Uitwerkingen · Wat weet je nog?

1 Een percentage terughalen

a $\frac{(92-80)}{80}\times 100=15$.

Antwoord 15%.

b $\frac{80}{92}=\frac{20}{23}\approx 0{,}869565$.

Antwoord De terugfactor is ongeveer 0,869565.

2 Een grootheid terughalen

a 2,5 uur=150 minuten;$6\times 150=900$.

Antwoord 900 liter.

b Minuten in het debiet en uren in de duur.

Antwoord Tijdseenheden moeten gelijk zijn.

3 Verandering herkennen

a Het verschil is telkens 6. Een lineaire voortzetting geeft 58.

Antwoord 58; drie waarden bewijzen niet dat dit patroon zal blijven gelden.

4 Een groeifactor

a 0,93 en $0{,}93^3=0{,}804357$.

Antwoord De driemaandsfactor is 0,804357.

5 Aandeel en basis

a $\frac{90}{240}\times 100=37{,}5$.

Antwoord 37,5%.

b Nee: dit is een steekproefaandeel. De selectie en de onzekerheid moeten worden beoordeeld.

Antwoord Een steekproefuitkomst is geen exact populatiepercentage.

6 Spreiding

a Groep B heeft volgens deze maat meer spreiding. De vorm van de verdelingen en eventuele uitschieters zijn niet bekend.

Antwoord Het gemiddelde alleen beschrijft de verdelingen niet volledig.

Uitwerkingen

Paragraaf 12.1 · opgaven 1–16

Rekenen in een onbekende context

1 Een korting terugrekenen

a $\frac{306}{0{,}85}=360$;15% van 360=54.

Antwoord De oorspronkelijke prijs was €360.

b De 15% korting was een percentage van de oude prijs, niet van 306.

Antwoord De basis is anders.

2 Twee aandelen

a $0{,}35\times240=84$;$0{,}42\times300=126$.

Antwoord 84 en 126 jeugdleden.

b Aantal:+50%; aandeel:+7 procentpunt en relatief+20%.

Antwoord Dit zijn drie verschillende veranderingen.

3 Een mengverhouding

a Er zijn 8 delen;$\frac{18}{8}=2{,}25$.

Antwoord 2,25 liter concentraat.

b 2×8=16 liter;$\frac{16}{0{,}75}\approx21{,}33$.

Antwoord 21 volle flessen;0,25 liter blijft over.

4 Verlies bij bestellen

a $37{,}5\times1{,}08=40{,}5$;$\frac{40{,}5}{2{,}2}\approx18{,}41$.

Antwoord 19 pakken.

b $19\times2{,}2-37{,}5=4{,}3$.

Antwoord 4,3 m^2; dit omvat de marge en het afronden op pakken.

Formules inzetten

5 Een formule vrijmaken

a $h=\frac{V}{(\pi r^2)}=240\pi/(16\pi)=15$.

Antwoord $h=15$.

b r^2 wordt viermaal zo groot, dus h wordt viermaal zo klein.

Antwoord h wordt een kwart.

6 Formules koppelen

a $M=1{,}5\times0{,}8L=1{,}2L$.

Antwoord $M=1{,}2L$.

b $L\leq\frac{25}{1{,}2}\approx20{,}833$.

Antwoord Hoogstens ongeveer 20,83 meter.

7 Een breukmodel

a $G-4=\frac{120}{n}$; $n(G-4)=120$.

Antwoord $n=\frac{120}{(G-4)}$, met $G>4$.

b $n=\frac{120}{6}=20;\frac{120}{20}+4=10$.

Antwoord $n=20$.

8 Een formule herzien

a $1{,}05(90+2{,}4x)=94{,}5+2{,}52x$.

Antwoord $K_{nieuw}=94{,}5+2{,}52x$.

b Oud 450; nieuw 472,5; verschil 22,5. Ook $0{,}05\times450=22{,}5$.

Antwoord €22,50.

Je eigen antwoord controleren

9 Een uitkomst toetsen

a $\frac{84}{56}=1{,}5$; km gedeeld door $\frac{\text{km}}{\text{uur}}$ geeft uur.

Antwoord 1,5 uur, oftewel 90 minuten.

b Een rit van 84 km duurt bij een snelheid van 56 $\frac{\text{km}}{\text{uur}}$ meer dan één uur.

Antwoord 1,5 minuut is niet plausibel.

10 Een vergelijking controleren

a $5\times7{,}2-12=24$, niet 48. Correct:$5x=60$; $x=12$.

Antwoord $x=12$.

b $\frac{(48-12)}{5}=7{,}2$ in plaats $\frac{\text{van}(48+12)}{5}$.

Antwoord Bij het verplaatsen is het verkeerde teken gebruikt.

11 Eenheden door de keten

a $\frac{1250\text{g}}{(\frac{250\text{g}}{\text{m}^2})}=5\text{m}^2$.

Antwoord 5m^2.

b $5\times0{,}80=4$.

Antwoord 4m^2.

Gericht herstel aantonen

12 Een fout gericht herstellen

a De tweede 20% heeft de hogere prijs als basis. Herstel: groeifactoren vermenigvuldigen.

Antwoord De totale factor is $1{,}2\times0{,}8=0{,}96$.

b $75\times1{,}1\times0{,}9=74{,}25$.

Antwoord €74,25; de nieuwe controle toont 1% nettoafname.

13 Een andere formulefout

a Eerst 8 aftrekken, daarna de hele teller door 3 delen.

Antwoord $L=\frac{(M-8)}{3}$.

b $L=\frac{(53-8)}{3}=15;3\times15+8=53$.

Antwoord $L=15$; terugsubstitutie bevestigt het herstel.

14 Wat ging mis?

a Oefen factoren vermenigvuldigen; maak eenheden eerst gelijk; controleer een heel aantal tegen de vereiste hoeveelheid.

Antwoord Drie gerichte acties, in plaats van alleen meer oefenen.

b $200\times1{,}12\times0{,}95=212{,}8$;0,4 uur=24 min, dus 72 liter;$\frac{31}{8}=3{,}875$ dus 4 rollen.

Antwoord 212,8;72 liter;4 rollen.

15 Zelfstandig combineren

a 2 uur=120 minuten, dus $m=12$; $K=36+9{,}6=45{,}6$.

Antwoord €45,60.

b De variabele is in tientallen minuten.50 minuten betekent $m=5$; $K=40$.

Antwoord €40; de eenheid van m is hersteld.

c $m=\frac{(K-36)}{0{,}8}$; bij $K=44$ volgt $m=10$, dus 100 minuten. Terug:$36+0{,}8\times10=44$.

Antwoord $m=\frac{(K-36)}{0{,}8}$; de klus duurt 100 minuten.

16 Een onafhankelijke controle

a $\frac{492}{0{,}82}=600;600\times0{,}82=492$.

Antwoord 600 kg.

b Die bewerking geeft 580,56; daar 18% afgeeft 476,0592, niet 492.

Antwoord Terugsubstitutie ontdekt dat de verkeerde basis is gebruikt.

Uitwerkingen

Paragraaf 12.2 · opgaven 1–18

Een model kiezen

1 Kisten opslaan

a $\frac{(170-86)}{(50-20)}=2{,}8$; $86-20\times2{,}8=30$.

Antwoord $K=30+2{,}8n$, met K in euro en n het aantal kisten.

b 30 is het vaste bedrag; 2,8 is de prijs per kist. $K(20)=86$ en $K(50)=170$.

Antwoord Beide gegeven prijzen passen bij de formule.

c $30+2{,}8n<10+3{,}3n$ geeft $n>40$.

Antwoord Vanaf 41 kisten is het eerste bedrijf goedkoper.

2 Een databestand

a $g^2=\frac{500}{320}=1{,}5625$, dus $g=1{,}25$.

Antwoord $B=320\times1{,}25^t$.

b Eerste jaar: $400-320=80$ GB. Derde jaar: $625-500=125$ GB.

Antwoord $125>80$; een vast percentage geeft hier een toenemende absolute groei.

3 Water voor planten

a $\frac{(141-45)}{12}=8$ liter per minuut.

Antwoord $V=45+8t$.

b $45+8t=325$ geeft $t=35$.

Antwoord $0\le t\le35$; na 35 minuten past dit model niet zonder overloop of uitschakeling.

Een grens bepalen

4 Twee installaties

a A: 600; 780; 960; 1140; 1320; 1500. B: 500; 661,25; 874,503; 1156,530; 1529,511; 2022,779.

Antwoord A ligt aanvankelijk voor; tussen 4 en 6 uur haalt B A in.

b Los $600+90t=500\times1{,}15^t$ numeriek op in $0\leq t\leq12$. Dit geeft $t\approx5{,}760295$ en een waarde van ongeveer 1118,43.

Antwoord Na ongeveer 5,76 uur zijn de aantallen gelijk; daarna ligt B voor.

5 Een grens voor materiaal

a $800\times0{,}94^7\approx518{,}78$ en $800\times0{,}94^8\approx487{,}66$.

