}{60}=60\%$; $B=\frac{45}{90}=50\%$.

Antwoord A, ondanks het kleinere absolute aantal ja.

3 De selectie verandert

a A blijft $\frac{40}{80}=50\%$. B wordt $\frac{60}{120}=50\%$.

Antwoord Na herstel zijn de aandelen gelijk.

b Zonder juiste noemer verandert het berekende aandeel.

Antwoord De volledige groep moet worden meegenomen.

Phi uit vier aantallen

4 De formule invullen

	Ja	Nee	Totaal
A	30	20	50
B	10	40	50
Totaal	40	60	100

a A: $\frac{30}{50}\times 100=60{,}00\%$; B: $\frac{10}{50}\times 100=20{,}00\%$.

Antwoord Verschil 40,00 procentpunt.

b $\text{phi}=\frac{(30\times 40-20\times 10)}{\sqrt{((50)\times(50)\times(40)\times(60))}}=0{,}408248$.

Antwoord Volgens de beslisregel is het verschil groot. Gebruik de ongeronde waarde.

5 Een negatief getal

	Ja	Nee	Totaal
A	24	56	80
B	42	18	60
Totaal	66	74	140

a A: $\frac{24}{80}\times 100=30{,}00\%$; B: $\frac{42}{60}\times 100=70{,}00\%$.

Antwoord Verschil 40,00 procentpunt.

b $\text{phi}=\frac{(24\times 18-56\times 42)}{\sqrt{((80)\times(60)\times(66)\times(74))}}=-0{,}396545$.

Antwoord Volgens de beslisregel is het verschil middelmatig. Gebruik de ongeronde waarde.

c De teller krijgt het tegengestelde teken; de noemer blijft gelijk.

Antwoord Het teken van phi keert om; de grootte van het verschil blijft gelijk.

6 Een onmogelijke berekening

a Een rijtotaal is 0; het product in de noemer bevat 0.

Antwoord Je kunt niet door 0 delen.

b Nee,0 zou een berekende afwezigheid van verschil suggereren.

Antwoord Meld dat de vergelijking door de lege groep niet mogelijk is.

De beslisregel toepassen

7 Een grenswaarde

	Ja	Nee	Totaal
A	70	30	100
B	30	70	100
Totaal	100	100	200

a A: $\frac{70}{100}\times100=70{,}00\%$; B: $\frac{30}{100}\times100=30{,}00\%$.

Antwoord Verschil 40,00 procentpunt.

b $\text{phi}=\frac{(70\times70-30\times30)}{\sqrt{((100)\times(100)\times(100)\times(100))}}=0{,}400000$.

Antwoord Volgens de beslisregel is het verschil middelmatig. Gebruik de ongeronde waarde.

8 Een gering verschil

	Ja	Nee	Totaal
A	55	45	100
B	45	55	100
Totaal	100	100	200

a A: $\frac{55}{100}\times100=55{,}00\%$; B: $\frac{45}{100}\times100=45{,}00\%$.

Antwoord Verschil 10,00 procentpunt.

8 Een gering verschil (vervolg)

	Ja	Nee	Totaal
A	55	45	100
B	45	55	100
Totaal	100	100	200

b $\text{phi}=\frac{(55\times55-45\times45)}{\sqrt{((100)\times(100)\times(100)\times(100))}}=0{,}100000$.

Antwoord Volgens de beslisregel is het verschil gering. Gebruik de ongeronde waarde.

9 Een middelmatig verschil

	Ja	Nee	Totaal
A	65	35	100
B	35	65	100
Totaal	100	100	200

a A: $\frac{65}{100}\times100=65{,}00\%$; B: $\frac{35}{100}\times100=35{,}00\%$.

Antwoord Verschil 30,00 procentpunt.

b $\text{phi}=\frac{(65\times65-35\times35)}{\sqrt{((100)\times(100)\times(100)\times(100))}}=0{,}300000$.

Antwoord Volgens de beslisregel is het verschil middelmatig. Gebruik de ongeronde waarde.

c De tabel toont alleen een samenhang; selectie en andere kenmerken kunnen meespelen.

Antwoord Een oorzaak is niet aangetoond.

Richting, grootte en groepsomvang

10 Hetzelfde aandeel, ander aantal

a Beide 40% ja; $ad-bc=20\times120-30\times80=0$.

Antwoord Phi=0; het verschil is gering.

b B is ook viermaal zo groot.

Antwoord De aandelen laten geen verschil in voorkeur zien.

11 Een groter onderzoek

	Ja	Nee	Totaal
A	42	18	60
B	18	42	60
Totaal	60	60	120

a A: $\frac{42}{60}\times 100=70{,}00\%$; B: $\frac{18}{60}\times 100=30{,}00\%$.

Antwoord Verschil 40,00 procentpunt.

b $\text{phi}=\frac{(42\times 42-18\times 18)}{\sqrt{((60)\times(60)\times(60)\times(60))}}=0{,}400000$.

Antwoord Volgens de beslisregel is het verschil middelmatig. Gebruik de ongeronde waarde.

c De teller wordt viermaal zo groot; het product onder de wortel zestienmaal, dus de noemer viermaal.

Antwoord Phi en de classificatie blijven gelijk. Dit zegt niets over de onzekerheid van de schatting.

12 Het teken verkeerd gelezen

a $|\text{phi}|=0{,}47>0{,}4$. Het teken hangt af van rij- en kolomvolgorde.

Antwoord Het verschil is groot; het teken is geen maat voor gering of groot.

b De tabel of de ja-percentages per groep.

Antwoord Phi zonder duidelijke categorievolgorde geeft geen begrijpelijke richting.

13 Nieuwe reacties

	Ja	Nee	Totaal
A	84	36	120
B	48	72	120
Totaal	132	108	240

a A: $\frac{84}{120}\times 100=70{,}00\%$; B: $\frac{48}{120}\times 100=40{,}00\%$.

Antwoord Verschil 30,00 procentpunt.

13 Nieuwe reacties (vervolg)

	Ja	Nee	Totaal
A	84	36	120
B	48	72	120
Totaal	132	108	240

b $\text{phi}=\frac{(84\times72-36\times48)}{\sqrt{((120)\times(120)\times(132)\times(108))}}=0{,}301511$.

Antwoord Volgens de beslisregel is het verschil middelmatig. Gebruik de ongeronde waarde.

c De tabel toont alleen een samenhang; selectie en andere kenmerken kunnen meespelen.

Antwoord Een oorzaak is niet aangetoond.

d Het teken van φ hangt af van de volgorde van de categorieën. |φ| beschrijft de verschilgrootte; de percentages laten zien in welke groep het kenmerk vaker voorkomt.

Antwoord Voor grootte en richting zijn deze gegevens samen nodig.

14 Niet te vroeg afronden

a $0{,}40004>0{,}4$; exact 0,40 valt in $0{,}2<|\text{phi}|\leq0{,}4$.

Antwoord Ongerond: groot; exact 0,40: middelmatig.

b Geef voldoende decimalen of vermeld de ongeronde vergelijking met de grens.

Antwoord Bijvoorbeeld $\text{phi}\approx0{,}40004$, dus net boven 0,4.

Uitwerkingen

Paragraaf 10.2 · opgaven 1–14

Cumulatieve percentages

1 Eerst cumuleren

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	20	50
10 tot 20	40	50
20 tot 30	50	50
30 tot 40	90	50

a A:10,00; 30,00; 55,00; 100,00. B:25,00; 50,00; 75,00; 100,00.

Antwoord Elke reeks eindigt op 100%; de groepstotalen zijn 200 en 200.

b Absolute verschillen:15,00; 20,00; 20,00; 0,00 procentpunt.

Antwoord Max Vcp=20,00 procentpunt, onder andere bij grens 20.

c Controleer eerst of beide groepen meer dan 100 waarnemingen hebben.

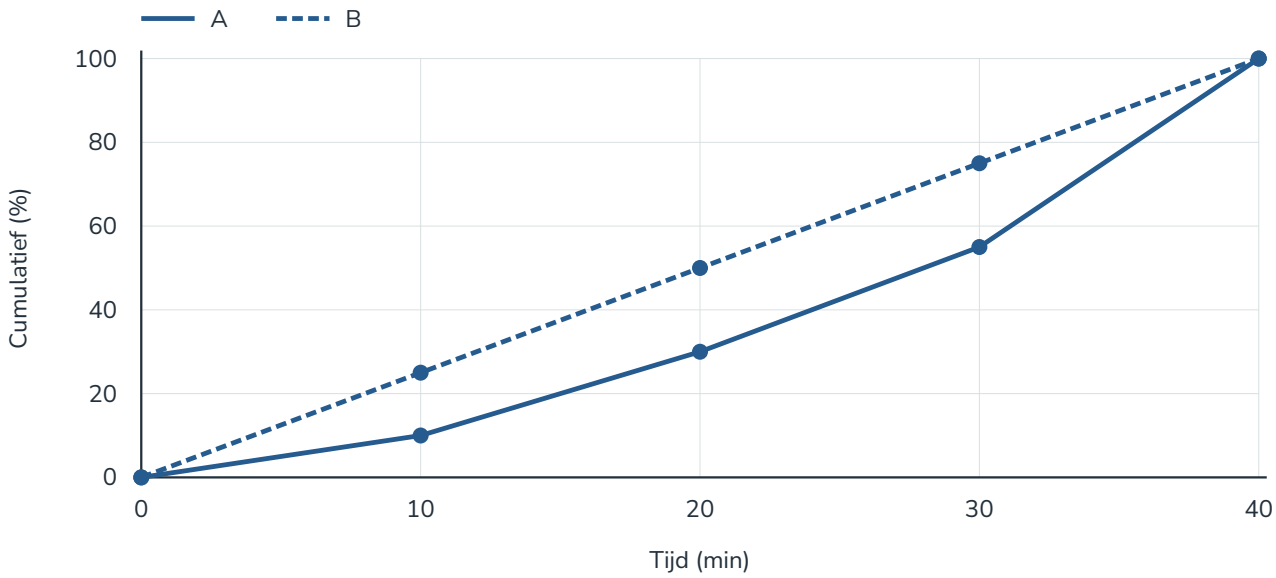
Antwoord Het verschil is gering volgens deze regel.

1 Eerst cumuleren (vervolg)

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	20	50
10 tot 20	40	50
20 tot 30	50	50
30 tot 40	90	50

d Begin bij (0,0); zet de cumulatieve percentages bij de bovengrenzen 10,20,30,40.

Antwoord Vergelijk verticale afstanden bij dezelfde grens.



2 Verschillende totalen

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	30	20
10 tot 20	30	50
20 tot 30	60	80
30 tot 40	30	50

a A:20,00; 40,00; 80,00; 100,00. B:10,00; 35,00; 75,00; 100,00.

Antwoord Elke reeks eindigt op 100%; de groepstotalen zijn 150 en 200.

2 Verschillende totalen (vervolg)

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	30	20
10 tot 20	30	50
20 tot 30	60	80
30 tot 40	30	50

b Absolute verschillen:10,00; 5,00; 5,00; 0,00 procentpunt.

Antwoord Max Vcp=10,00 procentpunt, onder andere bij grens 10.

c Controleer eerst of beide groepen meer dan 100 waarnemingen hebben.

Antwoord Het verschil is gering volgens deze regel.

3 Een omgekeerde telling

a A=$\frac{70}{200}$=35%; B=$\frac{90}{150}$=60%.

Antwoord 35% en 60%.

b Verschil=25 procentpunt. Andere grenzen kunnen een groter verschil geven.

Antwoord 25 procentpunt; zonder andere grenzen is maxVcp niet bekend.

Een verticale afstand

4 De grootste afstand zoeken

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	10	40
10 tot 20	30	70
20 tot 30	100	60
30 tot 40	60	30

a A:5,00; 20,00; 70,00; 100,00. B:20,00; 55,00; 85,00; 100,00.

Antwoord Elke reeks eindigt op 100%; de groepstotalen zijn 200 en 200.

4 De grootste afstand zoeken (vervolg)

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	10	40
10 tot 20	30	70
20 tot 30	100	60
30 tot 40	60	30

b Absolute verschillen:15,00; 35,00; 15,00; 0,00 procentpunt.

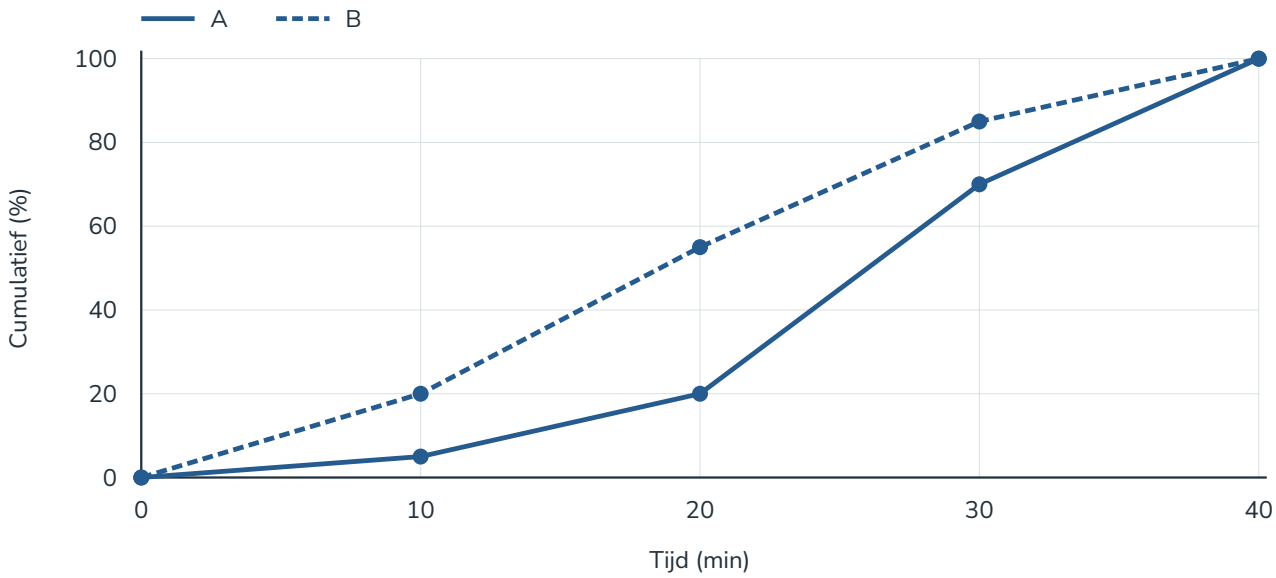
Antwoord Max Vcp=35,00 procentpunt, onder andere bij grens 20.

c Controleer eerst of beide groepen meer dan 100 waarnemingen hebben.

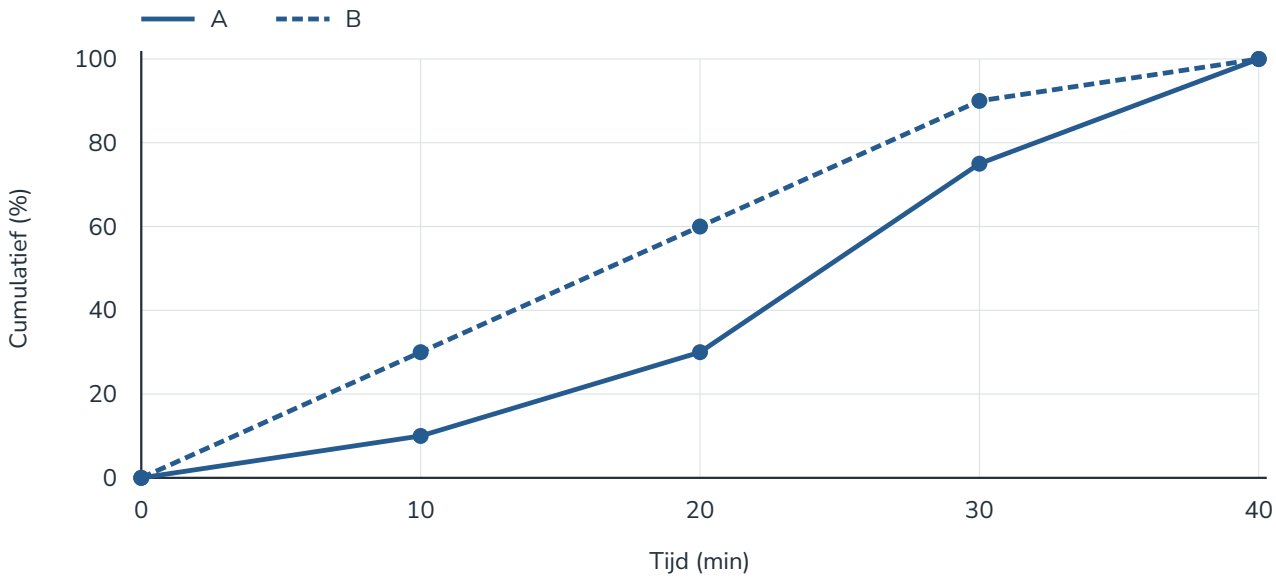
Antwoord Het verschil is middelmatig volgens deze regel.

d Begin bij (0,0); zet de cumulatieve percentages bij de bovengrenzen 10,20,30,40.