Antwoord Op dag 8.

b $(1-0{,}94^7)\times100\approx35{,}15$.

Antwoord Ongeveer 35,2% per week.

6 Een gewenste groei

a $g=(\frac{35000}{24000})\text{^}(\frac{1}{4})\approx1{,}098915$. Het groeipercentage is $(g-1)\times100\approx9{,}8915\%$.

Antwoord Ongeveer 9,89% per jaar.

b $2750=\frac{(35000-24000)}{4}$ is een vast verschil, terwijl het exponentiële model een vast percentage heeft.

Antwoord De eindwaarden zijn gelijk, maar de tussenliggende voorspellingen verschillen.

7 Een bestelgrens

a $18+4{,}20n<4{,}65n$ geeft $n>40$.

Antwoord Voor 41 of meer artikelen.

b $0{,}92\times4{,}65n=4{,}278n$; $18<0{,}078n$ geeft $n>230{,}769\ldots$

Antwoord Vanaf 231 artikelen is A voordeliger.

8 Een andere tijdseenheid

a $t=\frac{m}{12}$, dus $Q=75\times(1{,}6\text{^}(\frac{1}{12}))^m$.

Antwoord $Q\approx75\times1{,}039944^m$; gebruik bij verdere berekeningen de ongeronde factor.

b $75\times1{,}6\text{^}(\frac{7}{12})\approx98{,}66$ en $75\times1{,}6\text{^}(\frac{8}{12})\approx102{,}60$.

Antwoord Na 8 hele maanden.

Parameters en geldigheid

9 Bezoekers voorspellen

a $t=4$; $N=1800\times1{,}08^4\approx2448{,}88$.

Antwoord 1800 is het beginaantal; de jaarlijkse groei is 8%; in 2030 ongeveer 2449 bezoekers.

b Het model groeit zonder bovengrens, terwijl er hoogstens 3000 plaatsen zijn.

Antwoord Er is een capaciteitsgrens en de jaarlijkse groei hoeft niet constant te blijven.

10 Een gedeelde rekening

a 720 euro wordt verdeeld; elke deelnemer betaalt daarnaast 12 euro. $\frac{720}{n}$ nadert 0.

Antwoord K nadert €12 van boven; €12 wordt bij een eindige groep niet bereikt.

b $\frac{720}{n}\leq18$ geeft $n\geq40$.

Antwoord Minimaal 40 deelnemers.

11 Meetgegevens en model

a Model: 100; 120; 144; 172,8. Absolute verschillen: 0; 1; 1; 1,8.

Antwoord 1,8 eenheden bij $t=3$.

b De controle betreft alleen vier metingen in de eerste drie uur. Voor $t=24$ wordt ver buiten dat interval voorspeld.

Antwoord De voorspelling is niet bewezen; latere metingen en kennis van de omstandigheden zijn nodig.

12 Een parameter wijzigen

a Oud bij t=5: 550. Nieuw: 600. Helling $\frac{(600-250)}{5}=70$.

Antwoord $W_{nieuw}=250+70t$.

b $\frac{50}{550}\times100\approx9{,}09\%$.

Antwoord De verhoging is ongeveer 9,1%; delen door de beginwaarde 250 gebruikt de verkeerde basis.

13 Een buffer

a $V=1200\times0{,}85^{d}$.

Antwoord 1200 liter is de begininhoud; per dag verdwijnt 15%.

b $1200\times0{,}85^{6}\approx452{,}58$. De omstandigheden zijn alleen voor tien dagen aangenomen.

Antwoord Na zes dagen ongeveer 453 liter; dag 100 ligt buiten de onderbouwde periode.

Een redenering laten zien

14 Een uitspraak aantonen

a $A-B=60-1{,}5x$. Bij $x=60$ is $A-B=-30$.

Antwoord A is dan €30 goedkoper.

b $A(60)=216$ en $B(60)=246$.

Antwoord 246−216=30 euro.

15 Een beginwaarde terugvinden

a $N0=\frac{17561{,}6}{1{,}12^{3}}=12500$; $12500\times1{,}12^{3}=17561{,}6$.

Antwoord De beginwaarde is 12 500.

b De jaarlijkse toename heeft telkens een andere basis. Terugrekenen vraagt deling door $1{,}12^{3}$.

Antwoord De omgekeerde factor is $\frac{1}{1{,}12^{3}}$, niet $1-3\times0{,}12$.

16 Twee verkeerde redeneringen

a Door twee positieve punten passen zowel een lineair als een exponentieel model. De jaarfactor is $\sqrt{1{,}44}=1{,}2$.

Antwoord Twee punten bewijzen geen groeivorm; het groeipercentage is 20% per jaar.

b Meer meetpunten met vergelijkbare omstandigheden en inhoudelijke kennis van het groeiproces.

Antwoord Controleer verschillen en verhoudingen bij gelijke tijdstappen.

17 Een nieuwe vergoeding

a $38h>150+28h$ geeft $h>15$. Bij $h=15$ zijn beide €570; bij $h=16$ is B hoger.

Antwoord Vanaf 16 uur.

b De gelijkheidsgrens stijgt van 15 naar 21 uur: 40%. Het eerste hele voordelige aantal stijgt van 16 naar 22: 37,5%.

Antwoord De uitspraak klopt voor de gelijkheidsgrens, maar niet voor het eerste hele aantal uren waarbij B meer oplevert.

18 Een reserve

a $R=18000\times(\frac{4}{3})\wedge(\frac{t}{5})$; $R(8)\approx28521{,}64$.

Antwoord Na acht jaar ongeveer €28 522.

b $(\frac{4}{3})\wedge(\frac{t}{5})=2$ geeft $t\approx12{,}047$.

Antwoord Ongeveer 12,05 jaar.

Uitwerkingen

Paragraaf 12.3 · opgaven 1–16

Gegevens doelgericht lezen

1 Een verdeling lezen

Aantal boeken	0	1–2	3–4	5 en meer
Aantal leden	20	80	70	30

a Minstens drie: 3–4 of 5 en meer. $\frac{(70+30)}{200}=0{,}50$.

Antwoord 50% van de steekproef.

b De aantallen binnen 3–4 en binnen 5 en meer zijn niet bekend. De laatste categorie heeft bovendien geen bovengrens.

Antwoord Nee; daarvoor zijn de afzonderlijke aantallen of aanvullende informatie nodig.

c $0{,}50 \pm 2\sqrt{(0{,}50\times\frac{0{,}50}{200})} \approx 0{,}50 \pm 0{,}0707$.

Antwoord Ongeveer 42,9% tot 57,1%, mits de selectie voldoende representatief en de waarnemingen voldoende onafhankelijk zijn.

2 Een gemiddelde in een kop

a Gemiddelde$=\frac{(15\times8+5\times48)}{20}=18$. De middelste twee waarden zijn beide 8.

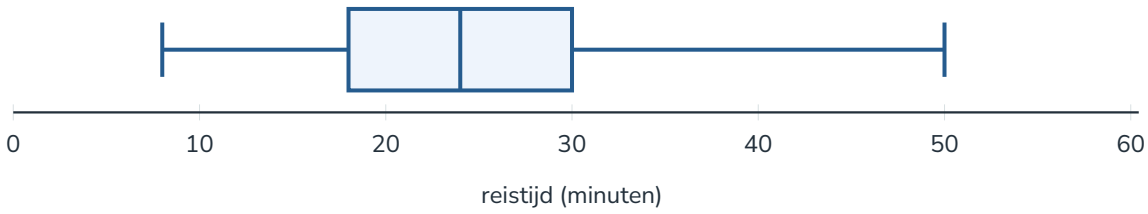
Antwoord Gemiddelde 18 minuten; mediaan 8 minuten.

b De lange wachttijden trekken het gemiddelde omhoog. Doorsnee is zonder definitie onduidelijk.

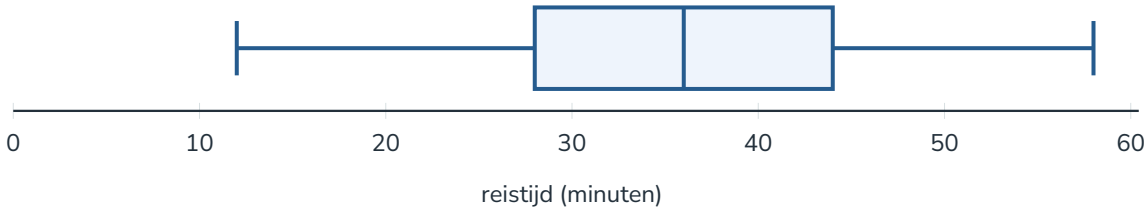
Antwoord Bijvoorbeeld: “Gemiddelde wachttijd 18 minuten; de helft wacht hoogstens 8 minuten.”

3 Een diagram vergelijken

Groep A



Groep B



a A: mediaan 24, kwartielafstand 30−18=12. B: mediaan 36, kwartielafstand 44−28=16.