Antwoord Vergelijk verticale afstanden bij dezelfde grens.



5 Aflezen uit twee polygonen



a Bij 10:20; bij 20:30; bij 30:15; bij 40:0 procentpunt.

Antwoord MaxVcp=30 procentpunt bij 20 minuten.

b Op ieder deelinterval zijn beide lijnen recht; hun verschil is daar lineair.

Antwoord Het maximale absolute verschil ligt dan bij een eindpunt van zo'n interval.

6 Tekenwisseling

a A–B:–10,10,–15,0; absoluut:10,10,15,0.

Antwoord MaxVcp=15 procentpunt.

b Ook een negatief verschil kan een grotere afstand hebben.

Antwoord Gebruik de grootste absolute verticale afstand.

7 Een andere indeling

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	40	20
10 tot 20	20	100
20 tot 30	20	60
30 tot 40	120	20

a A:20,00; 30,00; 40,00; 100,00. B:10,00; 60,00; 90,00; 100,00.

Antwoord Elke reeks eindigt op 100%; de groepstotalen zijn 200 en 200.

b Absolute verschillen:10,00; 30,00; 50,00; 0,00 procentpunt.

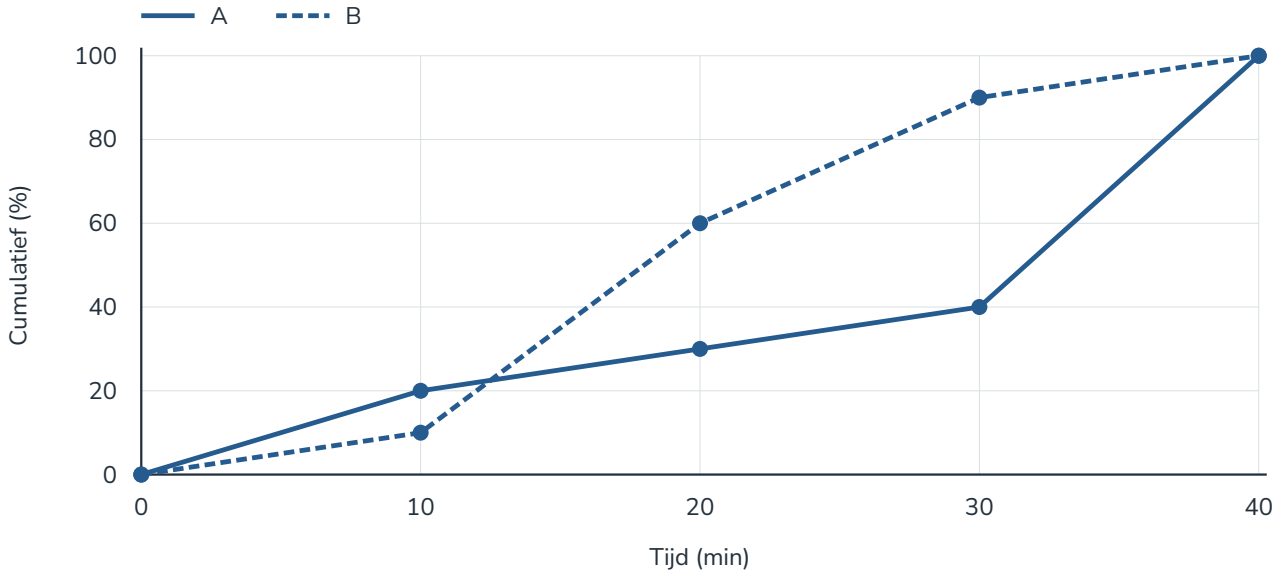
Antwoord Max Vcp=50,00 procentpunt, onder andere bij grens 30.

c Controleer eerst of beide groepen meer dan 100 waarnemingen hebben.

Antwoord Het verschil is groot volgens deze regel.

d Begin bij (0,0); zet de cumulatieve percentages bij de bovengrenzen 10,20,30,40.

Antwoord Vergelijk verticale afstanden bij dezelfde grens.



De omvangvoorwaarde bewaken

8 Een regel met een voorwaarde

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	30	90
10 tot 20	30	50
20 tot 30	90	40
30 tot 40	50	20

a A:15,00; 30,00; 75,00; 100,00. B:45,00; 70,00; 90,00; 100,00.

Antwoord Elke reeks eindigt op 100%; de groepstotalen zijn 200 en 200.

b Absolute verschillen:30,00; 40,00; 15,00; 0,00 procentpunt.

Antwoord Max Vcp=40,00 procentpunt, onder andere bij grens 20.

c Controleer eerst of beide groepen meer dan 100 waarnemingen hebben.

Antwoord Het verschil is middelmatig volgens deze regel.

9 Precies honderd

a De voorwaarde is voor beide groepen n>100. A heeft precies 100.

Antwoord Nee, de voorwaarde is niet vervuld.

b De gegeven verdelingen verschillen bij hun grootste afstand 32 procentpunt.

Antwoord Rapporteer de berekende afstand zonder deze classificatieregel te claimen.

10 Op de grens

a Gering bij≤20; middelmatig bij 20<max≤40; groot bij>40.

Antwoord Igering; IImiddelmatig; IIIgroot.

b De waarde zou ten onrechte van de ene klasse in de andere vallen.

Antwoord Gebruik de ongeronde afstand.

11 Ongelijke groepsgrootte

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	20	10
10 tot 20	40	20
20 tot 30	100	50
30 tot 40	40	20

a A:10,00; 30,00; 80,00; 100,00. B:10,00; 30,00; 80,00; 100,00.

Antwoord Elke reeks eindigt op 100%; de groepstotalen zijn 200 en 100.

b Absolute verschillen:0,00; 0,00; 0,00; 0,00 procentpunt.

Antwoord Max Vcp=0,00 procentpunt, onder andere bij grens 10.

c Controleer eerst of beide groepen meer dan 100 waarnemingen hebben.

Antwoord De opgegeven beslisregel is hier niet van toepassing: niet beide groepen hebben n>100.

12 Aantallen verward met percentages

a A=60%; B=40%; verschil 20 procentpunt.

Antwoord De afstand is 20 procentpunt, niet 30 waarnemingen.

b Nee, alle andere grenzen moeten ook worden bekeken.

Antwoord 20 is alleen de afstand bij de gegeven grens.

13 Nieuwe tijdverdeling

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	10	60
10 tot 20	30	80
20 tot 30	80	40
30 tot 40	80	20

a A:5,00; 20,00; 60,00; 100,00. B:30,00; 70,00; 90,00; 100,00.

Antwoord Elke reeks eindigt op 100%; de groepstotalen zijn 200 en 200.

13 Nieuwe tijdverdeling (vervolg)

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	10	60
10 tot 20	30	80
20 tot 30	80	40
30 tot 40	80	20

b Absolute verschillen:25,00; 50,00; 30,00; 0,00 procentpunt.

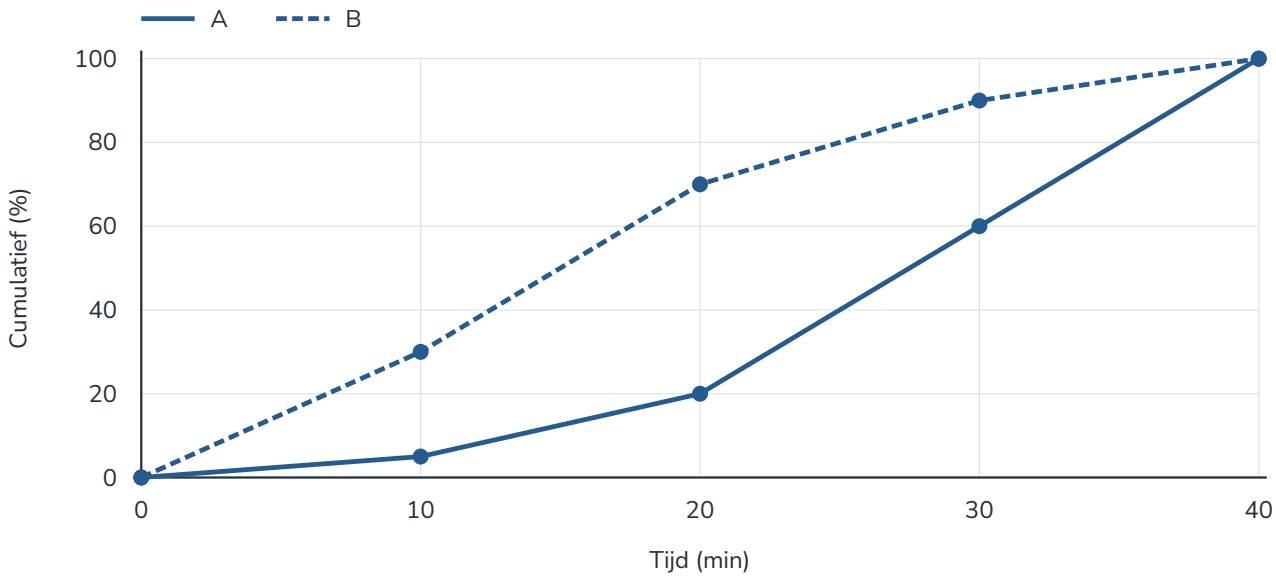
Antwoord Max Vcp=50,00 procentpunt, onder andere bij grens 20.

c Controleer eerst of beide groepen meer dan 100 waarnemingen hebben.

Antwoord Het verschil is groot volgens deze regel.

d Begin bij (0,0); zet de cumulatieve percentages bij de bovengrenzen 10,20,30,40.

Antwoord Vergelijk verticale afstanden bij dezelfde grens.



14 Een tweede controle

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	24	45
10 tot 20	36	60
20 tot 30	48	30
30 tot 40	12	15

a A:20,00; 50,00; 90,00; 100,00. B:30,00; 70,00; 90,00; 100,00.

Antwoord Elke reeks eindigt op 100%; de groepstotalen zijn 120 en 150.

b Absolute verschillen:10,00; 20,00; 0,00; 0,00 procentpunt.

Antwoord Max Vcp=20,00 procentpunt, onder andere bij grens 20.

c Controleer eerst of beide groepen meer dan 100 waarnemingen hebben.

Antwoord Het verschil is gering volgens deze regel.

Uitwerkingen

Paragraaf 10.3 · opgaven 1–18

Een verschil delen door spreiding

1 De gemiddelde spreiding

a $E=\frac{(38-34)}{(0{,}5\times(5+7))}=0{,}666667$.

Antwoord $E\approx0{,}667$.

b Vergelijk de ongeronde E met 0,4 en 0,8. A heeft gemiddelde 38 en B 34.

Antwoord Het verschil is middelmatig; A ligt gemiddeld hoger.

2 Volgorde omdraaien

a $E=\frac{(30-22)}{(0{,}5\times(8+12))}=0{,}800000$.

Antwoord $E\approx0{,}800$.

b Vergelijk de ongeronde E met 0,4 en 0,8. A heeft gemiddelde 22 en B 30.

Antwoord Het verschil is middelmatig; B ligt gemiddeld hoger.

3 Een ontbrekende standaardafwijking

a $\frac{4}{(0{,}5(6+S_B))}=0{,}5; 0{,}5(6+S_B)=8; S_B=10$.

Antwoord $S_B=10$.

b $\frac{4}{(0{,}5(6+10))}=\frac{4}{8}=0{,}5$.

Antwoord De gegeven effectgrootte volgt terug.

De effectgrootte interpreteren

4 Een gelijkheid op de grens

a $E=\frac{(28-24)}{(0{,}5\times(4+6))}=0{,}800000$.

Antwoord $E\approx0{,}800$.

4 Een gelijkheid op de grens (vervolg)

b Vergelijk de ongeronde E met 0,4 en 0,8. A heeft gemiddelde 28 en B 24.

Antwoord Het verschil is middelmatig; A ligt gemiddeld hoger.

5 Een groot verschil

a $E=\frac{(34-27)}{(0{,}5\times(5+7))}=1{,}166667$.

Antwoord $E\approx1{,}167$.

b Vergelijk de ongeronde E met 0,4 en 0,8. A heeft gemiddelde 34 en B 27.

Antwoord Het verschil is groot; A ligt gemiddeld hoger.

6 Verschil in seconden

a $E=\frac{(42-40)}{(0{,}5\times(6+4))}=0{,}400000$.

Antwoord $E\approx0{,}400$.

b Vergelijk de ongeronde E met 0,4 en 0,8. A heeft gemiddelde 42 en B 40.

Antwoord Het verschil is gering; A ligt gemiddeld hoger.

c Zowel het verschil van de gemiddelden als de gemiddelde standaardafwijking wordt honderdmaal zo groot.

Antwoord E is eenheidsloos en blijft gelijk.

7 Andere nulmeting

a $E=\frac{(19-16)}{(0{,}5\times(3+5))}=0{,}750000$.

Antwoord $E\approx0{,}750$.

b Vergelijk de ongeronde E met 0,4 en 0,8. A heeft gemiddelde 19 en B 16.

Antwoord Het verschil is middelmatig; A ligt gemiddeld hoger.

c Het verschil van de gemiddelden en beide standaardafwijkingen blijven gelijk.

Antwoord Nee, E verandert niet.

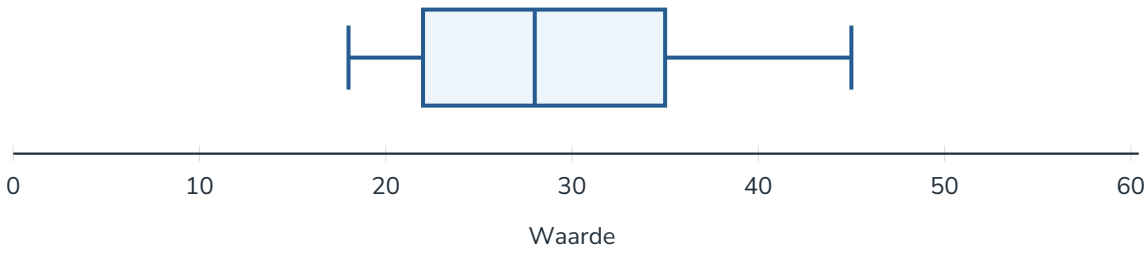
Boxplots vergelijken

8 Gescheiden boxen

Groep A



Groep B



a A: mediaan 12, IQR=16−8=8. B: mediaan 28, IQR=35−22=13.

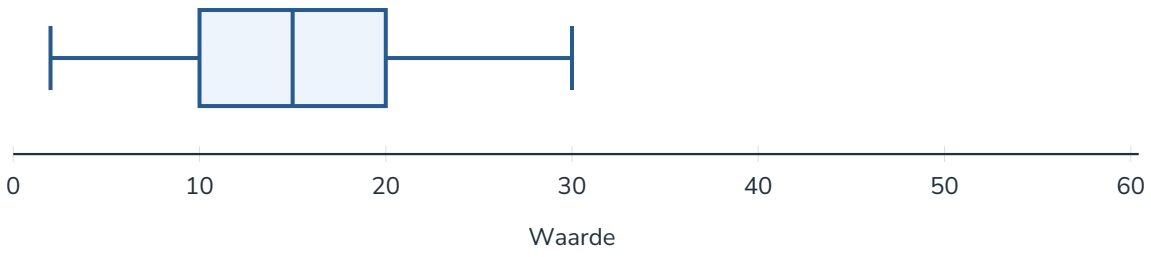
Antwoord Vergelijk centrum en spreiding afzonderlijk.

b De boxen zijn [8;16] en [22;35]; medianen 12 en 28.