Antwoord A: 24 en 12 minuten; B: 36 en 16 minuten.

b De boxen [18,30] en [28,44] overlappen. Mediaan A=24 ligt buiten box B en mediaan B=36 buiten box A.

Antwoord Het verschil is middelmatig volgens de boxplotregels.

Een passende maat kiezen

4 Een verschil meten

a $E=|64-58|/(\frac{(8+12)}{2})=\frac{6}{10}=0{,}6$.

Antwoord De effectgrootte is 0,6: een middelmatig verschil.

b Er is niets gezegd over willekeurige toewijzing of vergelijkbaarheid vóór de training.

Antwoord Andere groepsverschillen kunnen de uitkomst verklaren.

5 Twee antwoorden

a De rijen zijn (140,60) en (100,100). $\varphi=\frac{(140\times100-60\times100)}{\sqrt{(200\times200\times240\times160)}}\approx0{,}2041$.

Antwoord $|\varphi|\approx0{,}204$: een middelmatig verschil.

5 Twee antwoorden (vervolg)

b 70% versus 50%: 20 procentpunt.

Antwoord Het verschil van 20 procentpunt is geen φ-waarde; de maten gebruiken verschillende berekeningen.

6 Een onzeker gemiddelde

a $32 \pm 2 \times \frac{9}{\sqrt{144}} = 32 \pm 1{,}5$.

Antwoord 30,5 tot 33,5 minuten.

b $2 \times \frac{9}{\sqrt{n}} \leq 1$ geeft $\sqrt{n} \geq 18$, dus $n \geq 324$.

Antwoord Minimaal 324 waarnemingen.

7 Geordende categorieën

Tot en met	Slecht	Matig	Goed	Uitstekend
Groep A (%)	12	28	70	100
Groep B (%)	20	52	88	100

a Absolute verschillen: 8, 24, 18 en 0 procentpunt; maxVcp=24. Beide groepen bevatten meer dan 100 personen.

Antwoord Het verschil is middelmatig.

b Groep A heeft bij elke niet-laatste grens een kleiner cumulatief percentage in de lage categorieën.

Antwoord Groep A beoordeelt de dienst hoger.

Een begrensde conclusie

8 Een peiling via een website

a Nee. Vrijwillige deelname en websitebezoek kunnen samenhangen met de mening. Een interval behandelt toevallige steekproefvariatie, niet deze selectiebias.

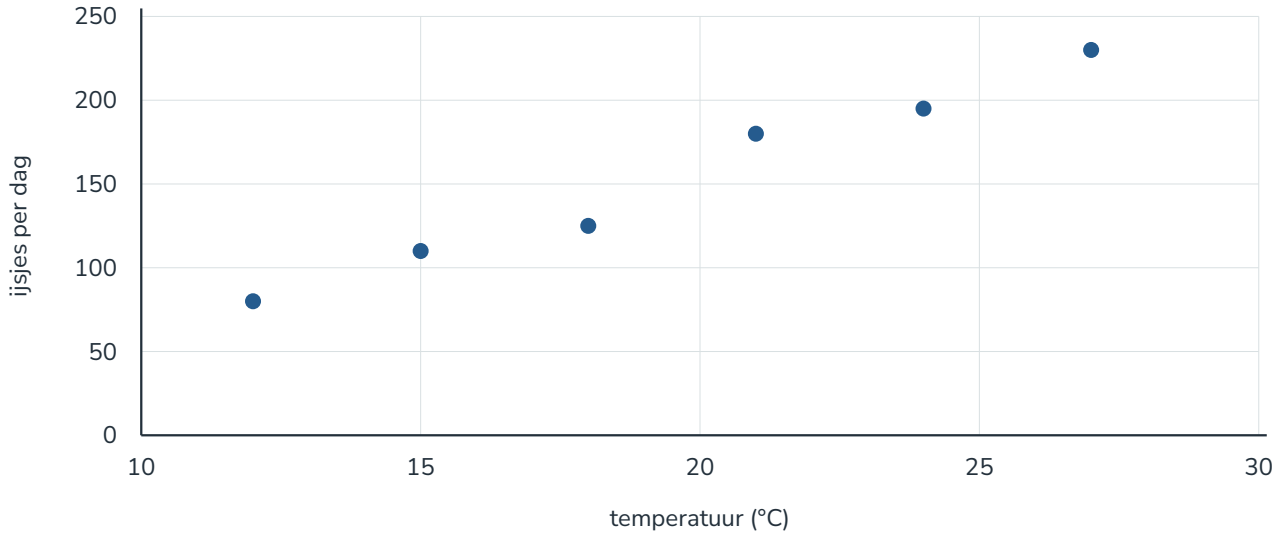
Antwoord De representativiteit is niet aangetoond.

8 Een peiling via een website (vervolg)

b Trek aselect inwoners uit een geschikt register en benader hen actief. Controleer vervolgens wie niet reageert.

Antwoord Aselecte uitnodiging met aandacht voor non-respons.

9 Een verband in een puntenwolk



a De verkoop neemt toe bij hogere temperatuur; de punten liggen vrij dicht bij een stijgende rechte lijn.

Antwoord Een duidelijk positief, ongeveer lineair verband in deze gegevens.

b Nee. Een verband geeft geen oorzakelijke richting. Temperatuur kan verkoop beïnvloeden, en andere factoren zoals vrije dagen spelen mee.

Antwoord Een dergelijke causale uitspraak volgt niet uit de puntenwolk.

10 Een interval voor steun

a $p=\frac{375}{625}=0{,}6$; $\text{marge}=2\sqrt{(0{,}6\times\frac{0{,}4}{625})}\approx 0{,}03919$.

Antwoord Ongeveer 56,1% tot 63,9%.

b Het gehele interval ligt boven 50%.

Antwoord Onder de steekproefaannamen ondersteunen de gegevens een meerderheid; het exacte populatiepercentage blijft onzeker.

11 Verpakkingen

a $492=500-2\times4$ en $508=500+2\times4$.

Antwoord Ongeveer 95%.

b De onderste staart buiten twee standaardafwijkingen is ongeveer 2,5%. Dat is gemiddeld ongeveer 25 per 1000, niet precies in elke groep.

Antwoord Ongeveer 2,5%; afzonderlijke groepen variëren.

Een claim beoordelen

12 Een overtuigende kop?

a Het is een observationele vergelijking zonder willekeurige toewijzing. Gezondheid, werkrooster of andere factoren kunnen beide beïnvloeden.

Antwoord De kop trekt een causale conclusie die de opzet niet bewijst.

b Beschrijf alleen het waargenomen groepsverschil, met de onderzochte populatie en periode.

Antwoord In deze steekproef rapporteerden sporters gemiddeld een langere slaapduur dan niet-sporters.

13 Een kleine groep wegpoetsen

a De werkelijke n blijft 80. Met n=1000 rekenen maakt de marge ten onrechte kleiner.

Antwoord Een percentage opschalen creëert geen extra onafhankelijke waarnemingen.

b Juist: $2\sqrt{(0{,}55\times\frac{0{,}45}{80})}\approx0{,}1112$. Onjuist: $2\sqrt{(0{,}55\times\frac{0{,}45}{1000})}\approx0{,}0315$.

Antwoord Ongeveer 11,1 tegenover 3,1 procentpunt.

14 Grenzen verkeerd lezen

a E=0,8 hoort bij middelmatig; pas boven 0,8 is het verschil groot. Een interval voor het gemiddelde betreft een populatieparameter, niet het aandeel individuele waarden.

Antwoord Beide uitspraken zijn onjuist.

b Bij herhaalde vergelijkbare steekproeven bevat ongeveer 95% van de zo berekende intervallen de vaste populatieparameter.

Antwoord De 95% beschrijft de betrouwbaarheid van de procedure.

15 Een serviceonderzoek

a $7{,}2 \pm 2 \times \frac{1{,}4}{\sqrt{400}} = 7{,}2 \pm 0{,}14$.

Antwoord 7,06 tot 7,34.

b Het interval gaat over het gemiddelde, niet over individuele beoordelingen.

Antwoord Het benaderende 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de gemiddelde klantbeoordeling loopt van 7,06 tot 7,34.

16 Een grensgeval

a $E = \frac{4}{10} = 0{,}4$.

Antwoord Het verschil is gering: 0,4 hoort bij de onderste categorie.

b De maat beschrijft het verschil ten opzichte van de spreiding. De onderzoeksopzet bepaalt of een causale conclusie verdedigbaar is.

Antwoord Een verschilmaat bewijst geen oorzaak.

Uitwerkingen

Paragraaf 12.4 · opgaven 1–10

Eerst zelf kiezen

1 Een buurtwerkplaats

a $96+7n<15n$ geeft $n>12$.

Antwoord Vanaf 13 bezoeken.

b $\frac{168}{280}\times100=60$.

Antwoord 60%.

c Bij 12 bezoeken zijn beide prijzen €180. Het gaat om strikt goedkoper, dus $n=13$.

Antwoord Herstel bij 12.2-L2: de gehele grens en de betekenis van de ongelijkheid.

d $70+5n<12n$ geeft $n>10$. Bij 10 gelijk, bij 11 is het abonnement goedkoper.