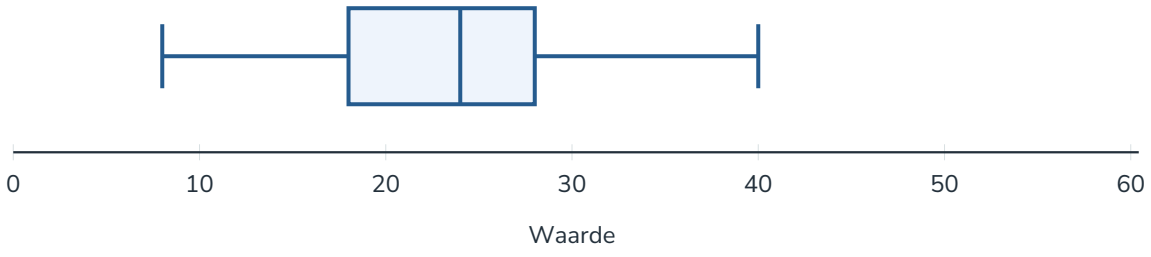
Antwoord Het verschil is groot. De boxen overlappen niet.

9 Boxen met overlap

Groep A



Groep B



a A: mediaan 15, IQR=20−10=10. B: mediaan 24, IQR=28−18=10.

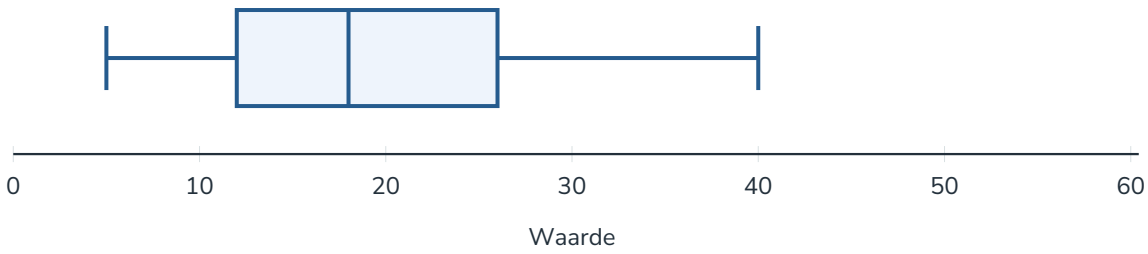
Antwoord Vergelijk centrum en spreiding afzonderlijk.

b De boxen zijn [10;20] en [18;28]; medianen 15 en 24.

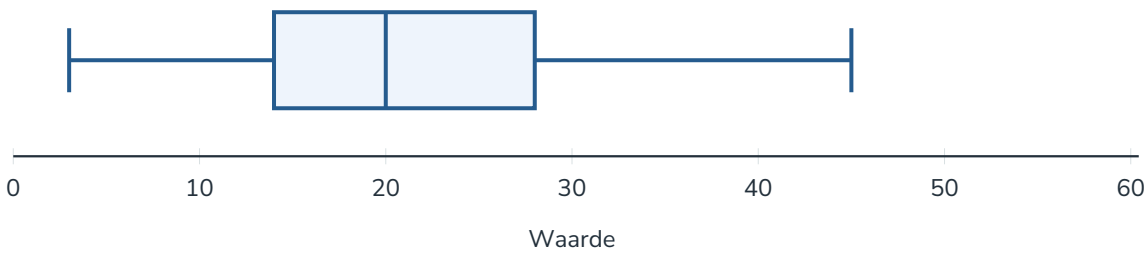
Antwoord Het verschil is middelmatig. De boxen overlappen, maar minstens één mediaan ligt buiten de andere box.

10 Twee middelste helften

Groep A



Groep B



a A: mediaan 18, IQR=26−12=14. B: mediaan 20, IQR=28−14=14.

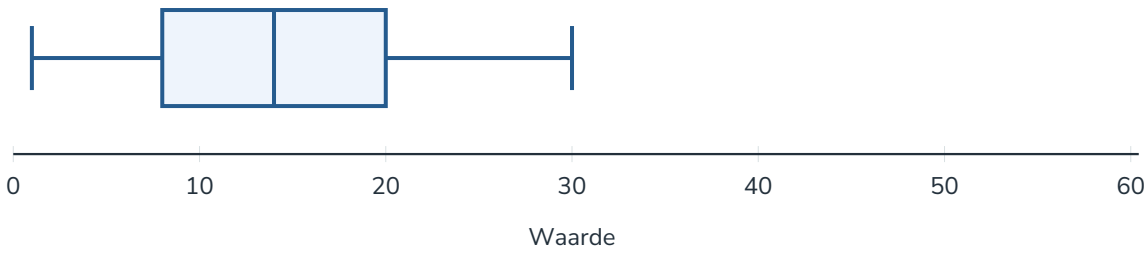
Antwoord Vergelijk centrum en spreiding afzonderlijk.

b De boxen zijn [12;26] en [14;28]; medianen 18 en 20.

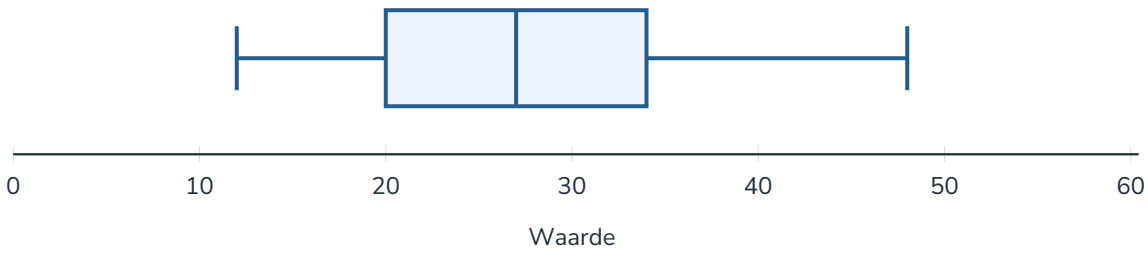
Antwoord Het verschil is gering. De boxen overlappen en beide medianen liggen binnen de andere box.

11 Boxen raken elkaar

Groep A



Groep B



a A: mediaan 14, IQR=20−8=12. B: mediaan 27, IQR=34−20=14.

Antwoord Vergelijk centrum en spreiding afzonderlijk.

b De boxen zijn [8;20] en [20;34]; medianen 14 en 27.

Antwoord Het verschil is middelmatig. De boxen overlappen, maar minstens één mediaan ligt buiten de andere box.

12 Snorren zijn geen boxen

a De beslisregel gaat over de boxen, Q1 tot Q 3; deze overlappen niet.

Antwoord Het verschil is groot.

b Ja, de boxplotregel gebruikt kwartielen en medianen; hier is geen overlap al beslissend.

Antwoord Gemiddelden en standaardafwijkingen zijn voor deze aanpak niet nodig.

Een methode kiezen en verantwoorden

13 Welke gegevens zijn beschikbaar?

a I: effectgrootte; II: boxplotregels.

Antwoord Gebruik een methode waarvoor de noodzakelijke gegevens beschikbaar zijn.

b Nee, de vijf-getallensamenvatting geeft niet alle waarden of hun som.

Antwoord Een mediaan is geen gemiddelde.

14 Twee maten, één onderzoek

a $E=\frac{(24-20)}{8}=0{,}5$.

Antwoord Middelmatig.

b Boxen overlappen; beide medianen liggen in de andere box.

Antwoord Gering. De twee vuistregels gebruiken verschillende kenmerken en hoeven niet identiek uit te vallen.

15 Eenheden vergelijken

a $E=\frac{0{,}4}{0{,}5}=0{,}8$. In minuten:120 en 144; S=24 en 36.

Antwoord Eblijft $\frac{24}{30}=0{,}8$; middelmatig.

b Teller en noemer hebben dezelfde eenheid; bij delen valt die weg.

Antwoord Daarom verandert een correcte omrekening de classificatie niet.

16 Nieuwe metingen

a $E=\frac{(57-51)}{(0{,}5\times(7+9))}=0{,}750000$.