Antwoord Vanaf 11 bezoeken; de gelijkheidsgrens is nu correct onderscheiden.

2 Een waterpunt

a $80\times15\times12=14400$ liter; $2400+0{,}04\times14400=2976$.

Antwoord €2976.

b $\frac{2976}{14400}\approx0{,}206667$.

Antwoord Ongeveer €0,207 per liter.

c De vaste aanlegkosten zijn niet over de totale afname verdeeld.

Antwoord De bijdrage van de aanlegkosten ontbreekt.

d $\frac{(1800+0{,}04\times9000)}{9000}=0{,}24$.

Antwoord €0,24 per liter.

3 Een reparatiepool

a $400\times1{,}18^3\times1{,}4=920{,}098$.

Antwoord Ongeveer 920 reparaties per jaar.

3 Een reparatiepool (vervolg)

b Vraag na 2 jaar: $560\times1{,}18^2=779{,}744$. Na 3 jaar: 920,09792.

Antwoord In jaar 3.

c Het gebruikersaantal groeit ieder jaar met 18% en de gemiddelde reparatievraag blijft 1,4 per gebruiker.

Antwoord De conclusie geldt onder beide aannamen.

d $1{,}18\times0{,}95=1{,}121$.

Antwoord De totale vraag groeit dan met 12,1% per jaar.

Een samenhangend antwoord

4 Een buurtpeiling

a $\frac{248}{400}=0{,}62$; $\frac{(500-400)}{500}=0{,}20$.

Antwoord 62% steun; 20% non-respons.

b $0{,}62\pm2\sqrt{(0{,}62\times\frac{0{,}38}{400})}\approx0{,}62\pm0{,}04854$.

Antwoord Ongeveer 57,1% tot 66,9%.

c Als alle 100 niet-respondenten tegen zijn, steunen 248 van 500 uitgenodigden het project: 49,6%.

Antwoord Selectieve non-respons kan een meerderheid onder respondenten veranderen in minder dan de helft onder alle uitgenodigden.

d Het interval ligt boven 50%, maar dat geldt onder de representativiteitsaanname. De gevoeligheidsberekening laat zien dat die aanname belangrijk is.

Antwoord De respondenten steunen het project in meerderheid; voor alle inwoners hangt de conclusie mede af van de non-respons.

Nakijken met bewijs

5 Een nakijkgesprek

a $120\times1{,}08^4=163{,}2586752$.

Antwoord Ongeveer 163,26.

5 Een nakijkgesprek (vervolg)

b De relatie is onjuist en de berekening van het gevraagde model ook. Een correcte interpretatie van de juiste uitkomst ontbreekt.

Antwoord 0 van 3 punten volgens dit model; een geldige vervolginterpretatie op een eigen fout is in dit fragment niet gegeven.

c 12.2-L1 en 12.1-L1: vaste procentuele groei als herhaalde vermenigvuldiging herkennen.

Antwoord Werk groeifactoren uit H9 door en schrijf de vier factoren afzonderlijk op.

d $250\times1{,}06^3=297{,}754$.

Antwoord Ongeveer 297,75; de factor wordt driemaal vermenigvuldigd.

6 Een interval nakijken

a $48\pm2\times\frac{12}{\sqrt{225}}=48\pm1{,}6$.

Antwoord 46,4 tot 49,6.

b De factor 2 ontbreekt en n moet onder een wortel staan.

Antwoord 12.3-L2: het passende interval correct berekenen.

c De selectie, non-respons, onafhankelijkheid en of de benadering bruikbaar is.

Antwoord Een juiste formule herstelt geen ongeschikte steekproef.

d $31\pm2\times\frac{5}{\sqrt{100}}=31\pm1$.

Antwoord 30 tot 32; wijs beide herstelde onderdelen in je formule aan.

7 Een uitleendienst

a $600\times1{,}12^4\approx944{,}11$; $600\times1{,}12^5\approx1057{,}41$.

Antwoord Na 5 jaar.

b $p=\frac{156}{240}=0{,}65$; $\text{marge}=2\sqrt{(0{,}65\times\frac{0{,}35}{240})}\approx0{,}06158$.

Antwoord Ongeveer 58,8% tot 71,2%.

c 600 is de huidige populatieomvang; er zijn 240 geobserveerde steekproefleden.

Antwoord 12.3-L1 en 12.3-L2: steekproefgegevens selecteren en gebruiken.

7 Een uitleendienst (vervolg)

d Voldoende antwoord: concrete eigen stappen gekoppeld aan het antwoordmodel, bijvoorbeeld juiste jaarfactor maar onjuiste afronding op hele jaren.

Antwoord Een foutenanalyse noemt een aanwijsbare stap en het bijbehorende leerdoel.

Herstel controleren

8 Een nieuwe poging

a $\frac{184}{0{,}80}=230$.

Antwoord €230.

b 20% van 230 is 46; $230-46=184$.

Antwoord De opgegeven verkoopprijs komt terug.

c Er is gedeeld door de overgebleven factor 0,80. Er is niet 20% van 184 bijgeteld.

Antwoord De juiste basis is zichtbaar in de formule én de controle.

d Totale factor $1{,}10\times0{,}80=0{,}88$; $\frac{132}{0{,}88}=150$.

Antwoord €150.

9 Een statistische herkansing

a $22\pm2\times\frac{4}{\sqrt{64}}=22\pm1$.

Antwoord 21 tot 23.

b Correct: het berekende interval voor het populatiegemiddelde loopt van 21 tot 23. Onjuist: 95% van de personen heeft een waarde tussen 21 en 23.

Antwoord De parameter en de individuele waarden zijn verschillende grootheden.

c $22\pm2\times4$ geeft 14 tot 30.

Antwoord Ongeveer 14 tot 30.

d Voor individuele waarden gebruik je de spreiding S, voor het gemiddelde de onzekerheid $\frac{S}{\sqrt{n}}$.

Antwoord Een gemiddelde over meerdere waarnemingen varieert minder dan individuele waarden.

10 Een koelruimte

a $\frac{360}{n}+0{,}18<0{,}30$ geeft $n>3000$.

Antwoord Vanaf 3001 kratdagen.

b Bij n=3000 zijn de kosten precies €0,30. Onder €0,30 vraagt een strikt groter aantal.

Antwoord De gelijkheidsgrens is verward met de eerste toegestane gehele waarde.

c $\frac{450}{n}+0{,}15<0{,}25$ geeft $n>4500$.

Antwoord Vanaf 4501 kratdagen.

d Bij 4500 is het gemiddelde €0,25. Bij 4501 is het gemiddelde ongeveer €0,24998.

Antwoord 4500 voldoet niet; 4501 wel.

Uitwerkingen · Gemengd oefenen

1 Een renovatie

a $18000\times1{,}21-0{,}30\times18000=21780-5400=16380$.

Antwoord €16 380.

b Die berekening vermindert ook de btw met 30%. Het verschil is $5400\times0{,}21=1134$ euro.

Antwoord De subsidie geldt alleen over het bedrag exclusief btw.

2 Een capaciteit plannen

a $750\times1{,}09^4\approx1058{,}69$; $750\times1{,}09^5\approx1153{,}97$.

Antwoord Na 5 jaar.

b $750g^5\leq1100$ geeft $g\leq(\frac{1100}{750})\text{^}(\frac{1}{5})\approx1{,}0796085$.

Antwoord De jaarfactor is hoogstens $(\frac{1100}{750})\text{^}(\frac{1}{5})$. Gebruik deze ongeronde grens.

c De groei kan door capaciteit, veranderende belangstelling of prijsbeleid veranderen.

Antwoord De factor is een aanname voor de gehele periode.

3 Een serviceverschil

a $E=\frac{4}{5}=0{,}8$.

Antwoord Een middelmatig verschil.

b Er is geen gecontroleerde toewijzing; drukte, personeelsbezetting en klantenmix kunnen verschillen.

Antwoord De gegevens tonen een verschil, maar bewijzen niet de genoemde oorzaak.

4 Van diagnose naar herstel

a $800\times1{,}15\times0{,}90=828$; $\frac{(828-800)}{800}\times100=3{,}5\%$.

Antwoord De netto groei is 3,5%.

b Doel 12.1-L1: factoren en procentbasis. Nieuw: $250\times1{,}12\times0{,}92=257{,}6$; netto +3,04%.

Antwoord 257,6; de factoren zijn nu vermenigvuldigd in plaats van percentages opgeteld.

Uitwerkingen · Aanvullende SE-route

5 SE · Een activiteitenmiddag

a 6 boven 3 = 6!/(3!3!)=20.

Antwoord 20 keuzes.

b 6×5×4=120.

Antwoord 120 programma's.

c Alle keuzes 20. Verboden: beide speciale workshops plus één van de overige 4, dus 4.

Antwoord 16 keuzes.

d Het zijn elkaar uitsluitende alternatieven; 6+4=10.

Antwoord 10 keuzes; de somregel past.

e Voor iedere positie zijn 10 mogelijkheden: $10^3=1000$.