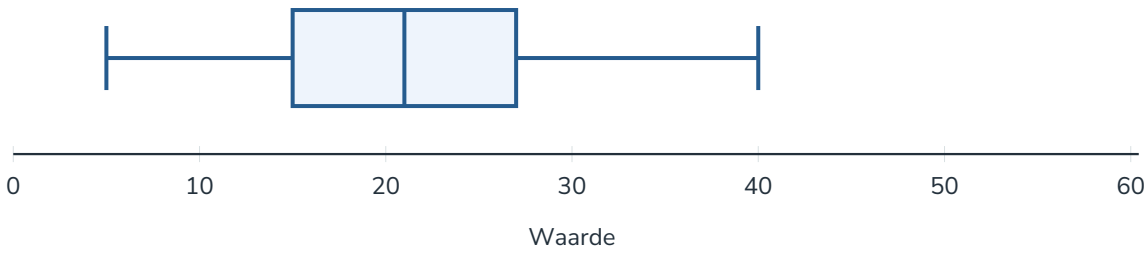
Antwoord $E\approx0{,}750$.

b Vergelijk de ongeronde E met 0,4 en 0,8. A heeft gemiddelde 57 en B 51.

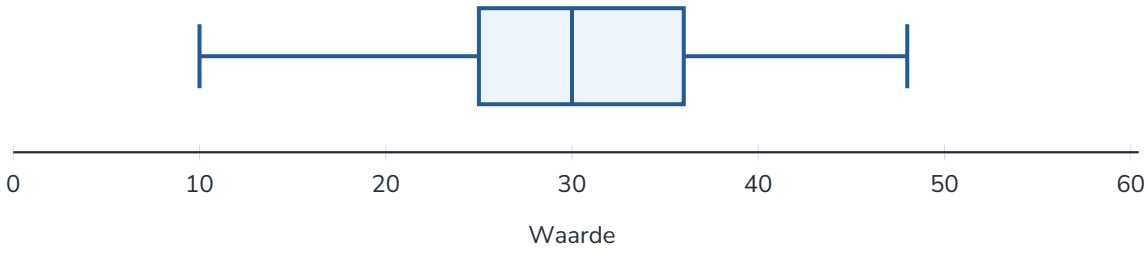
Antwoord Het verschil is middelmatig; A ligt gemiddeld hoger.

17 Nieuwe boxplots

Groep A



Groep B



a A: mediaan 21, IQR=27−15=12. B: mediaan 30, IQR=36−25=11.

Antwoord Vergelijk centrum en spreiding afzonderlijk.

b De boxen zijn [15;27] en [25;36]; medianen 21 en 30.

Antwoord Het verschil is middelmatig. De boxen overlappen, maar minstens één mediaan ligt buiten de andere box.

c E vraagt gemiddelden en standaardafwijkingen. De boxplots geven die niet.

Antwoord Gebruik hier de boxplotregels; E is met deze informatie niet berekenbaar.

18 Voldoende voor een conclusie?

a Nee, voor E ontbreken A's gemiddelde en beide standaardafwijkingen; voor boxplots ontbreken kwartielen en B'smediaan.

Antwoord Geen van beide is met deze gegevens uitvoerbaar.

b Bijvoorbeeld van beide groepen de gemiddelden en S, of van beide groepen Q1, mediaan en Q 3.

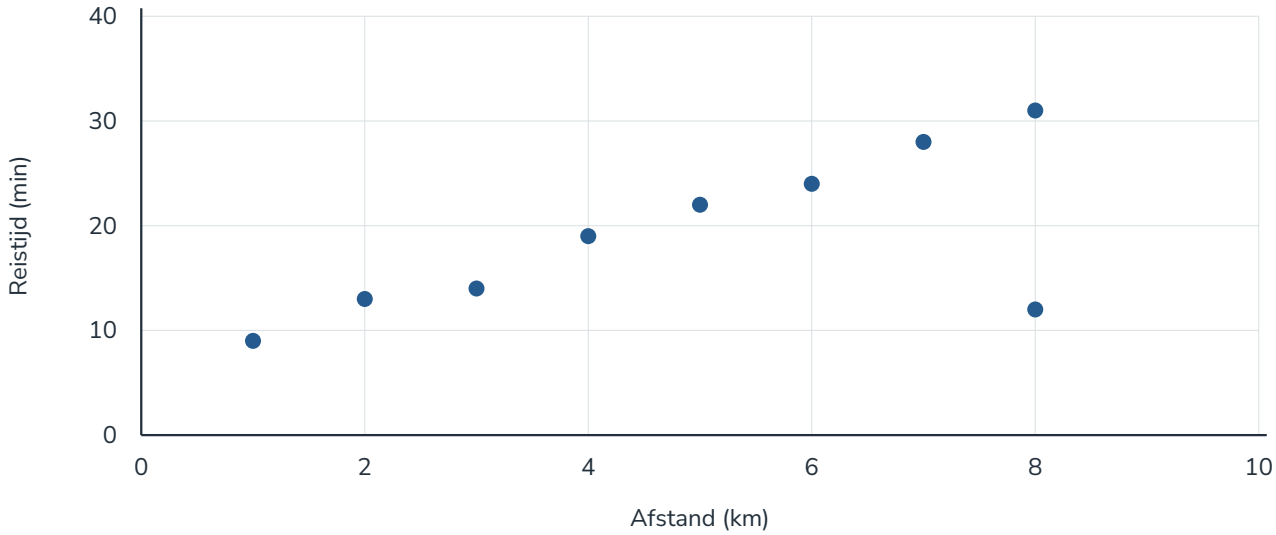
Antwoord Gebruik vergelijkbare samenvattingen van dezelfde variabele.

Uitwerkingen

Paragraaf 10.4 · opgaven 1–12

Een puntenwolk beschrijven

1 Een puntenwolk lezen



a De meeste punten liggen rond een stijgende lijn: grotere afstand gaat meestal met langere tijd samen.

Antwoord Een vrij duidelijke positieve samenhang.

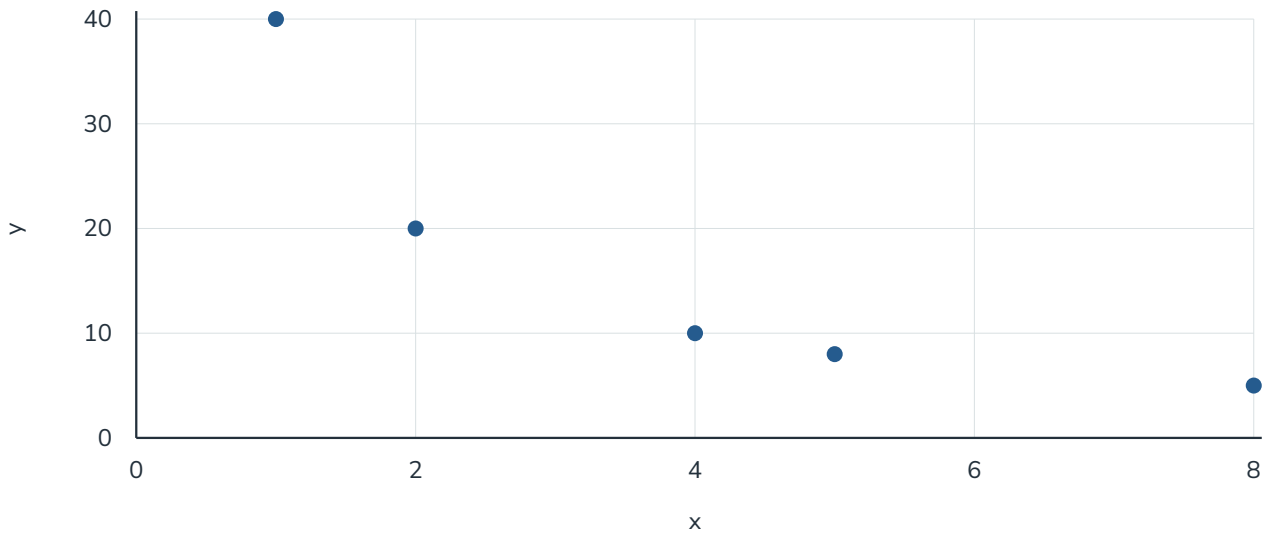
b (8,12) heeft een veel kortere tijd dan de rest bij deze afstand.

Antwoord Controleer route, vervoermiddel en invoer; verwijder het niet zonder reden.

2 Niet recht, toch samenhang

a De punten volgen $y=\frac{40}{x}$: bij grotere x wordt y kleiner.

Antwoord Een sterke negatieve, maar niet-lineaire samenhang.



b Samenhang hoeft niet lineair te zijn.

Antwoord Een consequent krom patroon is ook een samenhang.

3 Eén extra punt

a Het verafgelegen punt ligt zowel horizontaal als verticaal hoog en trekt het beeld in een stijgende richting.

Antwoord Een opvallend punt kan veel invloed hebben op de waargenomen samenhang.

b Toon de volledige puntenwolk, bespreek de herkomst van het nieuwe punt en eventueel het beeld zonder dat punt als gevoeligheidscontrole.

Antwoord Verwijder het niet alleen omdat de conclusie verandert.

Samenhang is nog geen oorzaak

4 Meer trainingen, betere scores

a Motivatie, ervaring of beginscore kan zowel trainingsfrequentie als score beïnvloeden.

Antwoord Er is een plausibele alternatieve verklaring.

4 Meer trainingen, betere scores (vervolg)

b Verdeel vergelijkbare deelnemers waar uitvoerbaar willekeurig over trainingsprogramma's en meet met dezelfde procedure.

Antwoord Willekeurige toewijzing helpt om derde variabelen te verdelen; controleer ook uitval.

5 Wat komt eerst?

a Lagere cijfers kunnen juist de reden zijn om begeleiding te zoeken.

Antwoord De richting van de relatie kan omgekeerd zijn.

b Begincijfers vóór begeleiding en vergelijkbare vervolgmetingen, met duidelijke informatie over selectie.

Antwoord Alleen een eindmeting onderscheidt oorzaken en reacties niet.

6 Een toegewezen aanpak

a Loting verdeelt bekende en onbekende kenmerken bij voldoende omvang gemiddeld willekeurig over twee groepen.

Antwoord Dat vermindert systematische begingroepsverschillen.

b Selectieve uitval kan de vergelijking na lotingveranderen.

Antwoord Onderzoek wie uitviel, waarom en hoe de uitkomsten voor die groep zouden zijn.

Kiezen uit vergelijkingsmethoden

7 Kies passende gereedschappen

a I: phi; II: maxVcp; III: effectgrootte; IV: boxplotregels.

Antwoord Datatypen en beschikbare samenvattingen bepalen de keuze.

b De groepen hebben verschillende groottes; maxVcp vergelijkt percentages.

Antwoord Gebruik de eigen groepsnoemer.

8 Een maat weigeren

a Phi heeft vier absolute aantallen in een 2×2-tabel nodig; gemiddelden leveren die niet.

Antwoord Een kruistabel kan hier niet worden gereconstrueerd.

b De steekproefstandaardafwijking van beide groepen, naast de gemiddelden.

Antwoord Dan kan het verschil in gemiddelde lengte worden gestandaardiseerd.

Een conclusie met reikwijdte

9 Een uitspraak begrenzen

	Ja	Nee	Totaal
A	48	32	80
B	24	56	80
Totaal	72	88	160

a A: $\frac{48}{80}\times 100=60{,}00\%$; B: $\frac{24}{80}\times 100=30{,}00\%$.

Antwoord Verschil 30,00 procentpunt.

b $\text{phi}=\frac{(48\times 56-32\times 24)}{\sqrt{((80)\times(80)\times(72)\times(88))}}=0{,}301511$.

Antwoord Volgens de beslisregel is het verschil middelmatig. Gebruik de ongeronde waarde.

c De tabel toont alleen een samenhang; selectie en andere kenmerken kunnen meespelen.

Antwoord Een oorzaak is niet aangetoond.

10 Een sterke conclusie?

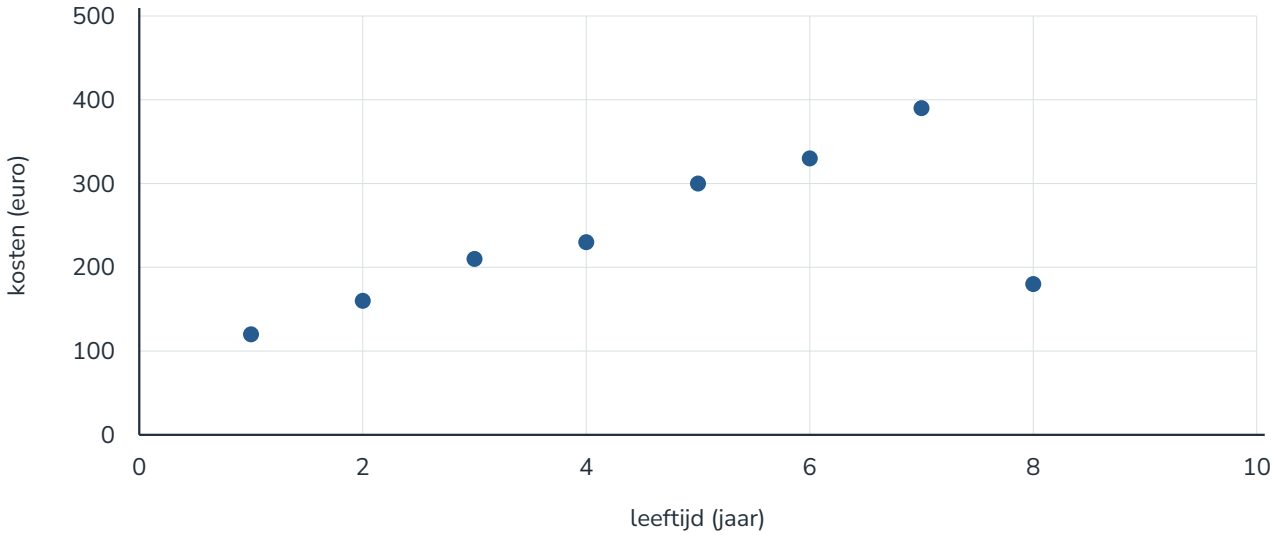
a Zelfgekozen deelnemers zijn niet automatisch een representatieve steekproef van alle inwoners.

Antwoord Het percentage wordt zonder onderbouwing gegeneraliseerd.

b Van de 200 deelnemers aan de onlinestemming steunt 80% het plan.

Antwoord Over alle inwoners volgt hieruit geen betrouwbaar percentage.

11 Nieuwe samenhang



a De punten tonen een overwegend positieve samenhang. Het punt (8,180) ligt opvallend laag ten opzichte van de overige trend. Kilometerstand kan samenhangen met zowel leeftijd als reparatiekosten.

Antwoord Positieve samenhang met één opvallend laag punt; kilometerstand is een mogelijke derde variabele.

b Binnen de geregistreerde voertuigen van deze garage nemen de kosten gemiddeld toe met leeftijd.

Antwoord De selectie uit één garage en mogelijke verschillen in kilometerstand beperken algemene en oorzakelijke uitspraken.

c De effectgrootte E gebruikt het verschil van de gemiddelden en het gemiddelde van de standaardafwijkingen. φ vraagt een 2×2-tabel en is hier niet direct beschikbaar.

Antwoord Kies E bij deze gegeven kwantitatieve samenvattingen.

12 Welke conclusie blijft overeind?

a E>0,8 dus groot; de gemiddelden of andere relevante gegevens moeten vermelden welke groep langer reist.

Antwoord Groot volgens de vuistregel; richting blijft nog onbekend.

b Nee, bijvoorbeeld woonplaats kan met opleidingskeuze en reistijd samenhangen.

Antwoord Een statistisch groepsverschil bewijst geen oorzaak.

Uitwerkingen · Gemengd oefenen

1 Een vergelijking opnieuw

	Ja	Nee	Totaal
A	60	40	100
B	30	70	100
Totaal	90	110	200

a A: $\frac{60}{100}\times100=60{,}00\%$; B: $\frac{30}{100}\times100=30{,}00\%$.

Antwoord Verschil 30,00 procentpunt.

b $\text{phi}=\frac{(60\times70-40\times30)}{\sqrt{((100)\times(100)\times(90)\times(110))}}=0{,}301511$.

Antwoord Volgens de beslisregel is het verschil middelmatig. Gebruik de ongeronde waarde.

2 Verdelingen terughalen

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	20	50
10 tot 20	50	70
20 tot 30	70	50
30 tot 40	60	30

a A:10,00; 35,00; 70,00; 100,00. B:25,00; 60,00; 85,00; 100,00.

Antwoord Elke reeks eindigt op 100%; de groepstotalen zijn 200 en 200.

b Absolute verschillen:15,00; 25,00; 15,00; 0,00 procentpunt.