Antwoord 1000 codes.

f Totaal 1000; zonder 7 zijn er $9^3=729$.

Antwoord 271 codes; er wordt precies de groep zonder 7 afgetrokken.

6 SE · Gemiddelde verandering

a $s(2)=14$; $s(5)=65$; $\frac{(65-14)}{(5-2)}=17$.

Antwoord $17\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b $s(8)=152$; $\frac{(152-65)}{3}=29$.

Antwoord $29\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; over het latere interval is de gemiddelde snelheid hoger.

c De helling van de koorde tussen (2,14) en (5,65). De afstandstoename is over een interval gemiddeld.

Antwoord Een koorde beschrijft gemiddelde verandering, geen lokale verandering.

7 SE · Lokaal gedrag

a $h(1,9)=13,59$ en $h(2,1)=14,39$; $\frac{(14,39-13,59)}{0,2}=4$.

Antwoord Ongeveer $4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

7 SE · Lokaal gedrag (vervolg)

b Bij t=4 is de symmetrische helling 0; bij t=6 is die −4.

Antwoord Rond t=4 is de grafiek lokaal horizontaal; bij t=6 daalt de hoogte.

c $h(t)=18-(t-4)^2$. De hoogte stijgt tot t=4 en daalt daarna.

Antwoord Het maximum is 18 meter bij t=4.

d Je moet ook het gedrag aan weerszijden of de waarden op het hele domein beoordelen.

Antwoord Een nulhelling kan ook bij een minimum of een stationair buigpunt voorkomen.

8 SE · Een klein digitaal onderzoek

Groep	Reistijd (minuten)
A	12
A	15
A	18
A	21
A	24
A	30
B	15
B	18
B	21
B	24
B	27
B	33

a Bijvoorbeeld: verschillen de geregistreerde reistijden tussen groep A en groep B?

Antwoord Een vraag noemt groepen, variabele en vergelijking.

b Groep is nominaal; reistijd is kwantitatief en wordt in minuten gemeten.

Antwoord Twee kolommen met duidelijke koppen.

8 SE · Een klein digitaal onderzoek (vervolg)

Groep	Reistijd (minuten)
A	12
A	15
A	18
A	21
A	24
A	30
B	15
B	18
B	21
B	24
B	27
B	33

c Controleer groep op $\frac{A}{B}$, reistijd op numerieke niet-negatieve waarden en het totaal op 12 geldige metingen.

Antwoord Bewaar ruwe invoer en registreer eventuele correcties.

d Ruwe tabel, definities, correctieregels, formules en bestandsversie.

Antwoord Een reproduceerbaar bestand met een kort logboek.

e Elke groep heeft zes waarnemingen; tel de voorkomende tijden per groep.

Antwoord De groepsfrequenties tellen elk op tot 6.

f A: gemiddelde 20; S≈6,4807. B: gemiddelde 23; S≈6,4807.

Antwoord 20 en 23 minuten; beide S≈6,48 minuten.

g A: [12;15;19,5;24;30]. B: [15;18;22,5;27;33], bij kwartielen als medianen van halve lijsten.

Antwoord De boxplots gebruiken dezelfde schaal en een vermelde kwartieldefinitie.

8 SE · Een klein digitaal onderzoek (vervolg)

Groep	Reistijd (minuten)
A	12
A	15
A	18
A	21
A	24
A	30
B	15
B	18
B	21
B	24
B	27
B	33

h Som A=120, dus gemiddelde=$\frac{120}{6}$=20.

Antwoord Een handcontrole ondersteunt de controleerbaarheid.

i E=$\frac{3}{6{,}4807}$≈0,463.

Antwoord Middelmatig verschil volgens E; bij deze kleine samengestelde groepen is dit uitsluitend beschrijvend.

j Groep B heeft in deze twaalf metingen gemiddeld 3 minuten meer reistijd en dezelfde standaardafwijking.

Antwoord Er is geen representatieve steekproefopzet gegeven.

k De vijf onderdelen moeten bij elkaar passen; vermeld formules, selectie en gebruikte software.

Antwoord Een ander kan de berekening herhalen.

l Er zijn slechts zes metingen per groep en geen aselecte selectie. Trek bijvoorbeeld grotere aselecte steekproeven uit duidelijk gedefinieerde groepen.

Antwoord Een groter bestand alleen verhelpt geen selectiebias.

Uitwerkingen · Gericht verder oefenen

9 Herstel · Eenheden

a 2,25×60=135 minuten; 18×135=2430.

Antwoord 2430 onderdelen.

b Het tarief geldt per minuut, terwijl 2,25 in uren is gegeven.

Antwoord De tijdseenheden moeten overeenkomen.

10 Herstel · Groeimodel

a $g^3=\frac{266,2}{200}=1,331$; $g=1,1$.

Antwoord 1,1, dus 10% per jaar.

b $\frac{266,2}{1,1^3}=200$.

Antwoord De beginwaarde komt terug.

11 Herstel · Onzekerheid

a $36\pm2\times\frac{8}{\sqrt{100}}=36\pm1,6$.

Antwoord 34,4 tot 37,6.

b De formule gebruikt $\frac{S}{\sqrt{n}}$ om de onzekerheid van het gemiddelde te schatten.

Antwoord Het gaat om een populatiegemiddelde.

12 Herstel · Een antwoord afronden

a $300\times0,92^4\approx214,918$; $300\times0,92^5\approx197,724$.

Antwoord Dag 5.

b Op dag 4 is nog ongeveer 215 over, dus meer dan 200.

Antwoord De twee aangrenzende dagen onderbouwen de gehele grens.

Uitwerkingen · Nieuwe controle

13 Nieuwe controle · Basis

a $\frac{242}{0,88}=275$; $275\times0,88=242$.

Antwoord €275.

b $x=\frac{(K-75)}{2,5}$; $x=\frac{125}{2,5}=50$.

Antwoord $x=50$.

14 Nieuwe controle · Modellen

a V=450×1,6^($\frac{t}{4}$). Bij t=6 is V≈910,74; bij t=7 is V≈1024,29.

Antwoord Na 7 jaar.

b Constante groei is een modelaanname; omstandigheden en opslaggrenzen kunnen veranderen.

Antwoord De voorspelling geldt onder de gekozen aannamen.

15 Nieuwe controle · Onderzoek

a p=0,56; marge=$2\sqrt{(0,56\times\frac{0,44}{625})}\approx0,03971$.

Antwoord Ongeveer 52,0% tot 60,0%; het hele interval ligt boven 50%.

b Bijvoorbeeld n correct als 625 gebruiken, de marge als procentpunten interpreteren of de conclusie aan de representativiteitsaanname verbinden.

Antwoord Het bewijs verwijst naar een zichtbare juiste stap in de nieuwe uitwerking.

HELDER · EX-01

Wiskunde A · havo 5

Beoordelingsmodel

23 vragen · 180 minuten · maximaal 76 punten

Elke vraag heeft een eigen puntenverdeling. Tel alleen de genoemde gehele deelpunten; ken voor eenzelfde criterium niet tweemaal punten toe.

Wiskundig juiste alternatieve methoden krijgen de bijbehorende punten. Een rekenfout kost de punt(en) van die stap; correct vervolgwerk op een eigen fout kan punten verdienen als de moeilijkheid niet wezenlijk verandert en geen onmogelijke contextuitkomst wordt genegeerd.

Bij aflezen zijn kleine schaalafwijkingen aanvaardbaar als de aanpak en gevraagde afronding passen. Een onderbouwde inhoudelijk gelijkwaardige conclusie is toegestaan.

De maximumscore is 76. Er is geen officiële N-term of cijfernormering voor deze eigen oefentoets. Gebruik de score voor de foutenanalyse en spreek een eventuele schooleigen beoordeling vooraf af.

Een energiecoöperatie

1 Investering (3 punten)

a 1 punt: Prijs inclusief btw: $84000\times1{,}21=101640$.

1 punt: Subsidie: $0{,}25\times84000=21000$; resterend 80640.

1 punt: $\frac{80640}{60}=1344$.

Antwoord Ieder lid betaalt €1344.

2 Opbrengst (3 punten)

a 1 punt: Eigen gebruik: $32000\times0{,}72=23040$ kWh; verkoop: 8960 kWh.

1 punt: Waarde: $23040\times0{,}29+8960\times0{,}08=7398{,}40$ euro.

1 punt: Onderhoud aftrekken: $7398{,}40-950=6448{,}40$.

Antwoord €6448,40 in het eerste jaar.

3 Productie in latere jaren (3 punten)

a 1 punt: Jaarfactor $1-0{,}006=0{,}994$.

1 punt: $P(t)=32000\times0{,}994^t$.

1 punt: $P(12)\approx29770{,}532$ kWh.

Antwoord $P(t)=32000\times0{,}994^t$; na 12 jaar ongeveer 29771 kWh.

4 Een onderhoudsgrens (3 punten)

a 1 punt: Los $32000\times0{,}994^t<29000$ op of zoek de overgang.

1 punt: Bij t=16: 29062,44; bij t=17: 28888,07.

1 punt: Bij 16 nog boven 29000 en bij 17 eronder.

Antwoord Plan groot onderhoud bij t=17.

5 Een claim controleren (4 punten)

a 1 punt: $13 \times 6448{,}40 = 83829{,}20 > 80640$.

1 punt: De productie daalt, dus dezelfde jaaropbrengst dertienmaal gebruiken is niet onderbouwd.

1 punt: Tarieven, onderhoud of eigen gebruik kunnen veranderen; één passend tweede punt is voldoende.

1 punt: De rekensom bewijst de stellige conclusie zeker binnen 13 jaar niet.

Antwoord De vergelijking met een constante opbrengst is te beperkt om zekerheid over de terugverdientijd te geven.

Een bibliotheek onderzoekt gebruik

6 Steekproef en respons (4 punten)

a 1 punt: Respons: $\frac{480}{600}\times100=80\%$.

1 punt: $p=\frac{288}{480}=0{,}60$ en $n=480$.

1 punt: Marge$=2\sqrt{(0{,}60\times\frac{0{,}40}{480})}\approx0{,}04472$.

1 punt: Grenzen circa 55,5% en 64,5%.

Antwoord 80% respons; interval ongeveer 55,5% tot 64,5%.

7 Een nauwkeuriger peiling (3 punten)

a 1 punt: De marge is omgekeerd evenredig met $\sqrt{n}$; halveren vraagt viermaal n.

1 punt: $4\times480=1920$ respondenten.

1 punt: $\frac{1920}{0{,}80}=2400$ uitnodigingen.

Antwoord 1920 respondenten; naar verwachting minimaal 2400 uitnodigingen bij 80% respons.

8 Non-respons (3 punten)

a 1 punt: Er zijn 120 niet-respondenten.

1 punt: Ondergrens $\frac{288}{600}=48\%$; bovengrens $\frac{408}{600}=68\%$.

1 punt: De mogelijke uitkomsten liggen aan weerszijden van 50%; selectieve non-respons kan de meerderheidsclaim veranderen.

Antwoord Onder deze uitersten is het aandeel 48% tot 68%; non-respons kan de conclusie beïnvloeden.

9 Twee vestigingen (3 punten)

a 1 punt: $E=|54-42|/(\frac{(18+12)}{2})$.

1 punt: $E=\frac{12}{15}=0{,}8$.

1 punt: 0,8 valt in middelmatig, omdat groot pas boven 0,8 begint.

Antwoord Het verschil is middelmatig volgens de effectgrootte.

10 Een onderzoeksconclusie (3 punten)

a 1 punt: Een verschil tussen bestaande vestigingen bewijst geen oorzaak.

1 punt: De klantenmix kan zowel werkplekgebruik als bezoektijd beïnvloeden.

1 punt: Een verdedigbare verbetering is willekeurige toewijzing aan vergelijkbare condities, met verdere omstandigheden gelijk en uitval gecontroleerd.

Antwoord Een gecontroleerde vergelijking met willekeurige toewijzing onderbouwt een mogelijke oorzaak beter.

Een regionale bezorgdienst

11 Contractkeuze (3 punten)

a 1 punt: $420+1{,}80n<150+2{,}40n$.

1 punt: $n>450$.

1 punt: Bij 450 zijn beide €1230; vanaf 451 is A goedkoper.

Antwoord Vanaf 451 pakketten per maand.

12 Gemiddelde kosten (3 punten)

a 1 punt: $G=\frac{420}{n}+1{,}80$.

1 punt: $\frac{420}{n}\leq 0{,}70$ geeft $n\geq 600$.

1 punt: Bij $n=600$ is $G=2{,}50$, dus 600 voldoet.

Antwoord $G=\frac{420}{n}+1{,}80$; minimaal 600 pakketten.

13 Tijd voor een route (3 punten)

a 1 punt: Rijtijd $\frac{84}{42}=2$ uur.

1 punt: Stoptijd $36\times 2{,}5=90$ minuten$=1$ uur 30 minuten.

1 punt: Totaal 3 uur 30 minuten.

Antwoord 3 uur en 30 minuten.

14 De pakketvraag modelleren (4 punten)

a 1 punt: Lineaire helling $\frac{(518{,}4-360)}{2}=79{,}2$.

1 punt: Lineair: $L=360+79{,}2t$.

1 punt: Exponentiële jaarfactor $\sqrt{(\frac{518{,}4}{360})}=1{,}2$.

1 punt: Exponentieel: $E=360\times 1{,}2^{t}$.

Antwoord $L=360+79{,}2t$ en $E=360\times 1{,}2^{t}$.

15 Een meetwaarde kiezen (4 punten)

a 1 punt: L(4)=676,8 en E(4)=746,496.

1 punt: Absolute verschillen 71,2 en 1,504.

1 punt: Het exponentiële model past hier beter.

1 punt: Eén extra punt bewijst niet dat het model onder alle omstandigheden blijft gelden.

Antwoord Op t=4 past het exponentiële model beter; verdere controle blijft nodig.

Een leverancier controleert verpakkingen

16 Een normale verdeling (3 punten)

a 1 punt: $244=250-2\times3$.

1 punt: Onderste staart ongeveer 2,5%.

1 punt: $0{,}025\times1600=40$.

Antwoord Ongeveer 2,5%; gemiddeld ongeveer 40 verpakkingen.

17 Gemiddelden controleren (3 punten)

a 1 punt: $249{,}5\pm2\times\frac{3}{\sqrt{144}}$.

1 punt: Marge 0,5; interval [249;250].

1 punt: 250 ligt op de bovengrens en behoort tot het interval.

Antwoord 249 tot 250 gram; 250 gram ligt in het interval.

18 Een klantenvergelijking (4 punten)

Tot en met	Slecht	Matig	Goed	Uitstekend
Groep A (%)	8	26	68	100
Groep B (%)	14	48	86	100

a 1 punt: Verschillen 6, 22, 18 en 0 procentpunt.

1 punt: maxVcp=22; beide n zijn groter dan 100.

1 punt: Middelmatig verschil.

1 punt: Groep A heeft minder massa in de lage categorieën en oordeelt positiever.

Antwoord maxVcp=22: middelmatig; groep A oordeelt positiever.

19 Een verkeerd interval (3 punten)

a 1 punt: Vraag 17 schat het populatiegemiddelde, niet individuele inhouden.

1 punt: Voor individuele inhouden: $250\pm2\times3$.

1 punt: Dat geeft 244 tot 256 gram.

Antwoord Het individuele interval is ongeveer 244 tot 256 gram.

Een buurtfestival

20 Een haalbaar plan (3 punten)

a 1 punt: $x+y\leq 300$ en $12x+20y\geq 4200$.

1 punt: x,y zijn niet-negatieve gehele aantallen.

1 punt: $180+120=300$ en $12\times 180+20\times 120=4560\geq 4200$.

Antwoord Het voorgestelde plan voldoet aan beide voorwaarden.

21 Zo weinig mogelijk ondersteunerstickets (3 punten)

a 1 punt: $x=300-y$.

1 punt: $12(300-y)+20y\geq 4200$ geeft $8y\geq 600$.

1 punt: $y\geq 75$; bij $y=75$ zijn er 225 gewone tickets en is de opbrengst €4200.

Antwoord Minimaal 75 ondersteunerstickets.

22 Een kortingsactie (4 punten)

a 1 punt: Gewone prijs wordt $12\times 0{,}90=10{,}80$.

1 punt: $10{,}8(300-y)+20y\geq 4200$ geeft $9{,}2y\geq 960$.

1 punt: $y\geq 104{,}347\ldots$ dus minimaal 105.

1 punt: 104 geeft €4196,80 en 105 geeft €4206, dus de gehele grens klopt.

Antwoord Minimaal 105 ondersteunerstickets.

23 Kennis van het publiek (4 punten)

a 1 punt: Tabelrijen (108,72) en (96,24).

1 punt: $\varphi=\frac{(108\times 24-72\times 96)}{\sqrt{(180\times 120\times 204\times 96)}}\approx -0{,}2100$.

1 punt: $|\varphi|\approx 0{,}210$: middelmatig verschil.

1 punt: Ticketkeuze is niet willekeurig toegewezen; betrokkenheid kan beide beïnvloeden.

Antwoord Een middelmatig verschil in de antwoorden, zonder bewezen oorzaak door de ticketprijs.

Foutenanalyse en herstel

Vul na het nakijken per vraag je score en een concrete ontbrekende stap in. Kies bij het genoemde leerdoel een nieuwe herstelopgave. De keuze, uitvoering en controle vormen het bewijs voor 12.4-L3 en 12.4-L4.