Antwoord Max Vcp=25,00 procentpunt, onder andere bij grens 20.

c Controleer eerst of beide groepen meer dan 100 waarnemingen hebben.

Antwoord Het verschil is middelmatig volgens deze regel.

3 Een ander kenmerk

a $E=\frac{(45-39)}{(0{,}5\times(6+10))}=0{,}750000$.

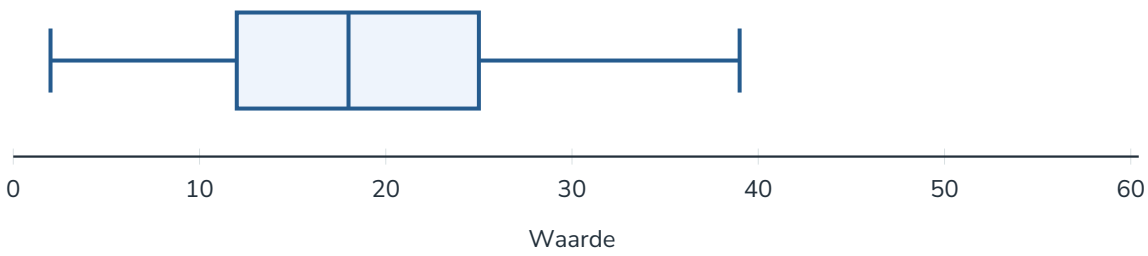
Antwoord $E\approx 0{,}750$.

b Vergelijk de ongeronde E met 0,4 en 0,8. A heeft gemiddelde 45 en B 39.

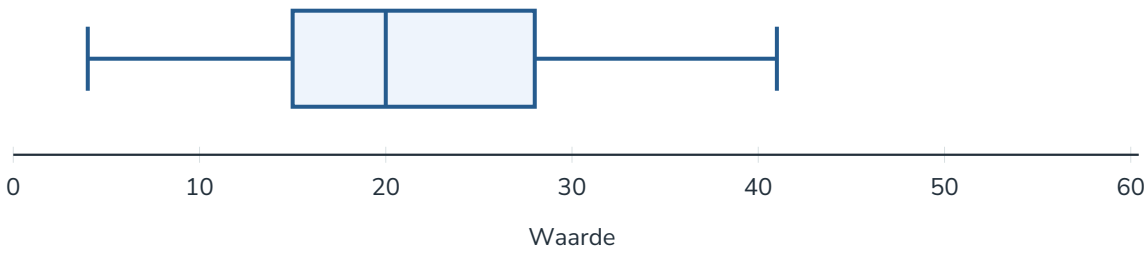
Antwoord Het verschil is middelmatig; A ligt gemiddeld hoger.

4 Nieuwe kwartielen

Groep A



Groep B



a A: mediaan 18, IQR=25−12=13. B: mediaan 20, IQR=28−15=13.

Antwoord Vergelijk centrum en spreiding afzonderlijk.

b De boxen zijn [12;25] en [15;28]; medianen 18 en 20.

Antwoord Het verschil is gering. De boxen overlappen en beide medianen liggen binnen de andere box.

Uitwerkingen · Gericht verder oefenen

5 De noemer herstellen

	Ja	Nee	Totaal
A	12	18	30
B	40	60	100
Totaal	52	78	130

a A: $\frac{12}{30}\times100=40{,}00\%$; B: $\frac{40}{100}\times100=40{,}00\%$.

Antwoord Verschil 0,00 procentpunt.

b $\text{phi}=\frac{(12\times60-18\times40)}{\sqrt{((30)\times(100)\times(52)\times(78))}}=0{,}000000$.

Antwoord Volgens de beslisregel is het verschil gering. Gebruik de ongeronde waarde.

6 De grens herstellen

a |phi|=0,4: middelmatig; E=0,4: gering; maxVcp=40: middelmatig.

Antwoord De grensregels zijn niet onderling uitwisselbaar.

b Het minteken hangt af van volgorde van categorieën; de absolute waarde is 0,4.

Antwoord Het verschil blijft middelmatig.

7 De oorzaak herstellen

a Hoe zijn respondenten geselecteerd? Welke andere factoren, zoals motivatie of beginscore, spelen mee?

Antwoord Selectie en causaliteit moeten apart worden onderzocht.

b Onder de onderzochte respondenten gaan appgebruik en studieresultaat samen.

Antwoord De oorzaak en reikwijdte zijn daarmee niet vastgesteld.

Uitwerkingen · Nieuwe controle

8 Een nieuwe cumulatieve controle

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	15	45
10 tot 20	45	60
20 tot 30	45	30
30 tot 40	45	15

a A:10,00; 40,00; 70,00; 100,00. B:30,00; 70,00; 90,00; 100,00.

Antwoord Elke reeks eindigt op 100%; de groepstotalen zijn 150 en 150.

b Absolute verschillen:20,00; 30,00; 20,00; 0,00 procentpunt.

Antwoord Max Vcp=30,00 procentpunt, onder andere bij grens 20.

c Controleer eerst of beide groepen meer dan 100 waarnemingen hebben.

Antwoord Het verschil is middelmatig volgens deze regel.

9 Een nieuwe effectcontrole

a $E=\frac{(64-57)}{(0{,}5\times(7+9))}=0{,}875000$.

Antwoord $E\approx0{,}875$.

b Vergelijk de ongeronde E met 0,4 en 0,8. A heeft gemiddelde 64 en B 57.

Antwoord Het verschil is groot; A ligt gemiddeld hoger.

Uitwerkingen · Test jezelf

10 Een afhaalsysteem

	Ja	Nee	Totaal
A	72	48	120
B	36	84	120
Totaal	108	132	240

a A: $\frac{72}{120}$=60%; B: $\frac{36}{120}$=30%.

Antwoord Beide rijtotalen zijn 120; verschil 30 procentpunt.

b $\frac{(72\times84-48\times36)}{\sqrt{(120\times120\times108\times132)}}\approx0{,}301511$.

Antwoord Phi≈0,302.

c 0,2<0,301511≤0,4.

Antwoord Middelmatig.

d De percentages wisselen van groepslabel; phi wordt −0,301511.

Antwoord De richting wordt anders beschreven, de verschilgrootte blijft gelijk.

11 Afstanden tot een voorziening

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	20	50
10 tot 20	30	80
20 tot 30	100	50
30 tot 40	50	20

a A:10,00; 25,00; 75,00; 100,00. B:25,00; 65,00; 90,00; 100,00.

Antwoord Elke reeks eindigt op 100%; de groepstotalen zijn 200 en 200.

b Absolute verschillen:15,00; 40,00; 15,00; 0,00 procentpunt.

Antwoord Max Vcp=40,00 procentpunt, onder andere bij grens 20.

11 Afstanden tot een voorziening (vervolg)

Klasse (min)	A	B
0 tot 10	20	50
10 tot 20	30	80
20 tot 30	100	50
30 tot 40	50	20

c Controleer eerst of beide groepen meer dan 100 waarnemingen hebben.

Antwoord Het verschil is middelmatig volgens deze regel.

d $\frac{(4,8-3,6)}{(0,5(1,2+1,8))}=\frac{1,2}{1,5}=0,8$.

Antwoord E=0,8.

12 Verschillen beschrijven

a $0,4<0,8\leq 0,8$.

Antwoord Middelmatig.

b Er is overlap[20;24], maar 18 ligt buiten de tweede box en 26 buiten de eerste box.

Antwoord Middelmatig.

c Nee, de gemiddelden en standaardafwijkingen ontbreken.

Antwoord De beschikbare kwartielen onderbouwen een boxplotvergelijking.

d Vrij sterke positieve samenhang met een opvallende afwijking; controleer de afwijkende waarneming.

Antwoord Grotere afstand gaat meestal met langere reistijd samen.

13 Een onderzoeksbericht

a Al tevredener mensen of mensen met meer contacten kunnen vaker A kiezen.

Antwoord Selectie of een derde variabele kan het samenhangpatroon verklaren.

b Phi; de vier absolute aantallen met niet-lege rij-en kolomtotalen.

Antwoord Gebruik ook de percentages per groep voor de richting.

c Onder de zelfgekozen respondenten is het ja-aandeel van A 22 procentpunt hoger.

Antwoord Geen bewezen oorzaak en geen onderbouwde generalisatie naar alle bewoners.