Vraag	Max.	Leerdoel	Score	Ontbrekende stap
1	3	12.1-L1		
2	3	12.1-L1, 12.1-L2		
3	3	12.2-L1, 12.2-L3		
4	3	12.2-L2, 12.2-L4		
5	4	12.2-L3, 12.2-L4		
6	4	12.3-L1, 12.3-L2		
7	3	12.1-L2, 12.3-L2		
8	3	12.3-L3, 12.3-L4		
9	3	12.3-L2		
10	3	12.3-L3, 12.3-L4		
11	3	12.2-L2, 12.2-L4		
12	3	12.1-L2, 12.2-L2		

Vraag	Max.	Leerdoel	Score	Ontbrekende stap
13	3	12.1-L1, 12.1-L3		
14	4	12.2-L1		
15	4	12.2-L3, 12.2-L4		
16	3	12.3-L1		
17	3	12.3-L2, 12.3-L3		
18	4	12.3-L1, 12.3-L2		
19	3	12.3-L3, 12.3-L4		
20	3	12.1-L2, 12.2-L1		
21	3	12.1-L2, 12.2-L2		
22	4	12.1-L1, 12.2-L2, 12.2-L4		
23	4	12.3-L2, 12.3-L3, 12.3-L4		

Vervolg: noteer het nummer van je herstelopgave, maak die zonder het eerdere antwoord en beschrijf welke stap nu aantoonbaar correct is. Gebruik daarna het andere oefenexamen voor een nieuwe zelfstandige poging.

HELDER · EX-02

Wiskunde A · havo 5

Beoordelingsmodel

23 vragen · 180 minuten · maximaal 76 punten

Elke vraag heeft een eigen puntenverdeling. Tel alleen de genoemde gehele deelpunten; ken voor eenzelfde criterium niet tweemaal punten toe.

Wiskundig juiste alternatieve methoden krijgen de bijbehorende punten. Een rekenfout kost de punt(en) van die stap; correct vervolgwerk op een eigen fout kan punten verdienen als de moeilijkheid niet wezenlijk verandert en geen onmogelijke contextuitkomst wordt genegeerd.

Bij aflezen zijn kleine schaalafwijkingen aanvaardbaar als de aanpak en gevraagde afronding passen. Een onderbouwde inhoudelijk gelijkwaardige conclusie is toegestaan.

De maximumscore is 76. Er is geen officiële N-term of cijfernormering voor deze eigen oefentoets. Gebruik de score voor de foutenanalyse en spreek een eventuele schooleigen beoordeling vooraf af.

Een drinkwatersysteem

1 Jaarverbruik (3 punten)

a 1 punt: $240\times2{,}3=552$ personen gemiddeld.

1 punt: $552\times108\times365=21759840$ liter.

1 punt: Delen door 1000 en afronden: 21760 m^3.

Antwoord Ongeveer 21 760 m^3 per jaar.

2 Een besparingsdoel (3 punten)

a 1 punt: Voor gelijk totaal moet $1{,}05\times g=1$.

1 punt: $g=\frac{1}{1{,}05}\approx0{,}952381$.

1 punt: Afname $(1-g)\times100\approx4{,}7619\%$.

Antwoord Het verbruik per persoon moet met ongeveer 4,76% dalen.

3 Een reservoir (3 punten)

a 1 punt: Netto toename $1{,}2-0{,}45=0{,}75$ m^3 per minuut.

1 punt: $V=18+0{,}75t$.

1 punt: $18+0{,}75t=60$ geeft $t=56$.

Antwoord $V=18+0{,}75t$ voor $0\le t\le56$; na 56 minuten vol.

4 Een sensorformule (3 punten)

a 1 punt: $(h-5)^2=\frac{V}{0{,}4}$.

1 punt: Omdat $h\ge5$: $h=5+\sqrt{(\frac{V}{0{,}4})}$.

1 punt: Bij $V=40$: $h=5+\sqrt{100}=15$.

Antwoord $h=5+\sqrt{(\frac{V}{0{,}4})}$; bij $V=40$ geldt $h=15$ dm.

5 Een grafiek met een grens (4 punten)

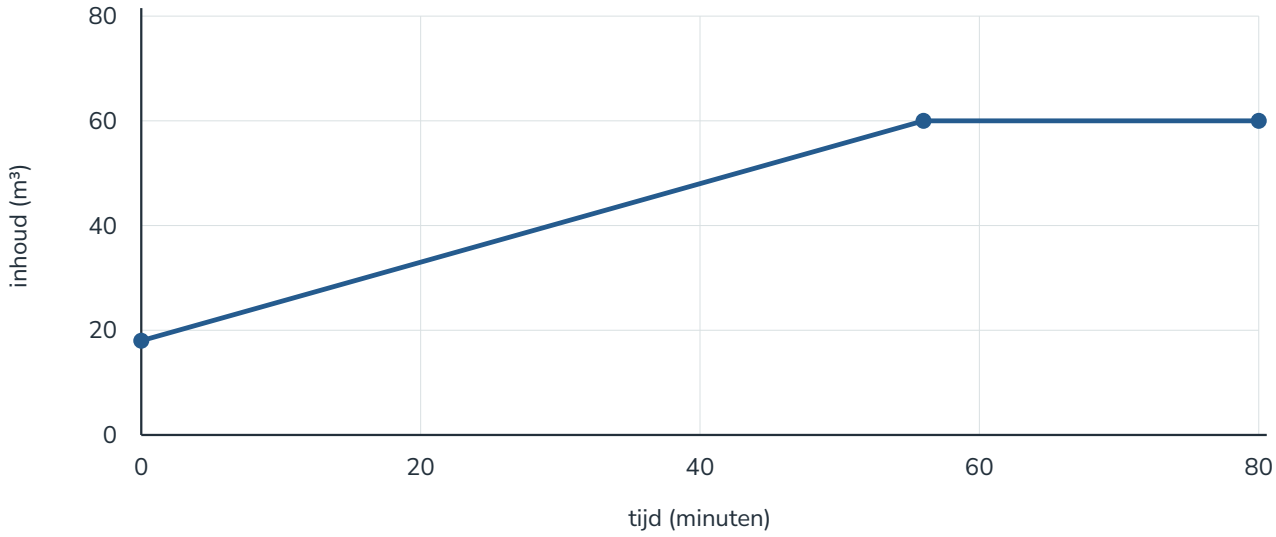
a 1 punt: Beginpunt (0,18) en knikpunt (56,60).

1 punt: Recht stijgend lijnstuk tussen deze punten.

1 punt: Horizontaal van (56,60) tot (80,60).

1 punt: Na 56 minuten is de netto verandering nul door gelijke in- en uitstroom.

Antwoord De inhoud stijgt tot 60 m^3 en blijft daarna constant.



Een onderzoek naar deeltijdauto's

6 Belangstelling schatten (3 punten)

a 1 punt: $p=\frac{275}{625}=0{,}44$.

1 punt: $\text{Marge}=2\sqrt{(0{,}44\times\frac{0{,}56}{625})}\approx0{,}03971$.

1 punt: Grenzen ongeveer 0,40029 en 0,47971.

Antwoord Ongeveer 40,0% tot 48,0%.

7 Een politieke uitspraak (3 punten)

a 1 punt: Het gehele berekende interval ligt onder 50%.

1 punt: De conclusie hangt af van steekproefvoorwaarden en de intervalprocedure biedt geen absolute zekerheid.

1 punt: Een passende conclusie noemt ondersteuning voor minder dan de helft onder de gemaakte aannamen.

Antwoord De gegevens ondersteunen onder de steekproefaannamen dat minder dan de helft belangstelling heeft; bewezen is te stellig.

8 Twee wijken (4 punten)

a 1 punt: Tabelrijen (84,36) en (54,126).

1 punt: $\varphi=\frac{(84\times126-36\times54)}{\sqrt{(120\times180\times138\times162)}}$.

1 punt: $\varphi\approx0{,}39318$, dus $|\varphi|\leq0{,}4$ en $>0{,}2$.

1 punt: Het verschil is middelmatig; niet eerst afronden naar 0,4 en dan de grens onjuist toepassen.

Antwoord $|\varphi|\approx0{,}393$: middelmatig verschil.

9 Een onvolledige vergelijking (3 punten)

a 1 punt: De wijken verschillen op meer kenmerken; dit is geen willekeurig toegewezen behandeling.

1 punt: Leeftijd kan zowel parkeer- of autobezit als belangstelling beïnvloeden.

1 punt: Vergelijk bijvoorbeeld inwoners met dezelfde leeftijdsgroep en vergelijkbare relevante kenmerken binnen beide wijken, met de kanttekening dat onbekende verschillen kunnen blijven bestaan.

Antwoord De bestaande vergelijking is geen bewijs voor één oorzaak.

10 Omvang plannen (3 punten)

a

1 punt: $2\sqrt{(0{,}5\times\frac{0{,}5}{n})}\leq 0{,}03$.

1 punt: $\frac{1}{\sqrt{n}}\leq 0{,}03$, dus $n\geq\frac{1}{0{,}03^2}=1111{,}111\ldots$

1 punt: Afronden naar boven: 1112.

Antwoord Minimaal 1112 antwoorden.

Een hergebruikbedrijf

11 Een model opstellen (3 punten)

a 1 punt: $g^3=\frac{20736}{12000}=1{,}728$.

1 punt: $g=1{,}2$.

1 punt: $N=12000\times1{,}2^t$; groei 20% per jaar.

Antwoord $N=12000\times1{,}2^t$, met 20% jaarlijkse groei.

12 Een grens overschrijden (3 punten)

a 1 punt: Los $12000\times1{,}2^t>40000$ op of vergelijk gehele t.

1 punt: Bij t=6: 35831,808; bij t=7: 42998,1696.

1 punt: Eerste t=7, dus 2026+7=2033.

Antwoord In 2033.

13 Een andere tijdseenheid (3 punten)

a 1 punt: $t=\frac{m}{12}$, dus $N=12000\times1{,}2\text{^}(\frac{m}{12})$.

1 punt: Maandfactor $=1{,}2\text{^}(\frac{1}{12})\approx1{,}015309$.

1 punt: Groei ongeveer 1,53% per maand.

Antwoord $N=12000\times(1{,}2\text{^}(\frac{1}{12}))^m$; circa 1,53% per maand.

14 Een lineair alternatief (4 punten)

a 1 punt: Lineaire toename $\frac{(20736-12000)}{3}=2912$.

1 punt: $L=12000+2912t$.

1 punt: In 2032 is t=6; L=29472 en N=35831,808.

1 punt: Verschil 6359,808, dus ongeveer 6360 verhuurbeurten.

Antwoord Het exponentiële model voorspelt in 2032 ongeveer 6360 beurten meer.

15 Een model beoordelen (3 punten)

a 1 punt: De eerdere groei hing samen met uitbreiding die niet onbeperkt doorgaat.

1 punt: Een constante groeifactor is daardoor niet zonder meer houdbaar; ook lineaire groei is niet automatisch bewezen.

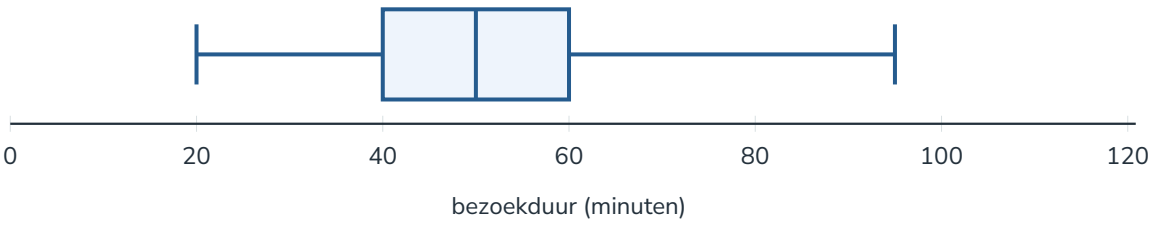
1 punt: Controleer nieuwe metingen na 2029 en onderzoek vraagontwikkeling binnen de bestaande wijken.

Antwoord Nieuwe omstandigheden en metingen zijn nodig voor een verdedigbare voorspelling.

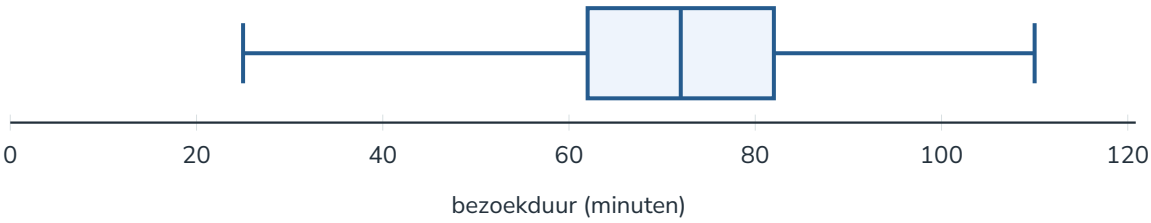
Een sporthal vergelijkt twee groepen

16 Boxplots vergelijken (4 punten)

Groep A



Groep B



a 1 punt: Groep A: mediaan 50 en kwartielafstand 60−40=20.

1 punt: Groep B: mediaan 72 en kwartielafstand 82−62=20.

1 punt: Box A [40,60] en box B [62,82] overlappen niet.

1 punt: Het verschil is groot volgens de boxplotregels.

Antwoord A: mediaan 50 en kwartielafstand 20; B: mediaan 72 en kwartielafstand 20; groot verschil.

17 Een bewering over alle bezoekers (3 punten)

a 1 punt: Het minimum van B is 25 minuten; het maximum van A is 95 minuten.

1 punt: Er is dus minstens één B-bezoeker met een korter bezoek dan minstens één A-bezoeker.

1 punt: Niet-overlappende boxen betekenen niet dat de volledige bereiken niet overlappen.

Antwoord De uitspraak is onjuist.

18 Een normaal verdeelde meting (3 punten)

a 1 punt: 50 is één standaardafwijking onder het gemiddelde; 80 is twee erboven.

1 punt: Tussen 50 en 70 ligt ongeveer 68%; tussen 70 en 80 ongeveer $\frac{(95-68)}{2}=13{,}5\%$.

1 punt: Samen ongeveer 81,5%.

Antwoord Ongeveer 81,5%.

19 Een gemiddelde met marge (3 punten)

a 1 punt: $62 \pm 2 \times \frac{12}{\sqrt{100}}$.

1 punt: Marge 2,4; interval 59,6 tot 64,4.

1 punt: Bij viermaal n verdubbelt $\sqrt{n}$, dus de marge halveert naar 1,2 minuut.

Antwoord 59,6 tot 64,4 minuten; de marge halveert bij viermaal de steekproefomvang.

Een makersmarkt

20 Voorwaarden vertalen (4 punten)

a 1 punt: $3x+6y\leq 90$ en $x+y\leq 24$.

1 punt: x en y zijn niet-negatieve gehele aantallen.

1 punt: Bij $x=12$: $y\leq 9$ op grond van oppervlakte en $y\leq 12$ op grond van aantal.

1 punt: De strengste grens is $y=9$.

Antwoord Maximaal 9 grote stands naast 12 kleine stands.

21 Een opbrengstdoel (4 punten)

a 1 punt: $x=24-y$; oppervlakte $3(24-y)+6y\leq 90$ geeft $y\leq 6$.

1 punt: Opbrengst $45(24-y)+75y\geq 1260$ geeft $y\geq 6$.

1 punt: Dus $y=6$ en $x=18$.

1 punt: Oppervlakte 90 m^2 en opbrengst €1260; het plan voldoet.

Antwoord Ja: 18 kleine en 6 grote stands.

22 Een andere prijs (3 punten)

a 1 punt: $18p+6\times 75\geq 1350$.

1 punt: $18p\geq 900$, dus $p\geq 50$.

1 punt: $p=50$ geeft precies €1350.

Antwoord €50 per kleine stand.

23 Een kostenmodel controleren (4 punten)

a 1 punt: Eerst 180 aftrekken: $K-180=4{,}5b$.

1 punt: $b=\frac{(K-180)}{4{,}5}$.

1 punt: Bij $K=990$: $b=\frac{810}{4{,}5}=180$.

1 punt: $180+4{,}5\times 180=990$; de controle bevestigt het antwoord.

Antwoord $b=\frac{(K-180)}{4{,}5}$; 180 bezoekers.

Foutenanalyse en herstel

Vul na het nakijken per vraag je score en een concrete ontbrekende stap in. Kies bij het genoemde leerdoel een nieuwe herstelopgave. De keuze, uitvoering en controle vormen het bewijs voor 12.4-L3 en 12.4-L4.

Vraag	Max.	Leerdoel	Score	Ontbrekende stap
1	3	12.1-L1, 12.1-L3		
2	3	12.1-L1, 12.2-L4		
3	3	12.2-L1, 12.2-L2		
4	3	12.1-L2, 12.1-L3		
5	4	12.2-L3, 12.2-L4		
6	3	12.3-L1, 12.3-L2		
7	3	12.3-L3, 12.3-L4		
8	4	12.3-L1, 12.3-L2		
9	3	12.3-L3, 12.3-L4		
10	3	12.1-L2, 12.3-L2		
11	3	12.2-L1, 12.2-L3		
12	3	12.2-L2, 12.2-L4		

Vraag	Max.	Leerdoel	Score	Ontbrekende stap
13	3	12.2-L1, 12.2-L2		
14	4	12.2-L1, 12.2-L4		
15	3	12.2-L3, 12.2-L4		
16	4	12.3-L1, 12.3-L2		
17	3	12.3-L3, 12.3-L4		
18	3	12.3-L1		
19	3	12.3-L2, 12.3-L3		
20	4	12.1-L2, 12.2-L2		
21	4	12.2-L1, 12.2-L4		
22	3	12.1-L2, 12.2-L2		
23	4	12.1-L2, 12.1-L3, 12.1-L4		

Vervolg: noteer het nummer van je herstelopgave, maak die zonder het eerdere antwoord en beschrijf welke stap nu aantoonbaar correct is. Gebruik daarna het andere oefenexamen voor een nieuwe zelfstandige poging.